

نادية شطاب عباس

رشيد بن الذيب

# اقتصاد جزئي

نظرية وتمارين

الطبعة السادسة 2008

ديوان المطبوعات الجامعية

الساحة المركزية - بن عكنون - الجزائر

© ديوان المطبوعات الجامعية 2008-12

رقم النشر: 4.01.3984 :

رقم: ر.د.م.ك (ISBN) 9961.0.0419.1

رقم الايداع القانوني: 99/965

## تمهيد

يتوخى هذا الكتاب تقديم نظرية الاقتصاد الجزئي التي تمثل فرعاً أساسياً من فروع المدرسة النيوكلاسيكية. يكون هدفنا ممثلاً في إعطاء القارئ تحليلاً دقيقاً (باستعمال البيانات والوسائل الرياضية) ومنطقياً (عبر تجانس التحليل) إنطلاقاً من فرضيات أساسية .

تكون الفرضيات الأساسية التي يبني عليها التحليل غير قابلة للمناقشة، ولذلك التحليل المقدم لا يتساءل :

- حول حقيقة المستهلك النيوكلاسيكي (حرية المطلقة من جهة، وإخضاعه للسوق من جهة أخرى).

- حول كيفية تقييم الرأسمال كعامل انتاج (مناقشة الكبريجين).

- حول الشكل U لمنحنيات التكلفة.

- حول حقيقة سوق المنافسة المثلى واستعماله كمرجع مثالي.

- حول تقييم الانتاجية الحدية لعناصر (أو عوامل) الانتاج وعلاقتها مع التوزيع.

- حول صورة الاقتصاد المقدمة من طرف نظرية التوازن العام أو المردودية الاجتماعية، بعبارة أخرى يجري التحليل في إطار مجتمع مكون من أعوان متساوية ومستقلة عن بعضها البعض تبحث عن أمثل وضعية داخل اقتصاد يتميز بندرة الموارد.

يكون وجود الندرة معطى وليس نتيجة ويفترض أن البحث عن المصلحة الخاصة سوف يؤدي الى تحقيق المصلحة العامة.



## الفهرس

1	مقدمة .....
4	A - وسائل التحليل .....
5	نظرية الطلب .....
5	1 - نظرية سلوك المستهلك .....
6	1 - 1 - نظرية المنفعة المقاسة .....
7	1 - 1 - 1 - المنفعة الكلية والمنفعة الحدية .....
9	1 - 1 - 2 - توازن المستهلك .....
12	1 - 1 - 3 - منحنى الطلب الفردي .....
14	1 - 1 - 4 - التبادل .....
17	1 - 2 - نظرية المنفعة المرتبة .....
19	1 - 2 - 1 - نظرية المنفعة ومنحنيات السواء .....
22	1 - 2 - 2 - المعدل الحدي للاحتلال .....
27	1 - 3 - توازن المستهلك .....
27	1 - 3 - 1 - القيد الميزاني للمستهلك .....
31	1 - 3 - 2 - نقطة توازن المستهلك .....
36	1 - 4 - نظرية الطلب الفردي .....
36	1 - 4 - 1 - تغيير الدخل النقدي .....
39	1 - 4 - 2 - تغيير السعر .....
40	1 - 4 - 3 - اشتقاق دالة الطلب الفردي .....
42	1 - 5 - اثر الاحتلال واثر الدخل .....
42	1 - 5 - 1 - الاثر الكلي .....
46	1 - 5 - 2 - سلع عادية .....
46	1 - 5 - 3 - سلع دنيا وقيفن .....
49	1 - 6 - معادلة سلوتسكي .....
50	1 - 6 - 1 - اشتقاق معادلة سلوتسكي .....
61	1 - 6 - 2 - سلع متكاملة و سلع تبادلية .....
64	1 - 7 - تطبيقات حول نظرية المستهلك .....

64	1 - 7 - 1	الارقام الادلة ومستوى المعيشة.....
72	1 - 7 - 2	تقدير سياسات حكومية.....
74	1 - 7 - 3	العلاقة بين الدخل والتسليّة.....
78	1 - 7 - 4	استهلاك وإدخار في حياة العامل المستهلك.....
82	2 -	دالة طلب السوق.....
83	2 - 1 -	تحديد طلب السوق.....
85	2 - 2 -	مرونة الطلب.....
86	2 - 2 - 1	المرونة المباشرة.....
93	2 - 2 - 2	مرونة التقاطع.....
93	2 - 2 - 3	مرونة الطلب بالنسبة للدخل.....
94	2 - 2 - 4	الطلب المرونة ودخل البائع.....
98		ملخص نظرية المستهلك.....
104		تمارين.....
111	II -	نظرية الانتاج.....
112	1 -	دالة الانتاج لمنتوج وحيد.....
112	1 - 1 -	الانتاج بعنصر متغير وحيد.....
123	1 - 2 -	الانتاج بعنصرين متغيرين.....
131	1 - 3 -	قوانين الانتاج.....
131	1 - 3 - 1	قوانين غلة الحجم.....
134	1 - 3 - 2	قانون النسبة المتغيرة.....
136	1 - 3 - 3	التطور التقني ودالة الانتاج.....
140	1 - 3 - 4	دراسة دوال الانتاج كوب دقلس و CES.....
143	1 - 4 -	توازن المؤسسة.....
143	1 - 4 - 1	منحنى التكاليف المتساوية.....
145	1 - 4 - 2	اقصى انتاج لمستوى تكلفة معينة.....
148	1 - 4 - 3	ادنى تكلفة لمستوى انتاج معين.....
150	1 - 4 - 4	تعظيم الربح.....
151	1 - 4 - 5	المسار الامثل للتطور.....
154	1 - 4 - 6	المسار الامثل للتطور (المدى القصير).....



154.....	1 - 4 - 7 - مرونة الاتفاق
155.....	1 - 4 - 8 - دوال الطلب على عناصر الانتاج
155.....	2 - توازن مؤسسة ذات منتوجات عديدة
159.....	2 - 1 - منحني تحويل المنتج
164.....	2 - 2 - منحني تساوي الدخل
164.....	2 - 3 - توازن المؤسسة
166.....	2 - 3 - 1 - حالة تكلفة ثابتة
169.....	2 - 3 - 2 - حالة عامة
171.....	ملخص لنظرية الانتاج
176.....	تمارين
182 .....	III - نظرية التكاليف
182 .....	1 - التكلفة الاجتماعية للانتاج
185 .....	2 - تكاليف المدى الطويل ودالة الانتاج
186.....	3 - تكاليف المدة القصير ودالة الانتاج
188.....	4 - نظرية تكلفة المدى القصير
191.....	5 - دوال التكلفة
191.....	5 - 1 - دوال التكلفة في المدى القصير
193.....	5 - 1 - 1 - اشكال دوال التكلفة
196.....	5 - 1 - 2 - العلاقات بين الانتاجيات والتكاليف
197.....	5 - 1 - 3 - تعظيم الربح
200.....	6 - منحنيات التكاليف في المدى الطويل
201.....	6 - 1 - دالة التكلفة المتوسطة في المدى الطويل
203.....	6 - 2 - دالة التكلفة الحدية في المدى الطويل
206.....	ملخص لنظرية التكلفة
209.....	تمارين
213.....	B - تكوين الاسعار ونظام السوق
215.....	IV - المناقشة المثلى
215.....	1 - فرضيات المناقشة المثلى
217.....	2 - التوازن في فترة التسويق

3 -	توازن المؤسسة في المدى القصير	219
4 -	دالة العرض في المدى القصير	220
5 -	دالة عرض السوق	224
6 -	دالة طلب السوق	225
7 -	توازن السوق (المدى القصير)	226
8 -	توازن السوق (المدى الطويل)	227
9 -	استقرار التوازن	229
9 - 1 -	شروط الاستقرار حسب ولراس	230
9 - 2 -	شروط الاستقرار حسب مارشل	231
9 - 3 -	حالات استثنائية	232
10 -	تغيرات ديناميكية وتوازن السوق	235
10 - 1 -	تغيرات في طلب السوق	235
10 - 1 - 1 -	فرع ذوي تكلفة ثابتة	237
10 - 1 - 2 -	فرع ذوي تكلفة متزايدة	238
10 - 2 -	تغير تكاليف الانتاج	239
10 - 2 - 1 -	ازدياد في التكلفة الثابتة	239
10 - 2 - 2 -	تغير في التكلفة المتغيرة	241
10 - 3 -	توازن السوق وتكاليف النقل	242
11 -	تحليلات فيما يخص المنافسة المثلى	243
11 - 1 -	اثر ضريبة خاصة على توازن السوق	243
11 - 1 - 1 -	اثر الضريبة في المدى القصير	244
11 - 1 - 2 -	اثر الضريبة في المدى الطويل	246
11 - 2 -	مراقبة الاسعار	248
11 - 2 - 1 -	الحد الاعظم	248
11 - 2 - 2 -	الحد الادنى	249
	ملخص لنظرية المنافسة المثلى	251
	تمارين	253
V -	الاحتكار والمنافسة الاحتكارية	260
1 -	الطلب في حالة احتكار	261



264.....	2 - التكاليف والعرض في حالة احتكار
267.....	3 - توازن المؤسسة الاحتكارية
267.....	3 - 1 - التوازن في المدى القصير
273.....	3 - 2 - عرض المؤسسة الاحتكارية في المدى القصير
273.....	4 - توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى الطويل
276.....	5 - تنبؤات نموذج الاحتكار في حالة ديناميكية
276.....	5 - 1 - تغير في طلب السوق
277.....	5 - 1 - 1 - سعر ثابت
278.....	5 - 1 - 2 - ارتفاع السعر
279.....	5 - 1 - 3 - انخفاض السعر
280.....	5 - 2 - ازدياد تكاليف المؤسسة الاحتكارية
281.....	5 - 3 - اثر ضرائب مختلفة على توازن المؤسسة
283.....	6 - توازن المؤسسة عبر استراتيجيات مختلفة
283.....	6 - 1 - التمييز في الاسعار
287bis.....	6 - 2 - اخذ فائض المستهلك كهدف
290.....	7 - مؤسسة احتكارية بعدة مصانع
294.....	8 - المنافسة الاحتكارية
295.....	8 - 1 - فرضيات نموذج شنبارلين
297.....	8 - 2 - توازن المؤسسة
298.....	8 - 2 - 1 - توازن بدخول مؤسسات جديدة الى الفرع
299.....	8 - 2 - 2 - توازن عبر منافسة في السعر
301.....	8 - 2 - 3 - دخول حر ومنافسة في السعر
301.....	8 - 3 - نقد نموذج شنبارلين
302.....	ملخص للاحتكار والمنافسة الاحتكارية
305.....	تمارين
316.....	VI - نظرية الاسعار في حالة احتكار القلة
316.....	1 - عدم وجود تفاهم بين المؤسسات
317.....	1 - 1 - نموذج كرنو
320.....	1 - 2 - نموذج ستاكلبارق

323.....	1 - 3 - نظرية الألعاب
323.....	1 - 3 - 1 - تعريف المفاهيم
325.....	1 - 3 - 2 - ألعاب بجمع يساوي الصفر
327.....	1 - 3 - 3 - ألعاب بجمع لايساوي الصفر
329.....	2 - وجود تفاهم بين المؤسسات
329.....	2 - 1 - الكارتل
329.....	2 - 1 - 1 - الكارتل وتعظيم الربح الاجمالي
332.....	2 - 1 - 2 - الكارتل وتقسيم السوق
334.....	2 - 2 - الزعامة على السعر
334.....	2 - 2 - 1 - الزعيم صاحب التكلفة الاقل
337.....	2 - 2 - 2 - المؤسسة المهيمنة
341.....	ملخص لاحتكار القلة
344.....	تمارين
351.....	C - نظرية استعمال عناصر الانتاج والانتاجية الحدية
353.....	VII - نظرية استعمال عناصر الانتاج في سوق منافسة مثلى للعنصر
354.....	1 - حالة منافسة مثلى في سوق المنتج
360.....	2 - حالة منافسة غير مثلى في سوق المنتج
368.....	ملخص للفصل VII
369.....	تمارين
372.....	VIII - نظرية استعمال عناصر الانتاج من طرف مشتري وحيد
372.....	1 - حالة منافسة مثلى في سوق المنتج
376.....	2 - حالة منافسة غير مثلى في سوق المنتج
378.....	3 - نظرية الانتاجية الحدية والاستغلال
380.....	3 - 1 - الاستغلال الاحتكاري
381.....	3 - 2 - استغلال المشتري الوحيد
383.....	3 - 3 - الاحتكار على عناصر الانتاج
387.....	ملخص للفصل VIII
388.....	تمارين

D - نظريات التوازن العام والرفاهية الاجتماعية.....	391
IX - نظرية التوازن العام.....	392
1 - التوازن العام في التبادلات.....	392
1 - 1 - توازن المستهلك الفردي.....	393
1 - 2 - توازن السوق.....	396
1 - 3 - التوازن العام.....	397
2 - التوازن العام في الانتاج والتبادل.....	404
2 - 1 - توازن المستهلك الفردي.....	405
2 - 2 - توازن المؤسسة الفردية.....	407
2 - 3 - قانون ولراس.....	408
ملخص لنظرية التوازن العام.....	410
تمارين.....	411
X - نظرية المردودية الاجتماعية (اقتصاد الرفاهية).....	413
1 - الحالة الافضل في الاستهلاك.....	413
2 - الحالة الافضل في الانتاج.....	417
3 - الحالة الافضل في الانتاج والاستهلاك.....	421
ملخص لنظرية المردودية الاجتماعية.....	429
تمارين.....	431
مراجعة في الرياضيات.....	435
مصطلحات.....	452
مصادر.....	455



## مقدمة

تعرف المدرسة النيوكلاسيكية علم الاقتصاد بالعلم الذي يدرس التصرف البشري كعلاقة بين أهداف ووسائل نادرة تتميز باستعمالات تناوبية وتقسم المدرسة النيوكلاسيكية التحليل الى فرعين أساسيين : تحليل الاقتصاد الكلي وتحليل الاقتصاد الجزئي.

يتطرق الاقتصاد الكلي الى تحليل مجموعات كالدخل الوطني، مستوى التشغيل ، مستوى الاسعار الى غير ذلك ويقدم هذا الفرع (الاقتصاد الكلي) صورة شاملة وعامة للاقتصاد ككل.

يكون الاقتصاد الجزئي الفرع الثاني للاقتصاد النيوكلاسيكي ، حيث يحتوي هذا التحليل أي نظرية الاقتصاد الجزئي على دراسة اعوان فردية منها المستهلك من جهة والمؤسسة (أو المقاتل) من جهة أخرى. ويفترض في إطار هذا التحليل ان المستهلك يهدف الى تعظيم رفاهيته (منفعته) عبر قرارات عقلانية بينما تبحث المؤسسة عن الربح الأقصى عبر تصرف عقلاني وقرارات ملائمة



وتؤدي عملية التعظيم من طرف المستهلكين ومن طرف المؤسسات الى تحديد علاقات التبادل التي تربط بين طالبين (المستهلكين) وعارضين (المؤسسات) وتجسد علاقات التبادل ما يسمى بنظام الاسعار.

يكون تحديد نظام الاسعار الهدف الرئيسي لتحليل الاقتصاد الجزئي ، حيث أن هذا النظام أي نظام الاسعار يشير حسب المدرسة النيوكلاسيكية الى درجة الندرة لكل السلع ، ويوجه الاعوان الاقتصاديون الى تعظيم أهدافهم. وتعظيم هدف ما من طرف كل عون اقتصادي فردي أو بعبارة أخرى، إن البحث عن المصلحة الخاصة سوف يؤدي حسب المدرسة النيوكلاسيكية الى تجسيد المصلحة العامة. ويكون الموقف السابق فرضية غير قابلة للمناقشة في إطار "العالم النيوكلاسيكي".

تكون ركيزة العالم النيوكلاسيكي ممثلة في الفرد الذي يتمتع بحرية الاختيار مهما كانت وضعيته في مجتمع متكون من جمع الافراد وخالي من التناقضات. بسبب هذا التصور تكون تحاليل المستهلك والمؤسسة (أو المقاول) متوازية - بينما تتميز الاسواق (أسواق السلع او عناصر الانتاج) بعدم وجود أي ترتيب اجتماعي وتسلط.

يحتوي هذا الكتاب على أربعة اجزاء مقسمة الى عدة فصول، يتطرق الجزء الاول (A) الى وسائل التحليل عبر دراسة نظرية الطلب (I) ، نظرية الانتاج (II) ، ونظرية التكاليف (III). بينما يحل الجزء الثاني (B) تكوين الاسعار في المنافسة المثلى (IV) و الاحتكار (V) واحتكار القلة (VI) .

يدرس الفصل الثالث نظرية استعمال عناصر الانتاج والانتاجية الحدية (VII و VIII).

وأخيرا يقدم الفصل الرابع (D) نظرية التوازن العام (IX) و نظرية المردودية الاجتماعية أو اقتصاد الرفاهية (X) .  
يختتم هذا الكتاب بمراجعة سريعة لبعض الوسائل الرياضية المستعملة في التحليل الاقتصادي.

## A - وسائل التحليل

تقسم المدرسة النيوكلاسية الاعوان الاقتصاديين الى ثلاثة انواع متساوية، المستهلكين، والمقاولين وملاك الموارد.

يكون دور ملاك الموارد ممثلا في كراء هذه الموارد للمقاولين حتى تحدث عملية الانتاج.

ويحتوي دور المقاولين على التوفيق بين عوامل أو عناصر الانتاج (رأسمال وعمل) للحصول على انتاج أمثل.

يتحصل كل عون اقتصادي على دخل (أجرة، ربح، أو فائدة) ويصبح مستهلكا عقلانيا ينوي تعظيم رفاهيته.

أخيرا يحدث لقاء كل الاعوان الاقتصاديين في السوق الذي يحدد الاسعار عبر إلتقاء العرض (من المنتج) والطلب (من المستهلك).

يؤدي تصور المدرسة النيوكلاسيكية حول المجتمع الى دراسة هذا الأخير عبر اعوانه الأساسيين.

- المستهلك وتعظيم منفعة تحت قيد ميزاني (الدخل).

- المقاول (أو المنتج) وتعظيم انتاجه (أو ربحه) تحت قيد ميزاني (التكلفة).

## I - نظرية الطلب :

يحتوي هدف نظرية الطلب على تحديد العوامل المختلفة التي تؤثر على الطلب وتقدم النظرية الاقتصادية أربعة عوامل أساسية : سعر السلعة المدروسة ، أسعار سلع أخرى، الدخل والذوق.  
تتطلب نظرية الطلب من عدة فرضيات منها :

- 1 - سوق مغلق.
- 2 - بيع مباشر للمستهلك.
- 3 - عدم وجود سلع إنتاجية.

### 1 - نظرية سلوك المستهلك :

تتطلب نظرية الطلب بدراسة سلوك المستهلك الفردي حيث يفترض أن طلب السوق يكون ممثلا في جمع طلبات المستهلكين الفرديين.  
يكون المستهلك المدروس (النيوكلاسيكي) مستهلكا عقلانيا حيث يبحث على أعظم رفاهية بإعتبار دخله وأسعار السلع العديدة (يدعى هذا القانون بقانون تعظيم المنفعة) . ويأخذ المستهلك قراره بإستعمال كل المعلومات الضرورية.

للوصول الى القرار الامثل يجب على المستهلك أن يقارن بين منفعة عدة مجموعات من السلع التي يستطيع شراءها بدخله.

توجد طريقتان لتحليل المنفعة:

- طريقة المنفعة المقاسة.

- طريقة المنفعة المرتبة.

تتعلق الطريقة الاولى من فرضية إمكانية قياس المنفعة ، بينما ترفض الطريقة الثانية قياس المنفعة ، وتفترض عواض ذلك إمكانية ترتيب مجموعات من السلع حسب إرضاء المستهلك بها بدون أن يقيس منفعة كل مجموعة.

### 1 - 1 - نظرية المنفعة المقاسة (Marshall, Walras, Jevons)

يفترض في هذه الاطار أن المستهلك قد يستطيع قياس المنفعة التي يأخذها من استهلاك سلعة او مجموعة من السلع .

الفرضيات :

1 - العقلانية : يبحث المستهلك على تعظيم رفاهيته في إطار دخله المحدود.

2 - قياس المنفعة : المنفعة قد تقاس وأحسن مقياس يكون مقياسا نقديا (Marshall) .



3 - ثبات المنفعة الحدية للنقود : كمقياس للمنفعة يجب على قيمة النقود أن تبقى ثابتة.

4 - تناقص المنفعة الحدية : تكون المنفعة المشتقة من وحدات متتالية من سلعة ما متناقصة.

5 - تكون المنفعة الكلية لمجموعة سلع دالة للكميات المستهلكة وتكتب دالة المنفعة على شكل

$$U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

حيث  $x_i$  يدل على كمية من السلعة  $i$ .

### 1- 1- 1 - المنفعة الكلية والمنفعة الحدية:

تمثل دالة المنفعة الكلية علاقة بين الرفاهية الموفرة خلال استهلاك سلعة معينة من طرف مستهلك ما ومعدل استهلاك هذه السلعة. اعتبر الجدول التالي: تقييم السلعة  $X$  من طرف مستهلك ما

$Qx/t$	$U_T$ (دinar)	$U_M$ (دinar)
1	40	-
2	64	24
3	80	16
4	88	08
5	95	07
6	101	06
7	106	05
8	110	04
9	112	02

ملاحظة :  $U_T$  : منفعة كلية

$U_M$  : منفعة حدية

تؤدي دراسة الجدول الى الملاحظات التالية :

- 1 - يقيم المستهلك استهلاكه لوحدة واحدة من السلعة X بأربعين دينارا. كما يقيم استهلاك اربع وحدات بـ 88 دينارا الى غير ذلك.
- 2 - يشير العمود الثالث الى المنفعة الحدية وتعرف هذه المنفعة كما لتغير في المنفعة الكلية الناتجة عن تغير معدل الاستهلاك بوحد واحدة من X . تكون المنفعة الحدية في تناقص (القانون الاول لقوسن Gossen) .

اعتبر الجدول التالي

$Q_x$	سجائر	كتب	مشروبات	سمناء
	UM	UM	UM	UM
1	16	16	10	40
2	10	12	8	24
3	8	10	4	16
4	4	8	3	8
5	2	4	2	7
6	1	2	1	6
7	0	0	0.5	5
8			0	4
9				2
10				0

إذا افترض أن كل السلع تباع بنفس السعر وكان المستهلك يأخذ دخلا جد معتبرا قد تدفعه عقلانيته الى استهلاك 6 وحدات من السجائر، 6 وحدات من الكتب، 7 وحدات من المشروبات و 9 وحدات من السمناء.

وإذا كان المستهلك يأخذ دخلا جـداً صغيراً لقد تدفعه عقلانيته إلى اختيار السلع التي توفر له أكبر منفعة (على أساس أسعار متماثلة لكل السلع).

ملاحظة :

بفرضية أسعار متماثلة يختار المستهلك وحدتين من السمناء قبل التطرق إلى السلع الأخرى.

1 - 1 - 2 توازن المستهلك :

يصل المستهلك إلى توازنه عندما ينفق دخله ويتحصل على أكبر منفعة.  
اعتبر الجدول التالي

$Q_x/t$	$UM_x$	$UM_y$
1	38	60
2	34	54
3	31	50
4	28	46
5	27	42
6	25	38
7	23	33
8	20	28
9	18	26

المعلومات :

$$P_x = 1$$

$$P_y = 2$$

$$R = 12$$

المطلوب : كيف ينفق المستهلك دخله حتى يتحصل على اكبر منفعة ؟

ينطلق المستهلك بشراء وحدتين من X حيث تقدم له 72 كمفعة عوضا عن وحدة من Y (60 كمفعة ) ثم يشتري وحدة من Y (60 كمفعة) عوضا عن وحدتين من X (59 كمفعة) ثم وحدتين من X ووحدة من Y ، وحدتين من X وأخيرا وحدة من Y.

في النهاية ينفق المستهلك دخله (12 د) على 6X و 3Y ويتحصل على منفعة كلية  $UT=347$  .

ملاحظة : في التوازن

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y}$$

في التوازن الدينار الاخير المنفق على X يقدم نفس المنفعة كالدينار الأخير المنفق على Y وهذه الحالة تدعى بالقانون الثاني لقوسن (Gossen) .  
اعتبر الآن حالة الجدول الثاني إذا كانت المعلومات التالية موفرة :

دخل المستهلك : 68 د

سعر وحدة سجائر : 2 د

سعر وحدة كتب : 4 د

سعر وحدة مشروبات : 1 د

سعر وحدة سنماء : 4 د

يبني الجدول التالي حيث تعوض المنافع الحدية بنسبة المنافع الحدية على الاسعار المناسبة أي :

Qx/t	سجائر	كتب	مشروبات	سمناء
1	8	4	10	5
2	5	3	8	3
3	4	2.5	4	2
4	2	2	3	1
5	1	1	2	0.875
6	0.5	0.5	1	0.75
7	0	0	0.5	0.625
8			0	0.5
9				0.25

ملاحظة : ينفق المستهلك العقلاني الدينار الاول على وحدة مشروبات ،  
الدينار الثاني والدينار الثالث على وحدة سجائر، والدينار الرابع على وحدة  
مشروبات، الى غير ذلك حتى ينفق كل الدخل.  
في النهاية يتحصل المستهلك العقلاني على 5 وحدات من السجائر، 5  
وحدات من الكتب، 6 وحدات من المشروبات و 4 وحدات من السمناء  
ويتحصل كذلك على 206 كمنفعة كلية.



1 - 1 - 3 - منحنى الطلب الفردي :

إذا تغير سعر السلعة  $Y$  الى دينار واحد (الجدول الثالث) يتغير توازن المستهلك ويصبح التوازن الجديد (  $8Y$  و  $4X$  ) ، ويلاحظ أن التوازن الجديد يحقق المعادلة.

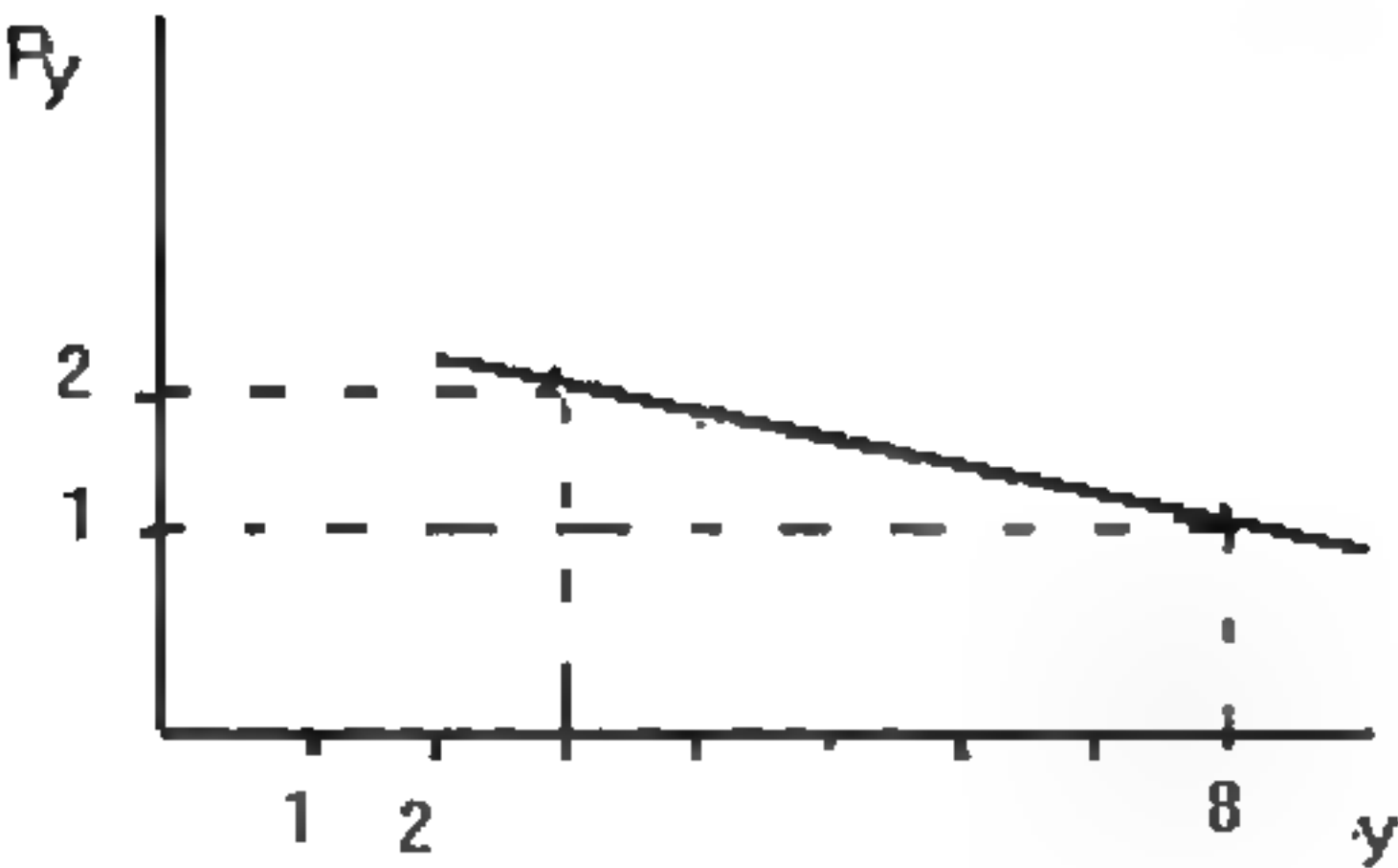
$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y}$$

تؤدي مقارنة الحالتين الى كتابة

$$D_y = 3 < P_y = 2 \text{ (طلب على } y \text{)}$$

$$D_y = 8 < P_y = 1$$

ويرسم منحنى طلب  $Y$  من طرف المستهلك.



إذا تغير سعر السلعة سنماء من 8 الى 4 د لكل وحدة يعوض الجدول الرابع بالجدول التالي:

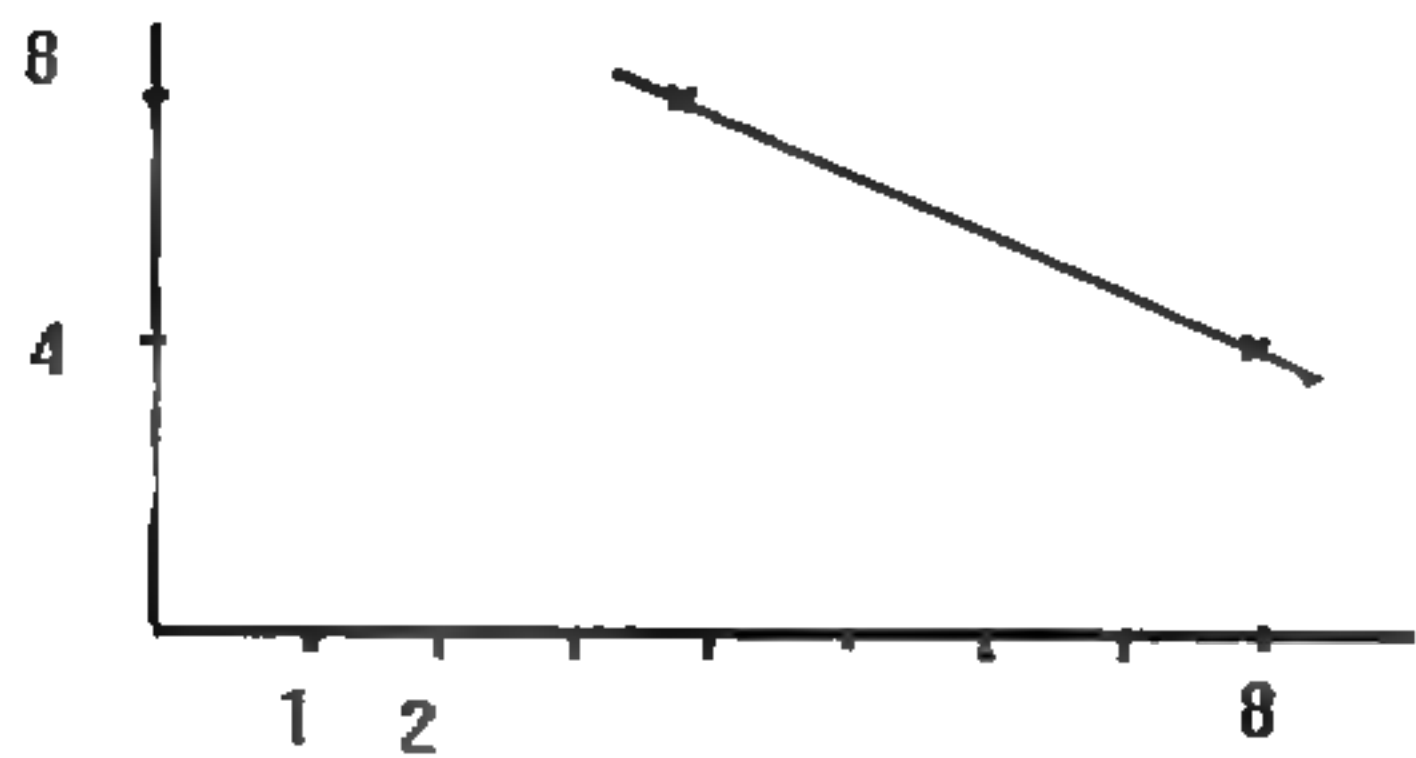
Qx/t	سجائر	كتب	مشروبات	سمناء
1	8	4	10	10
2	5	3	8	6
3	4	2.5	4	4
4	2	2	3	2
5	1	1	2	1.75
6	0.5	0.5	1	1.5
7	0	0	0.5	1.25
8			0	1
9				0.5

عندما كان سعر السمناء يساوي 8 د استهلك المستهلك 4 وحدات بينما  
إنخفاض سعر السمناء الى 4 أدى بالمستهلك الى استهلاك 8 وحدات  
أي :

$D_c = 4 \longleftarrow P_c = 8$

$D_c = 8 \longleftarrow P_c = 4$

تمثل النقطتان (4 . 8) و (8 . 4) نقاط منحنى طلب المستهلك المدروس أي بيانيا.



1 - 1 - 4 - التبادل :

يكون لتبادل بين شخصين ممكن إذا أدت العملية الى تحسين وضعية أحد المستهلكين، بينما الآخر لا يكون في وضعية اسواء بعد العملية  
اعتبر الجدول التالي :

Q	UMx	A		B	
		UMy	UMx	UMy	UMx
1	16	11	18	16	
2	14	10	16	15	
3	12	9	14	14	
4	10	8	12	13	
5	8	7	10	12	
6	6	6	8	11	
7	4	5	6	10	
8	2	4	4	9	

تكون نقطة الانطلاق

$(6Y, 3X)$  للمستهلك A

$(3Y, 6X)$  للمستهلك B

إذا كان التبادل يتم على أساس  $1X = 1Y$  وكان هدف A و B مثل في تعظيم المنفعة الفردية ، لقد يطرح السؤال حول امكانية التبادل بين المستهلكين.

### ملاحظة :

حسب الجدول يفصل A تعويض وحدات من Y بوحدات من X بينما يفضل B العكس.

في البداية يتخلى A على وحدة من Y (-6) ويعوضها بوحدة من X (+10) بينما يعوض B وحدة من X (-8) بوحدة من Y (+13) أي :

		A	B
(1)	X	+ 10	- 8
	y	- 6	13
		$\Delta UT_i$	+ 4      + 5

تتم المرحلة الثانية حسب الجدول

		A	B
(2)	X	+ 8	- 10
	y	- 7	+ 12
		$\Delta UT_i$	+ 1      + 2

تتم المرحلة الثالثة حسب الجدول

	A	B
X	+ 6	- 12
y	- 8	+ 11
$\Delta UT_i$	- 2	- 1

ملاحظة :

تكون المرحلة (2) المرحلة الاخيرة بحيث ان استمرار التبادل بعد هذه المرحلة سوف يؤدي الى خسارة لكلا المستهلكين. في النهاية يكون كلا المستهلكين في توازن عندما يكسبان.

A (المستهلك A) (4Y ، 5X)

B (المستهلك B) (4X، 5Y )

ملاحظة :

(1) يكون التبادل ممكن إذا :

$$\frac{UM_x}{UM_y} / A \neq \frac{UM_x}{UM_y} / B$$

(2) يكون التبادل غير ممكن إذا :

$$\frac{UM_x}{UM_y} / A = \frac{UM_x}{UM_y} / B$$



## ملاحظة حول طريقة المنفعة المقاسة .

ترفض الدراسات الحالية طريقة المنفعة المقاسة لعدة اسباب منها :

1 - لم يوجد اي تبرير نظري أو ميداني لأمكانية قياس المنفعة من طرف المستهلك العادي.

2 - تكون فرضية ثبات المنفعة الحدية للنقود غير مقبولة.

3 - تكون فرضية تناقص المنفعة الحدية غير مقبولة ميدانيا إذا تطرقت الدراسة الى السلع غير الغذائية.

### 1 - 2 - نظرية المنفعة المرتبة

(Samuelson Edgeworth, Pareto, Hicks,)

تتعلق نظرية المنفعة المرتبة من فرضية عدم امكانية قياس المنفعة . في هذا الإطار يكون المستهلك قادرا على ترتيب منفعة عدة سلع او عدة مجموعات من السلع بدون أن يقيم منفعة كل سلعة او مجموعة سلع.

### الفرضيات :

1 - العقلانية : يكون المستهلك المدروس مستهلكا عقلانيا ينوي

تعظيم رفهيته على أساس كل المعلومات الضرورية لأخذ القرار .

2 - المنفعة المرتبة : يمكن للمستهلك أن يرتب عدة مجموعات من السلع

حسب تفضيلاته وتصوره للمنفعة التي يتحصل عليها باستهلاك كل مجموعة.

3 - تناقص المعدل الحدي للاهلاك (TMS) : هذه الميزة تعني تحذب منحنيات السواء (في حالة استقلالية السلع).

4 - تكون المنفعة الكلية التي يشعر بها المستهلك دالة للكميات المستهلكة.

$$U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

تكون الدوال  $f$ ,  $f'$ , و  $f''$  دوالا مستمرة وتعرف دالة المنفعة بالنسبة للاستهلاك في فترة زمنية معينة وتحلل سلوك المستهلك لهذه الفترة (تحويل نفقات على الاستهلاك من فترة الى أخرى غير ممكن في الدراسة الحالية).

5 - مواجهة مجموعتين  $A$  و  $B$  من السلع تؤدي الى :

$$B \succ A \text{ (مفضل على)}$$

$$A \succ B$$

$$A \sim B \text{ (غير متحيز)}$$

كذلك إذا كان  $C$  يمثل مجموعة أخرى

$$A \succ B, B \succ C \Rightarrow A \succ C$$

1 - 2 - 1 - نظرية المنفعة ومنحنيات السواء :

إذا اعتبر أن المستهلك يشتري سلعتين  $X$  و  $Y$  تكتب دالة المنفعة على شكل :

$$U = f(x, y) \qquad I - 1$$

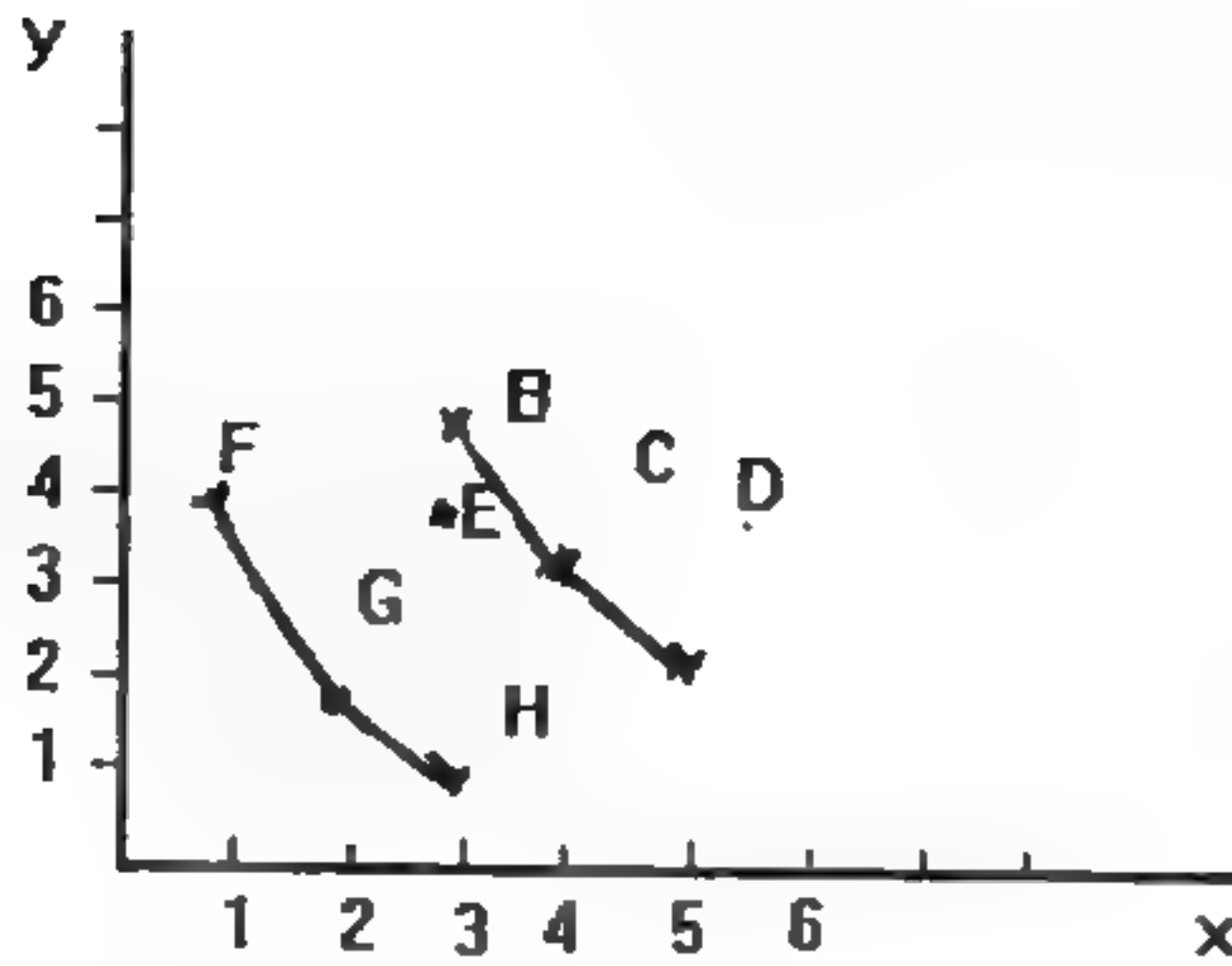
حيث  $x$  و  $y$  تمثل كميات من السلع  $X$  و  $Y$  .

اعتبر الجدول التالي الذي يشير الى ترتيبات عدة مجموعات من السلع من طرف مستهلك ما:

الترتيب	كمية $y$	كمية $x$	مجموعات
4	6	6	A
3	5	3	B
3	3	4	C
3	2	5	D
2	4	3	E
1	4	1	F
1	2	2	G
1	1	3	H

(المجموعات المفضلة لها النقطة الأعلى)

إنطلاقاً من الجدول يرسم البيان التالي :



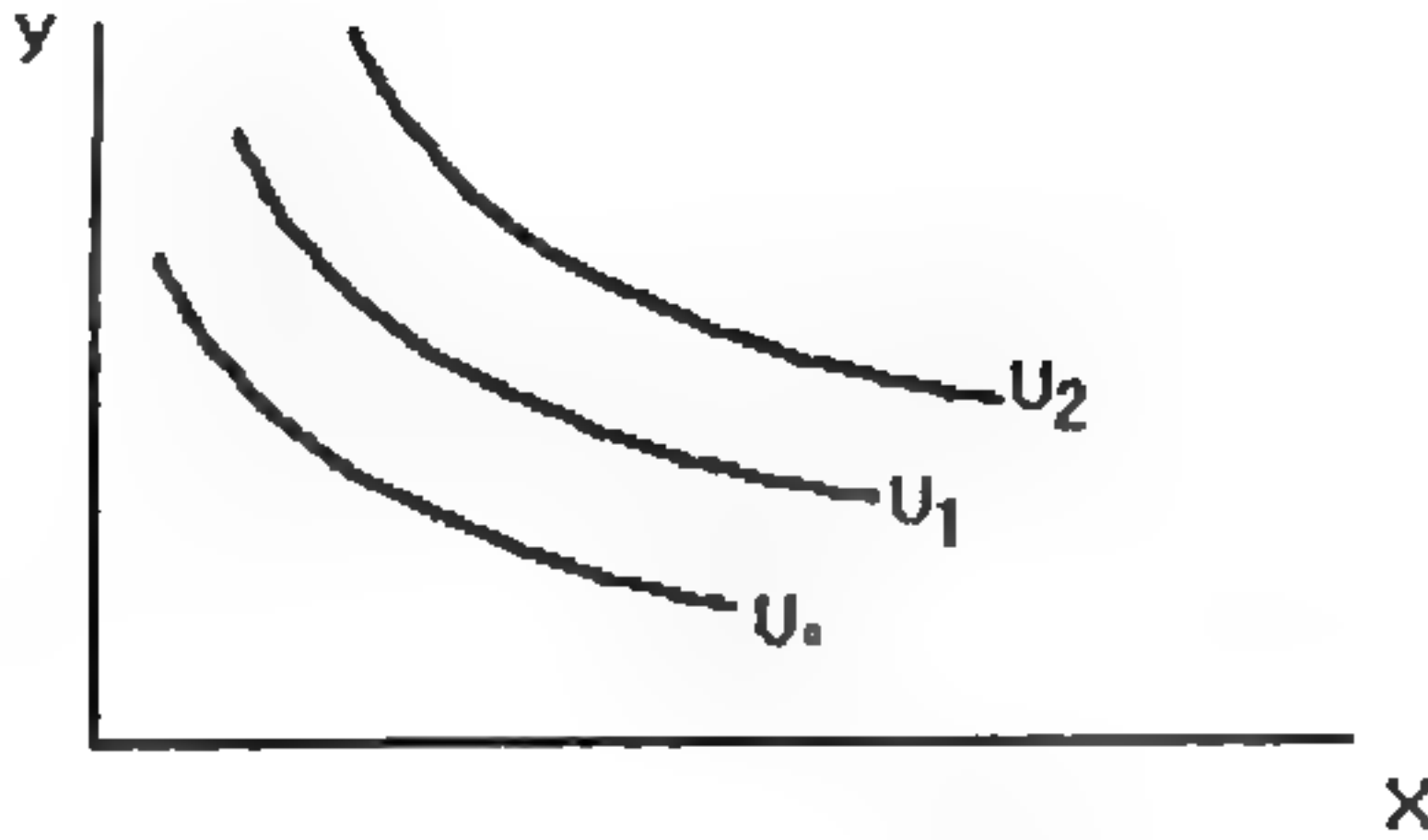
يكون مستوى معين من المنفعة محققاً بإستهلاك عدة مجموعات من السلع X و Y ولمستوى معين من المنفعة تكتب الدالة على شكل :

$$U_0 = f(x, y)$$

حيث  $U_0$  يمثل موقع المجموعة (  $y, x$  ) في الترتيب .

حسب البيان توفر المجموعات B , C و D نفس المستوى من المنفعة للمستهلك (كذلك المجموعات F , G , H).

إنطلاقاً من تعريف دالة المنفعة يفترض أن بجانب المجموعات ( F , G , H مثلا ) التي تحتل نفس الترتيب توجد مجموعات أخرى ترتب من طرف المستهلك في نفس المستوى. لذلك تقدر المنحنيات B C D و F G , H بدوال مستمرة ، وتأخذ الشكل التالي :



يمثل كل منحنى مستوى معيناً من المنفعة ، ويدعى بمنحنى السواء. وجملة المنحنيات تدعى بخريطة السواء.

#### تعريف:

يمثل منحنى السواء كل المجموعات من  $X$  و  $Y$  التي توفر نفس المنفعة لمستهلك معين.

ويعرف أي منحنى السواء كجميع المجموعات من  $X$  و  $Y$  التي تحقق المعادلة.

$$f(x_i, y_i) = c$$

حيث  $C$  يدل على مستوى ترتيب المجموعة المعنية بالأمر.

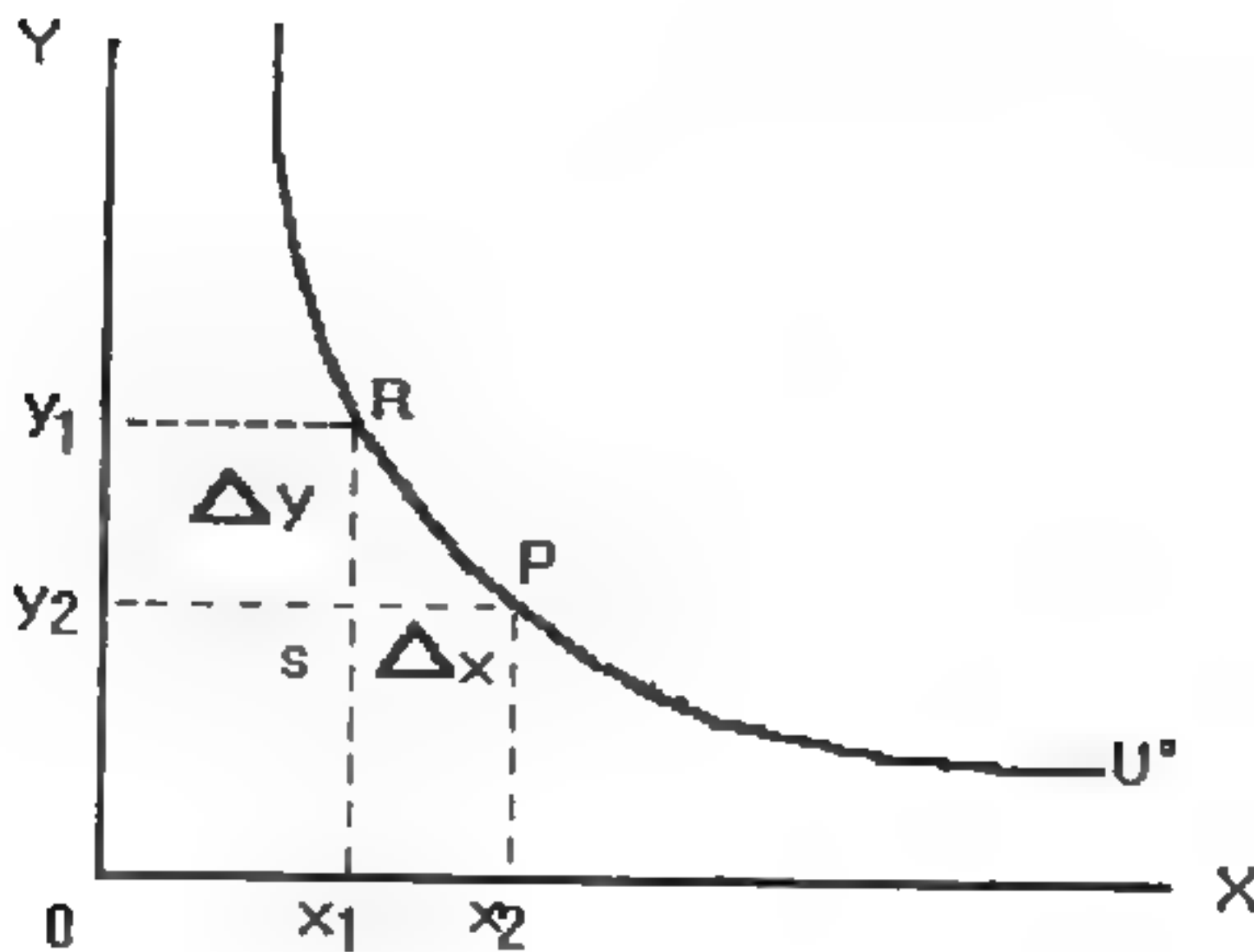
ملاحظة : كلما ارتفع  $C$  ازدادت رفاهية او منفعة المستهلك.

## خاصيات منحنيات السواء :

- 1 - يكون الميل سالبا : اذا انخفضت كمية  $Y$  يجب على كمية  $X$  ان تزداد حتى يشعر المستهلك بنفس الرفاهية.
- 2 - يكون تقاطع منحنيين غير ممكن : إذا حدث ذلك نقطة التقاطع تمثل مستويين مختلفين من المنفعة وهذه الحالة تكون غير ممكنة.
- 3 - تزداد المنفعة بالابتعاد عن نقطة الاصل : تكون الزيادة في الكميات المستهلك دائما مفضلة
- 4 - تكون المنحنيات محدبة نحو نقطة الاصل : على طول المنحنى (من اليسار الى اليمين) يصعب تدريجيا تعويض  $Y$  بـ  $X$  من طرف المستهلك بسبب اقلية  $Y$  و اكثرية  $X$  .

### 1 - 2 - 2 - المعدل الحدي للاحلل :

اعتبر البيان التالي :



يمثل المنحنى  $U^0$  عدة ازواج  $(x_i, y_i)$  حيث كل زوج يوفر نفس مستوى المنفعة للمستهلك

$$(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2)$$

بحيث ان على طول المنحنى  $U^0$  يكون مستوى المنفعة ثابتا انتقل المستهلك من  $R$  الى  $P$  لا يؤثر على مستوى رفايته، لكن يؤثر على الكميات المستهلكة من  $X$  و  $Y$ .

عندما ينتقل المستهلك من  $R$  الى  $P$  يتخلى عن  $\Delta y = (0y_1 - 0y_2)$  ويعوض هذه الكمية بـ

$$\Delta x = (0x_2 - 0x_1) \quad \text{ويكون معدل تعويض } y \text{ بـ } x$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0y_1 - 0y_2}{0x_2 - 0x_1} = \frac{RS}{SP} \quad \text{I - 2}$$

يمثل المعدل  $RS/SP$  عدد وحدات  $Y$  التي يتخلى عنها المستهلك حتى يتحصل على وحدة إضافية من  $X$  ويبقى على نفس منحنى السواء. يدعى هذا المعدل بالمعدل الحدي للحلال.

اعتبر دالة المنفعة :

$$U = f(x, y)$$

يكون التفاضل الكلي لهذه الدالة

$$\begin{aligned} dU &= \frac{\delta U}{\delta x} dx + \frac{\delta U}{\delta y} dy \\ &= f_x dx + f_y dy \end{aligned}$$



حيث :

$f_x$  : المنفعة الحدية لـ X

$f_y$  : المنفعة الحدية لـ Y

إذا كان المستهلك يتحرك على نفس منحنى السواء يكون استهلاك أحدي السلع في تنافس ، بينما يزداد استهلاك السلعة الأخرى لكن تبقى المنفعة الكلية ثابتة أي :

$$dU = f_x dx + f_y dy = 0$$

وهذا يعني ان على طول منحنى السواء تكون المعادلة التالية محققة :

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{f_x}{f_y}$$

يشير ميل منحنى السواء الى معدل تعويض y بـ x الذي لا يؤثر على مستوى رفاهية المستهلك أو على المنفعة، تدعى القيمة  $dy/dx$  - بالمعدل الحدي للاحلال (TMS) وهذا المعدل يساوي نسبة المنافع الحدية ، أي :

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{f_x}{f_y} = \text{TMS} \quad \text{I - 3}$$

تعريف :

يعرف المعدل الحدي للاحلال كالنسبة الموجبة بين كميات y المخلى عنها وكميات x التي تعوضها ، حيث العملية لا تؤثر على مستوى رفاهية المستهلك.

انطلاقاً من تعريف المعدل الحدي للحلال والبيان السابق قد يلاحظ تناقص المعدل الحدي للحلال على طول منحنى السواء وهذا يعني أن المنفعة الحدية لكل سلعة تكون في تناقص كلما ازدادت كمية السلعة المستهلكة. كلما ازدادت الكمية المستهلكة من سلعة معينة، انخفضت منفعة الوحدة الأخيرة المستهلكة (المنفعة الحدية).

مثال 1: افترض أن دالة المنفعة لمستهلك ما تأخذ الشكل

$$U = f(x, y) = x^{1/2} y^{1/2}$$

إذا كان التثقل يحدث على نفس منحنى السواء يمكن كتابة :

$$dU = f_x dx + f_y dy = 0$$

$$= 1/2 x^{-1/2} y^{1/2} dx + 1/2 x^{1/2} y^{-1/2} dy = 0$$

أو

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{f_x}{f_y} = \frac{y}{x} = TMS$$

ملاحظة :

على طول منحنى السواء (من اليسار الى اليمين) يلاحظ تناقص المعدل الحدي للحلال.

مثال 2 : تأخذ دالة المنفعة لمستهلك ما الشكل التالي :

$$U = x^{1/2} y^{1/2}$$

على منحنى السواء  $U = 2$  توجد النقطة  $A(x_A, y_A)$  إذا ازداد  $x$  بالكمية  $dx_A$

انطلاقاً من  $A$  (على منحنى السواء  $U = 2$ ) :

1 - حدد المعدل الحدي للحلال (TMS) ما بين  $A$  والنقطة  $B$  المحصل

عليها بعد الزيادة في  $x$

- 2 - بأي قيمة يُقدر TMS في النقطة A إذا كانت الكمية  $\Delta x$  ضئيلة جدا؟
- 3 - ماهو المقابل الرياضي للجواب السابق.

الجواب :

إذا كانت  $U = 2$  يمكن كتابة الدالة على شكل

$$2 = x^{1/2} y^{1/2}$$

أو

$$y = 4/x$$

- 1 - تكون الأزواج التي تميز النقاط A و B كالتالي :

$$A(x_A, y_A) \text{ و } B(x_A + \Delta x, 4/(x_A + \Delta x))$$

وباستعمال تعريف TMS يمكن كتابة

$$TMS = \frac{\frac{4}{x_A + \Delta x} - \frac{4}{x_A}}{x_A + \Delta x - x_A} = \frac{4}{x_A^2 + x_A \Delta x}$$

- 2 - إذا كان  $\Delta x$  ضئيل جدا يُقدر TMS كالتالي :

$$TMS = 4/x_A^2$$

- 3 - يكون ميل منحنى السواء

$$\frac{dy}{dx} = - TMS = - \frac{4}{x^2}$$

### 1 - 3 - توازن المستهلك :

تتطلب نظرية سلوك المستهلك من فرضية وجود دخل محدود لدى المستهلك. ويبحث هذا الأخير على التوزيع الأمثل لدخله في شراء السلع المختلفة.

يكون الهدف الأساسي ممثلاً في تعظيم المنفعة شريطة أن جمع النفقات لا يتجاوز مستوى الدخل.

### 1 - 3 - 1 - القيد الميزاني للمستهلك:

يتميز المستهلك بدخل معين ويمثل هذا الدخل قيد لتعظيم المنفعة، فيما

يخص سلعتين  $X$  و  $Y$  :

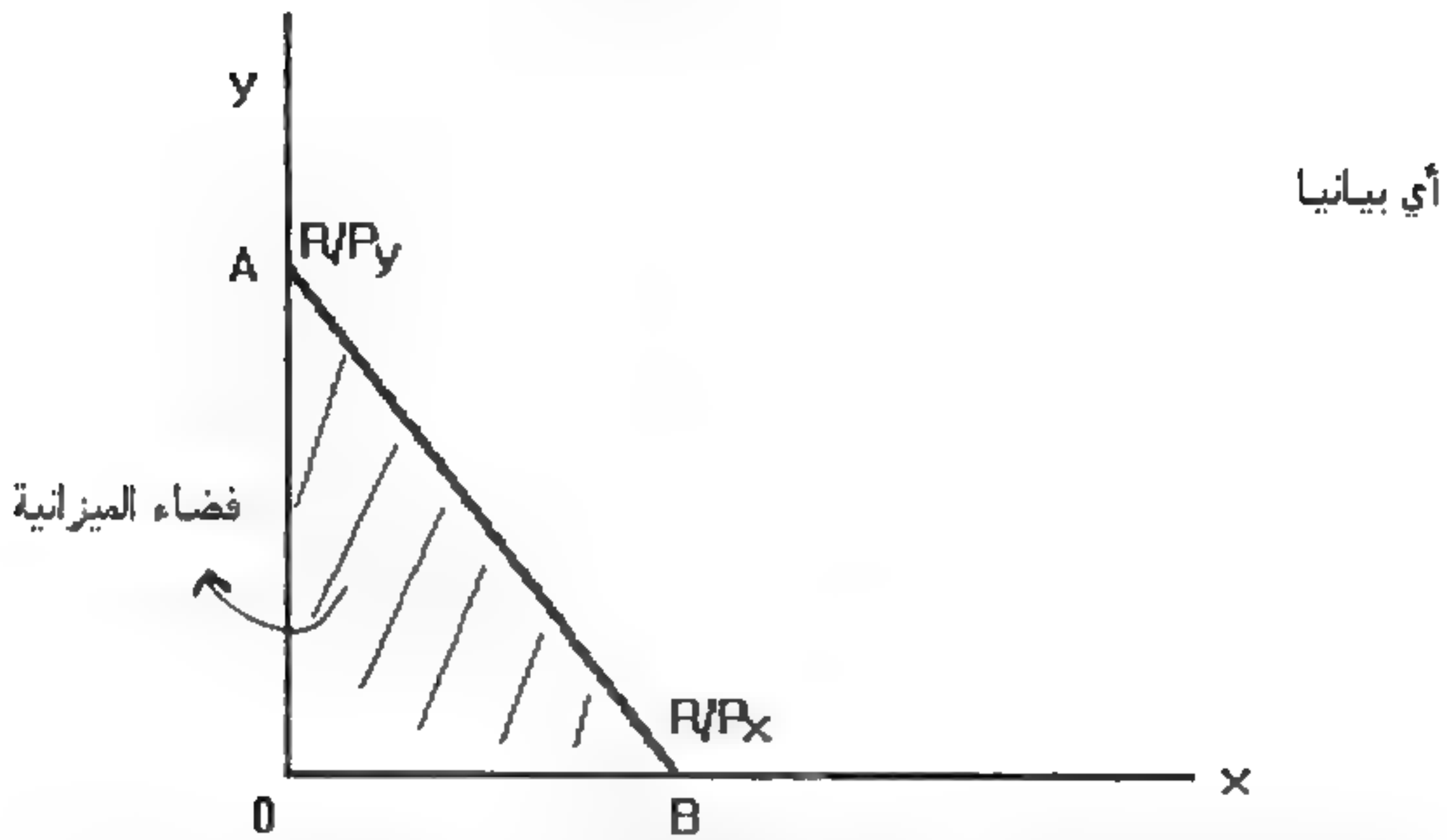
يكتب القيد على شكل :

$$R = P_x x + P_y y$$

وحيث أن الدخل يعتبر ثابتاً في الفترة المدروسة سوف يكتب القيد على

شكل :

$$y = \frac{1}{P_y} R - \frac{P_x}{P_y} x$$



إذا اختار المستهلك شراء  $X$  فقط فينفق الدخل  $R$  ويحصل على الكمية  $oA$ . وإذا اختار العكس فينفق  $R$  على  $Y$  ويحصل على الكمية  $oB$ . انطلاقا من دالة القيد الميزاني أو من الرسم يلاحظ أن ميل الخط الميزاني يكتب على شكل :

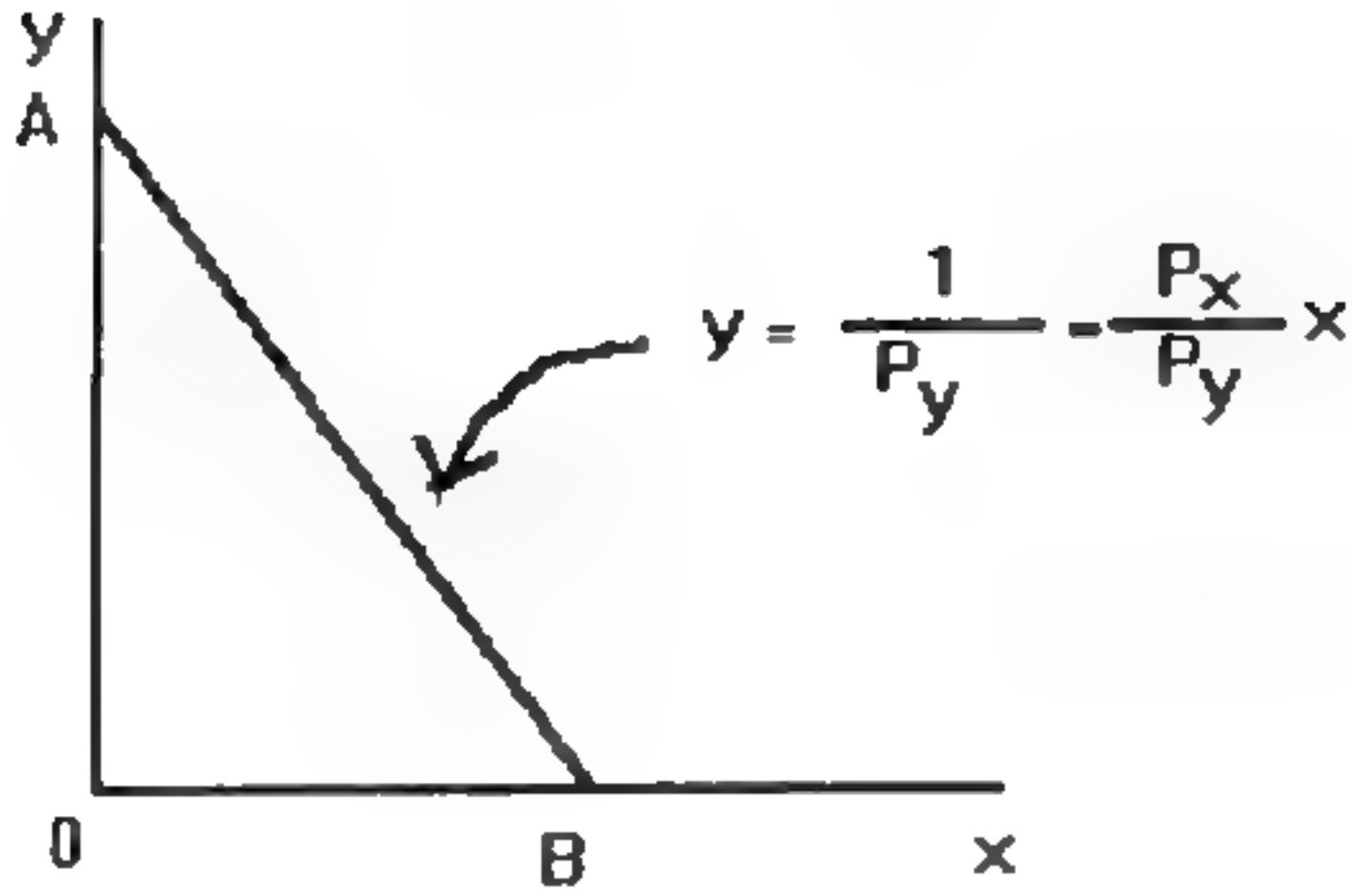
$$\frac{dy}{dx} = \frac{oA}{oB} = - \frac{P_x}{P_y}$$

تعريف :

يمثل الخط الميزاني جميع المجموعات من السلع التي يمكن شراؤها إذا كان الدخل منفقا بأكمله.

a - انتقال الخط الميزاني (تغير في الدخل):

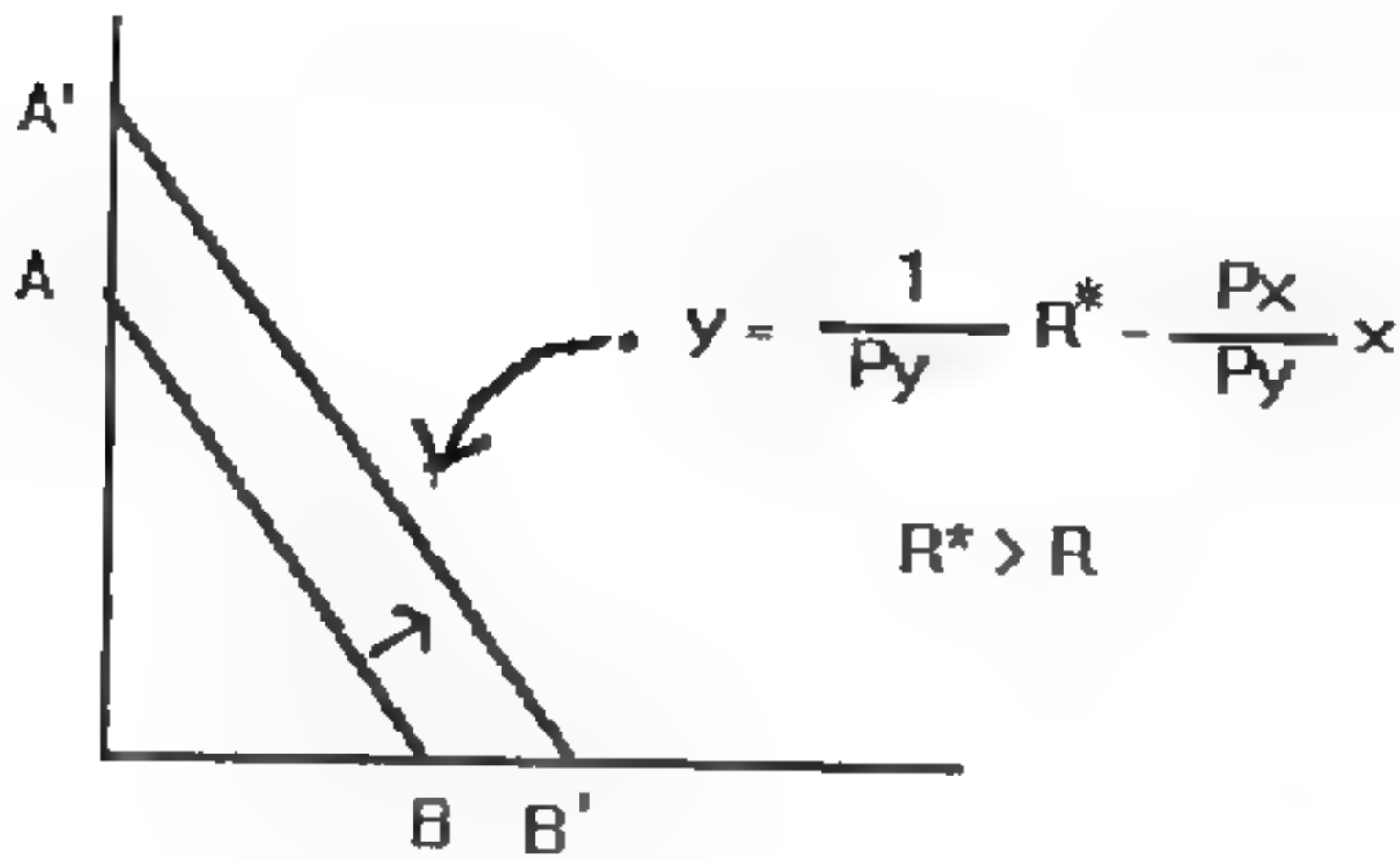
اعتبر البيان التالي



افترض ان دخل المستهلك يزداد من  $R$  الى  $R^*$  فتكتب دالة القيد الجديدة على شكل:

$$y = \frac{1}{P_y} R^* - \frac{P_x}{P_y}x$$

وبحيث ان  $R^* > R$  هذا يعني ان الخط الجديد يأخذ الشكل التالي :



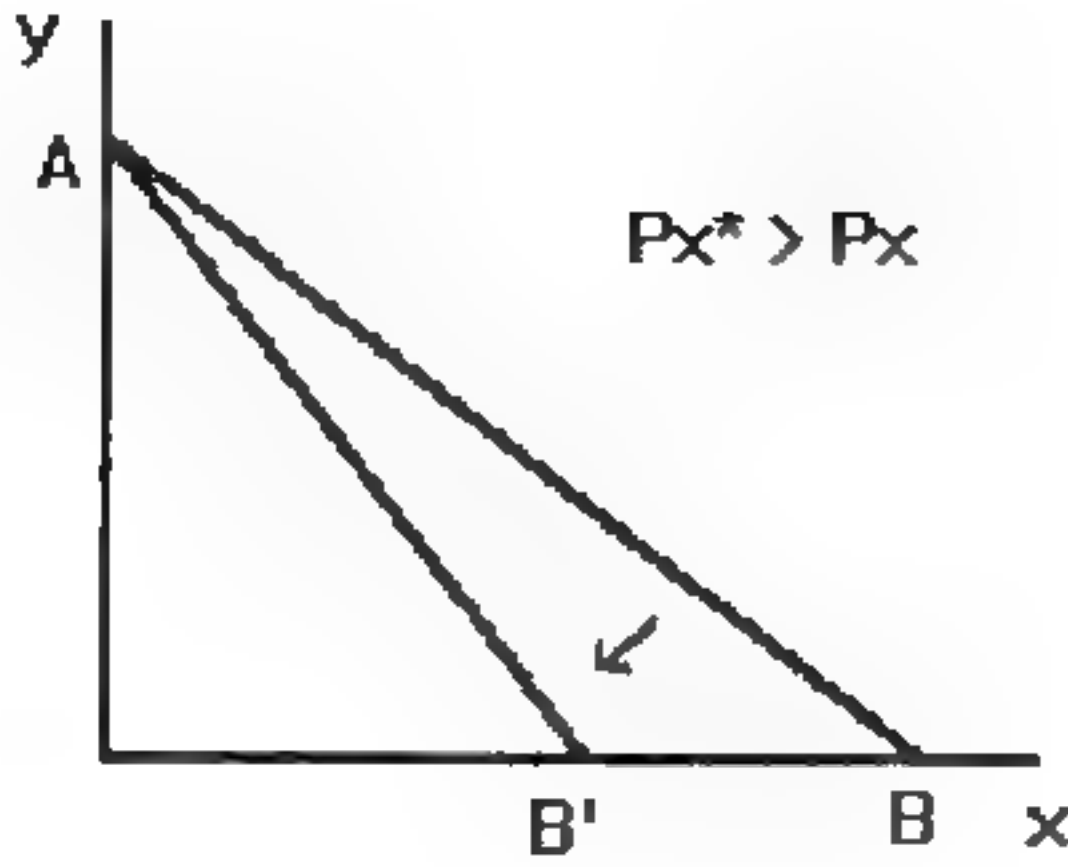
### ملاحظة:

إذا تغير الدخل بينما بقيت الاسعار ثابتة يكون الخط الميزاني الجديد ممثلاً في خط متوازي مع الخط الاصلي.  
إذا ازداد الدخل يكون الخط الجديد على يمين الخط الاصلي وإذا انخفض الدخل يكون الخط الجديد على يسار الخط الاصلي.

### b - انتقال الخط الميزاني (تغير في سعر) :

اعتبر البيان الاصلي وافترض ان سعر السلعة X يزداد بكمية معينة، تظهر هذه الحالة في البيان التالي .





يستطيع المستهلك ان يشتري الكمية  $OA$  من  $y$  بحيث أن سعر  $y$  والدخل  $R$  لن يتغيرا. لكن أصبح  $x$  أغلى من السابق والخط الميزاني ينتقل من  $AB$  الى  $AB'$ .

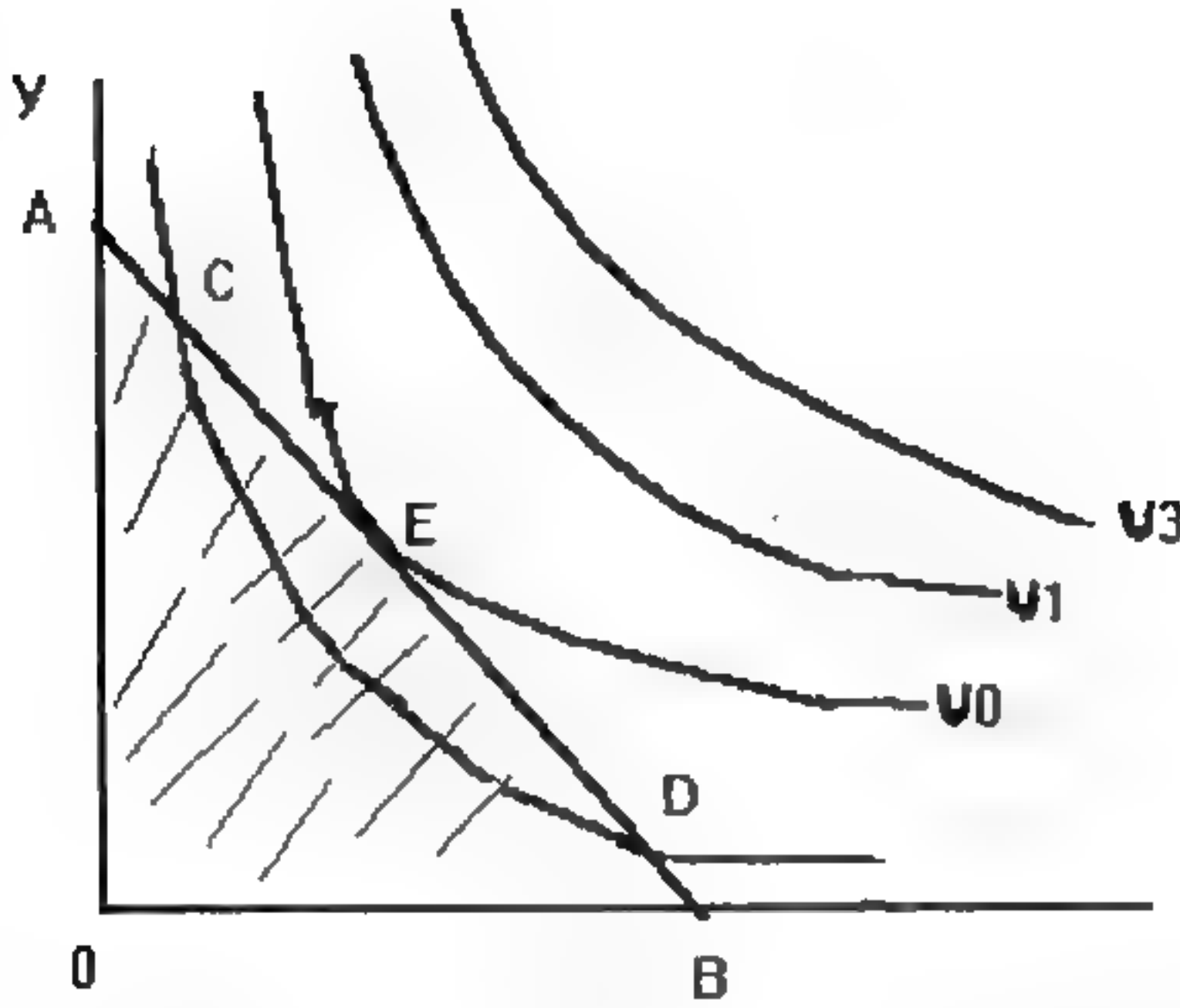
### خلاصة :

يؤدي التغير في دخل المستهلك الى انتقال متوازي للخط الميزاني ،  
بينما يؤدي تغير في سعر  $x$  الى دوران الخط الميزاني حول  $A$ .

### 1 - 2 - 3 - نقطة توازن المستهلك :

تُشير خريطة السواء لمستهلك معين الى ترتيب كل المجموعات من السلع التي يواجهها . بينما يحدد الفضاء الميزاني إمكانية شراء (أو استهلاك) المجموعات المعنية بالامر.

اعتبر البيان التالي



بحيث أن المستهلك العقلاني ينوي تعظيم منفعة او رفاهيته تكون المسألة المطروحة عبارة عن اختيار المجموعة ذات اكبر منفعة بشرط ان تلك المجموعة تقع داخل الفضاء الميزاني.

يتكون الفضاء الميزاني من المثلث  $OAB$  حيث أي نقطة خارج المثلث تكون غير موفرة للمستهلك. تكون اي نقطة تحت الخط  $AB$  متوفرة للمستهلك لكن يستطيع هذا الاخير ان يوجد دائما نقطة اخرى ذات منفعة اكبر. لهذا يحتوي اختيار المستهلك على ايجاد نقطة توازنه على الخط  $AB$ .

أفترض ان المستهلك يختار النقطة  $D$  (النقطة  $C$ ) . على يمين  $D$  (على يسار  $C$ ) تكون المنفعة منخفضة لكن على يسار  $D$  (على يمين  $C$ ) يستطيع المستهلك ان يحصل على اكبر منفعة (ينتقل الى منحنى سواء في احسن

ترتيب). بهذه الفكرة ينتقل او يختار المستهلك النقطة E حيث تمثل E نقطة التوازن باعتبار تفضيلات المستهلك، اسعار السلع ودخله. يطمح المستهلك الى تعظيم المنفعة باعتبار الدخل واسعار السلع أي :

$$\max U = f(x, y)$$

و

$$R - P_x x - P_y y = 0$$

تكتب دالة لغرنج على شكل

$$L = f(x, y) + \lambda (R - P_x x - P_y y)$$

وتكتب شروط المرتبة الاولى لتعظيم المنفعة على شكل :

$$L_x = f_x - \lambda P_x = 0 \quad (1)$$

$$L_y = f_y - \lambda P_y = 0 \quad (2) \quad 1 - 4$$

$$L_\lambda = R - P_x x - P_y y = 0 \quad (3)$$

يؤدي اعتبار المعادلات (1) و (2) الى :

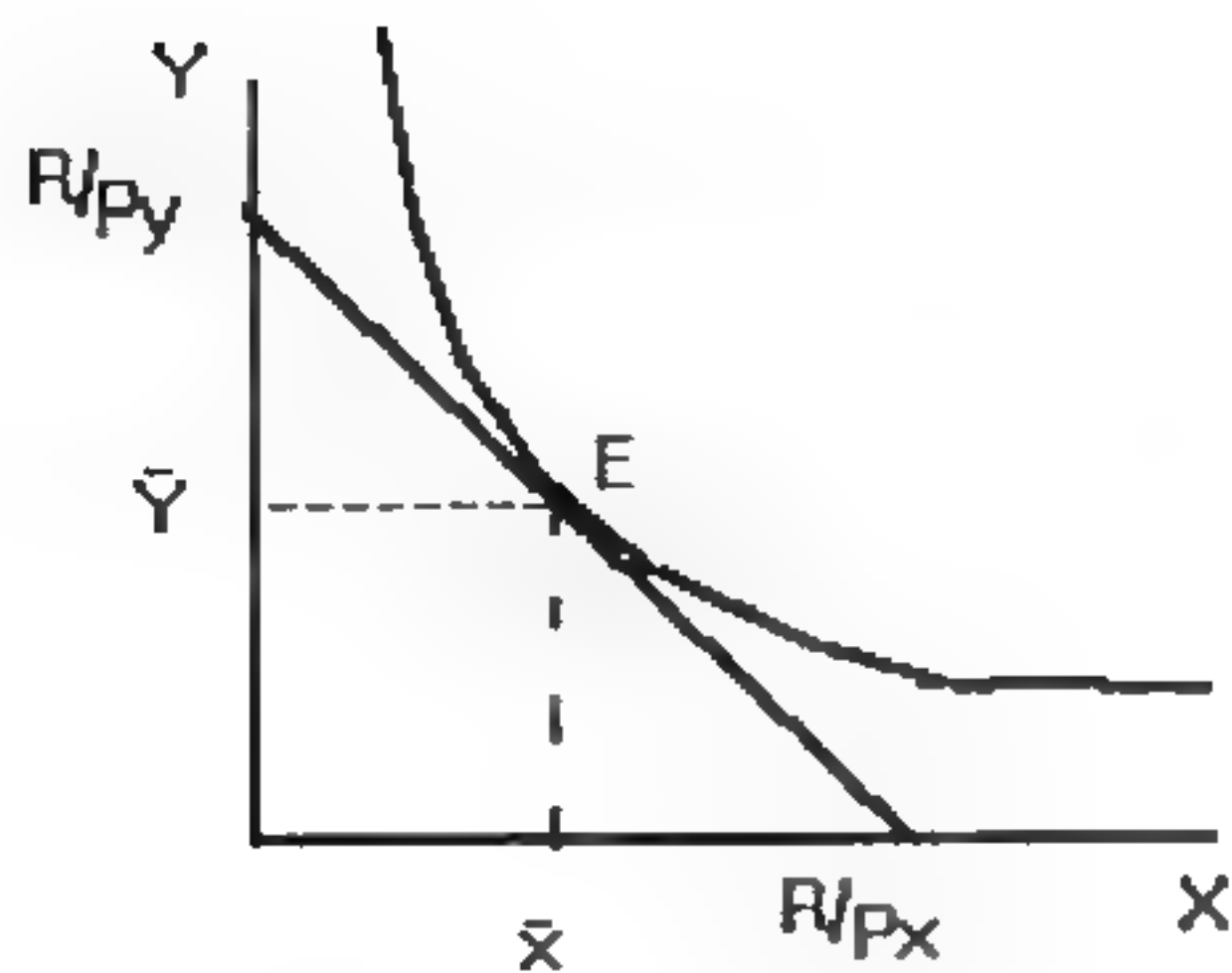
$$\frac{f_x}{f_y} = \frac{P_x}{P_y} = \text{TMS}$$

ويؤدي حل جملة المعادلات 1 - 4 الى قيم التوازن  $\bar{x}$  ,  $\bar{y}$  و  $\bar{\lambda}$  .

### ملاحظة :

تكون نقطة توازن المستهلك، اي النقطة المميزة بأكبر منفعة ممكنة بدخل محدد، متميزة يتساوي نسبة الاسعار والمعدل الحدي للحال.

توازن المستهلك



تفسير معامل لعرج  $\lambda$

بما ان النقطة القصوى تكتب على شكل

$$\bar{L} = f(\bar{x}, \bar{y}) + \bar{\lambda} [ ( R - g(\bar{x}, \bar{y}) ) ]$$

حيث  $g(\bar{x}, \bar{y}) = P_x \bar{x} + p_y \bar{y}$

يمكن تحليل تغير  $\bar{L}$  الناتج عن تغير  $R$  باعتبار  $\bar{x}$  ,  $\bar{y}$  و  $\bar{\lambda}$  كدوال لـ  $R$  اي

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{L}}{dR} &= f_x \frac{d\bar{x}}{dR} + f_y \frac{d\bar{y}}{dR} + [R - g(\bar{x}, \bar{y})] \frac{d\bar{\lambda}}{dR} + \bar{\lambda} \left( 1 - g_x \frac{d\bar{x}}{dR} + g_y \frac{d\bar{y}}{dR} \right) \\ &= (f_x - \lambda g_x) \frac{d\bar{x}}{dR} + (f_y - \lambda g_y) \frac{d\bar{y}}{dR} + (R - g(\bar{x}, \bar{y})) \frac{d\bar{\lambda}}{dR} + \bar{\lambda} \end{aligned}$$

بما ان العبارات بين قوسين تقيم في النقطة المثلى اي ان هذه العبارات تساوي الصفر عند النقطة المثلى يمكن كتابة :

$$\frac{d\bar{L}}{dR} = \bar{\lambda} \quad 1 - 5$$

يمثل  $\bar{\lambda}$  المنفعة الحدية للدخل أو منفعة آخر وحدة نقدية منفقة على السلعة المدروسة.

مثال: تكتب دالة المنفعة لمستهلك معين على شكل  $U = 5xy$  إذا كان دخل المستهلك يساوي 20 وأسعار  $X$  و  $Y$  تساوي 1 و 2 على التوالي :

- 1 - اوجد نقطة التوازن.
- 2 - ادرس العلاقة بين نسبة الاسعار والمعدل الحدي للحل.
- 3 - فسر معنى المعامل  $\lambda$  في هذه الحالة.
- 4 - فسر معنى المعدل الحدي للحل.
- 5 - اثبت ان منحنى السوي محدب نحو نقطة الاصل في ضواحي نقطة التوازن.

### الجواب

$$L(x, y, \lambda) = 5xy + \lambda(20 - x - 2y) - 1$$

$$L_x, L_y, L_\lambda = 0 \rightarrow \bar{x} = 10$$

$$\bar{y} = 5 \quad \bar{\lambda} = 25$$

$$U_x = 5y$$

$$U_y = 5x$$

$$\frac{U_x}{U_y} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{1}{2} = \frac{y}{x}$$

3 - ارتفاع الدخل بوحدة واحدة سوف يؤدي الى ازدياد المنفعة الكلية بـ 25 .

4 - تعوض وحدة من  $y$  بوحدين ( $TMS = 1/2$ ) من  $x$  بدون ان تتغير المنفعة الكلية.

5 - ليكون منحنى السواء محدب نحو نقطة الاصل يجب على مشتقة  $TMS$  بالنسبة لـ  $x$  أن تكون سالبة ، أي :

$$\frac{dTMS}{dx} = \frac{\partial TMS}{\partial x} + \frac{\partial TMS}{\partial y} \frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{x^2} < 0$$

#### 1 - 4 - نظرية الطلب الفردي :

تشير دالة الطلب لمستهلك ما الى كمية سلعة معينة التي يشتريها هذا المستهلك عندما يعتبر دخله واسعار السلع ككل. وقبل التطرق الى دالة طلب المستهلك نتطرق الدراسة بتحليل اثر تغير الدخل النقدي واثر تغير السعر.

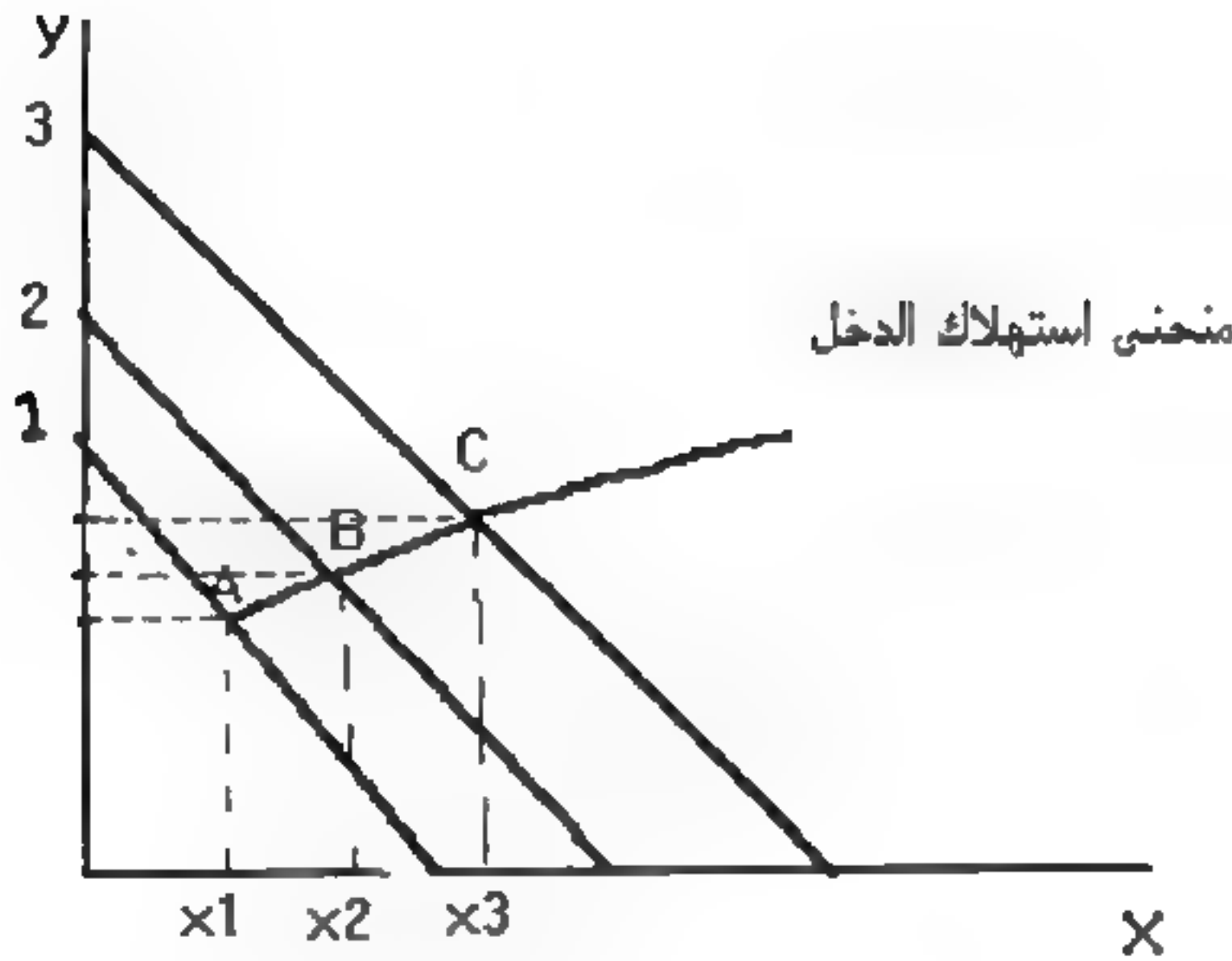
#### 1 - 4 - 1 - تغير الدخل النقدي :

في العموم يؤدي تغير في الدخل النقدي الى تغير في كميات السلع المستهلكة، وفي هذا الاطار يؤدي الاتفاع في الدخل الى ازدياد في

الكميات المستهلكة ، بينما يؤدي الإنخفاض في الدخل الى انخفاض في الكميات المستهلكة.

اعتبر ان دخل المستهلك قد يرتفع من  $R_1$  في الوقت  $t_1$  الى  $R_2$  و  $R_3$  في الفترات  $t_2$  و  $t_3$  بينما تبقى الاسعار ثابتة. فالخط الميزاني ينتقل الى اليمين وهذا راجع لشرائه أكبر كميات من  $X$  و  $Y$  (اذا كان يشري  $X$  و  $Y$  فقط) .

اعتبر البيان التالي



تكون دوال المنحنيات 1 ، 2 و 3

$$R_1 = P_x x + P_y y \quad (y = (1/P_y) R_1 - (P_x/P_y)x)$$

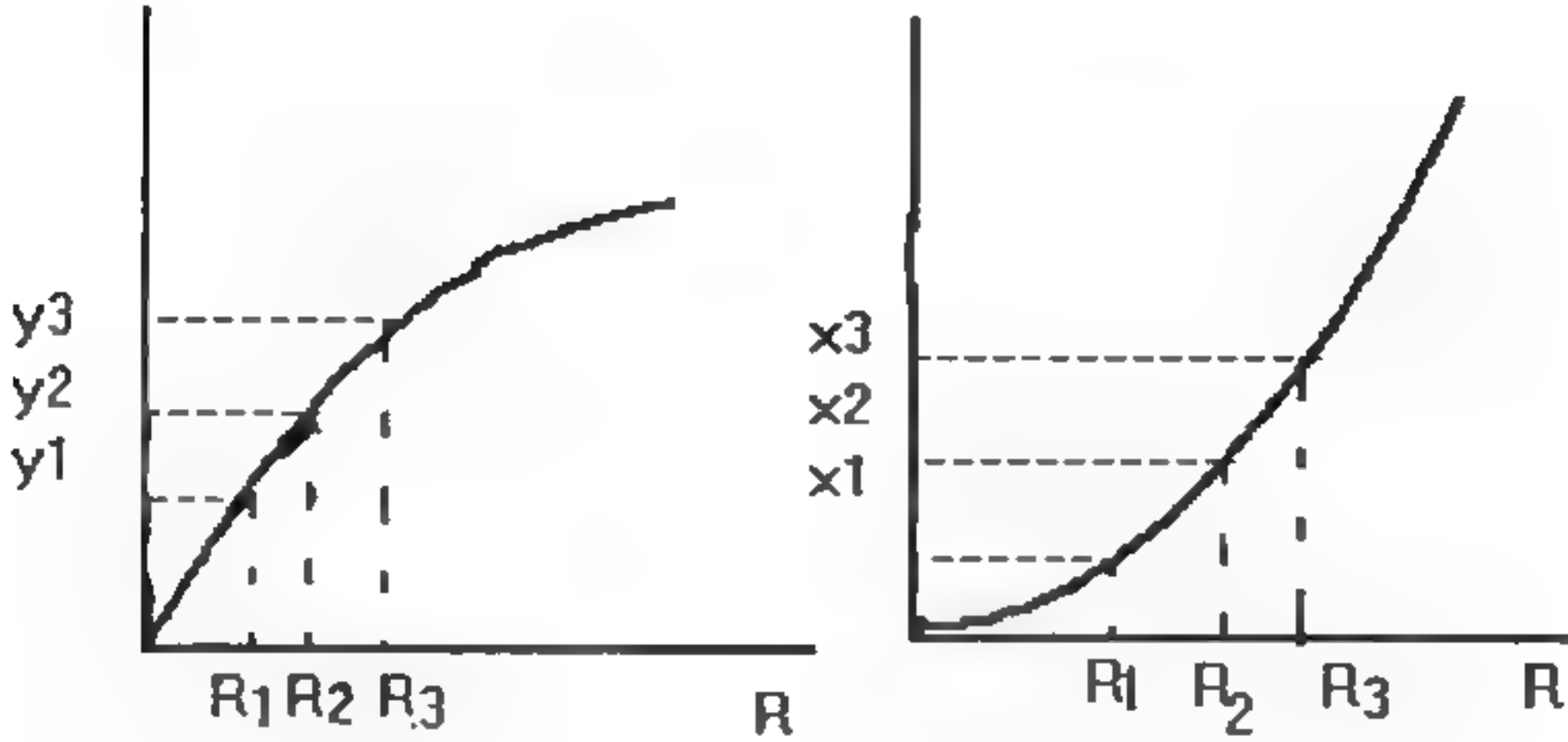
$$R_2 = P_x x + P_y y \quad (y = (1/P_y) R_2 - (P_x/P_y)x)$$

$$R_3 = P_x x + P_y y \quad (y = (1/P_y) R_3 - (P_x/P_y)x)$$

وتكون هذه المنحنيات متوازية حيث يتميز كل واحد منهم بنفس الميل  
.-  $P_x/P_y$



يشير المنحنى الذي يربط بين النقاط  $A$  ,  $B$  و  $C$  بمنحنى استهلاك الدخل. ويوضح هذا المنحنى اثر الدخل كلما تغير هذا الاخير مع ثبات الاسعار وتفضيلات المستهلك. انطلاقا من منحنى استهلاك الدخل ، تبني ما يسمى بمنحنيات انجل:



### تعريف :

يمثل منحنى انجل دالة تربط بين الكميات للمستهلكة في التوازن ومستوى الدخل.

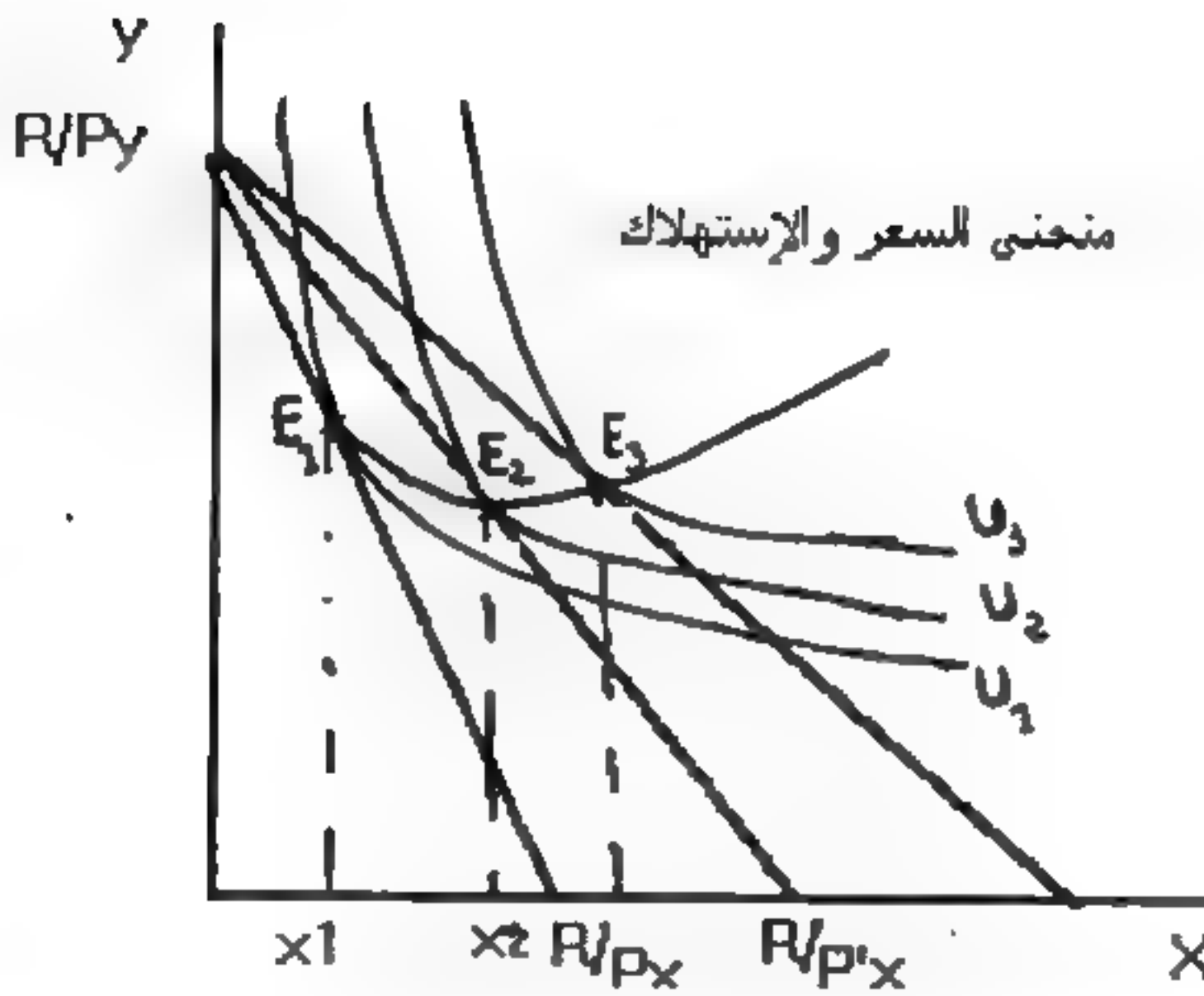
### ملاحظة:

يشير البيان على اليسار الى معدل تزايد  $y$  اقل من معدل تزايد الدخل  $R$  ولذلك يكاد  $y$  ان يمثل سلعة لازمة (غذائية) ، بينما يكاد  $x$  (البيان على اليمين) ان يمثل سلعة كمالية.

#### 1 - 4 - 2 - تغير السعر :

اعتبر الآن ان سعر  $Y$  ودخل المستهلك يبقيان ثابتين ، بينما سعر  $X$  ينخفض من  $P_x$  الى  $P'_x$  واخيرا الى  $P''_x$  . تظهر هذه الحالة في البيان التالي.

#### منحنى السعر والاستهلاك



يكون المستهلك في توازن عند النقطة  $E_1$  . بعد انخفاض سعر  $X$  من  $P_x$  الى  $P'_x$  بدور الخط الميزاني حول النقطة  $A$  وتتحول نقطة التوازن الى  $E_2$  ونتم نفس العملية (الانتقال من  $E_2$  الى  $E_3$ ) بعد انخفاض سعر  $X$  من  $P'_x$  الى  $P''_x$ .

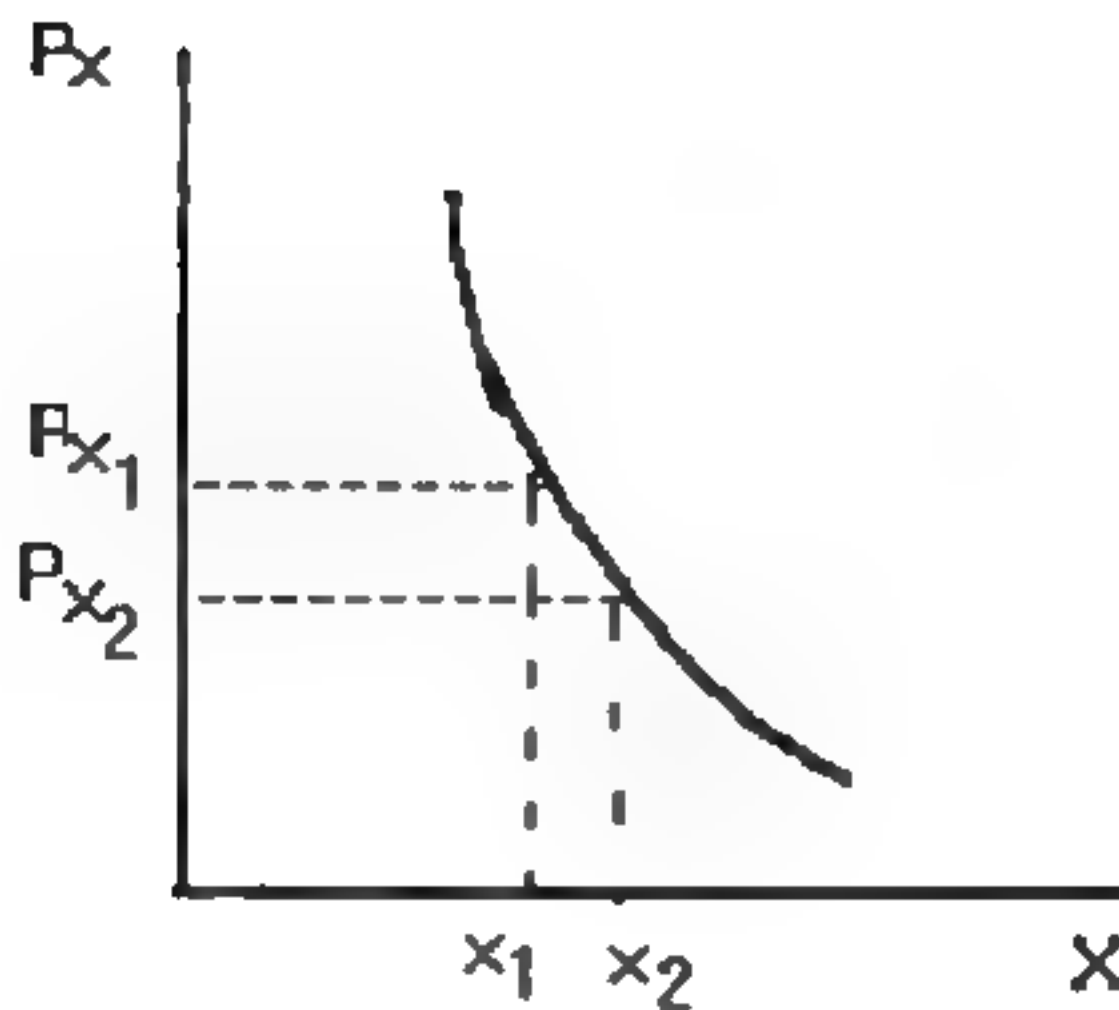
#### تعريف:

يمثل منحنى السعر والاستهلاك مجموعة نقاط توازن المستهلك عندما تتغير نسبة الاسعار بينما يبقى الدخل النقدي ثابتا.

### 1 - 4 - 3 - اشتقاق دالة الطلب الفردي :

يشتق منحنى طلب سلعة معينة من قبل مستهلك ما من منحنى السعر والاستهلاك كما اشتق منحنى انجلى من منحنى استهلاك الدخل.  
انطلاقاً من منحنى السعر والاستهلاك يمكن إيجاد الأزواج  $(x_i, P_i)$  التي تشير إلى الكمية المستهلكة  $x_i$  المرتبطة بالسعر  $P_i$  وهذا يؤدي إلى رسم البيان التالي :

#### منحنى الطلب الفردي



تشير دالة الطلب الفردي إلى العلاقة العكسية التي توجد بين سعر سلعة معينة والكميات المطلوبة من هذه السلعة وهذه الحالة تحقق ما يسمى بقانون الطلب (العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة).  
في العموم تشتق دالة الطلب الفردي من تحليل تعظيم دالة المنفعة.

إذا اعتبرت دالة المنفعة  $U = x y$

والقيد الميزاني

$$R - P_x x - P_y y = 0$$

يؤدي تعظيم المنفعة الى

$$L = x y + \lambda (R - P_x x - P_y y)$$

$$L_x = y - \lambda P_x = 0$$

$$L_y = x - \lambda P_y = 0$$

$$L_\lambda = R - P_x x - P_y y = 0$$

إذا افترض ان شروط الدرجة الثانية قد تكون محققة تكتب دوال الطلب على شكل

$$x = \frac{R}{2P_x} \quad y = \frac{R}{2P_y}$$

ملاحظة :

توجد علاقة عكسية بين الطلب على  $X$  ( على  $Y$  ) وسعر  $X$  (سعر  $Y$ ).

خاصية دوال الطلب :

تكون دوال الطلب متجانسة من الدرجة صفر بالنسبة للأسعار والدخل او بعبارة اخرى يكون المستهلك غير خاضع "للوهم النقدي" (إذا تغيرت الاسعار و الدخل بنفس النسبة يبقى مستوى الطلب بدون تغيير).

## 1 - 5 - اثر الاحلال واثـر الدخل :

انطلاقا من نظرية سلوك المستهلك (النيوكلاسيكي) وجد ان ميل منحني الطلب لمستهلك فردي يكون في العموم سالبا، تتغير الكميات المطلوبة تغيرا عكسيا بالنسبة لتغير السعر.

بتحليل أدق يكون تغير في سعر السلعة  $X$  له تأثير مزدوج.

### اولا:

تغير  $P_x$  يؤدي الى تغير في السعر النسبي الذي يستعمل من طرف المستهلك لمقارنة اسعار السلع التي يواجهها ويؤدي تغير السعر النسبي الى ما يسمى باثر الاحلال.

### ثانيا:

تغير  $P_x$  يؤدي الى تغير في الدخل الحقيقي للمستهلك، او في تغير قدرته الشرائية. اذا انخفض  $P_x$  و بقيت الاسعار الاخرى ودخل المستهلك ثابتة فقد يرتفع الدخل الحقيقي بحيث ان المستهلك يستطيع شراء اكثر كميات من السلع. يؤدي التغير في الدخل الحقيقي الى ما يسمى باثر الدخل.

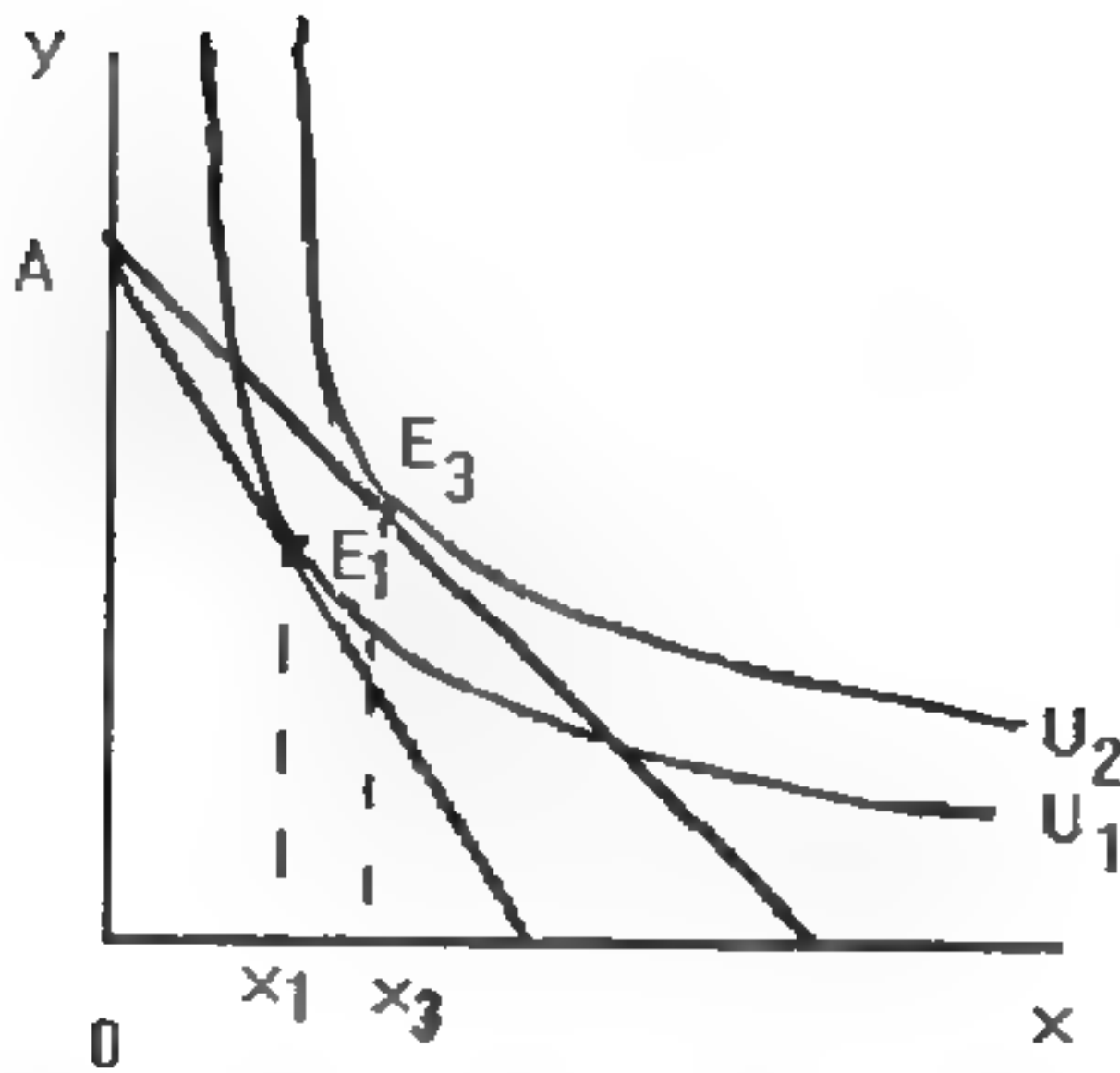
## 1 - 5 - 1 - الاثر الكلي

عندما يتغير سعر سلعة بينما تبقى الاسعار الاخرى والدخل ثابتة يتحول المستهلك الى نقطة توازن جديدة. في ظروف عادية يؤدي انخفاض السعر

الى شراء كميات إضافية من السلعة ويؤدي ارتفاع السعر الى شراء اقل كمية .

الاثـر الكلي: يساوي الاثر الكلي لتغير سعر سلعة التغير الكلي للكميات المطلوبة (او المستهلكة) عندما يتحول المستهلك من نقطة توازن اصلية الى نقطة توازن جديدة بعد تغير في سعر السلعة المدروسة.

اعتبر البيان التالي

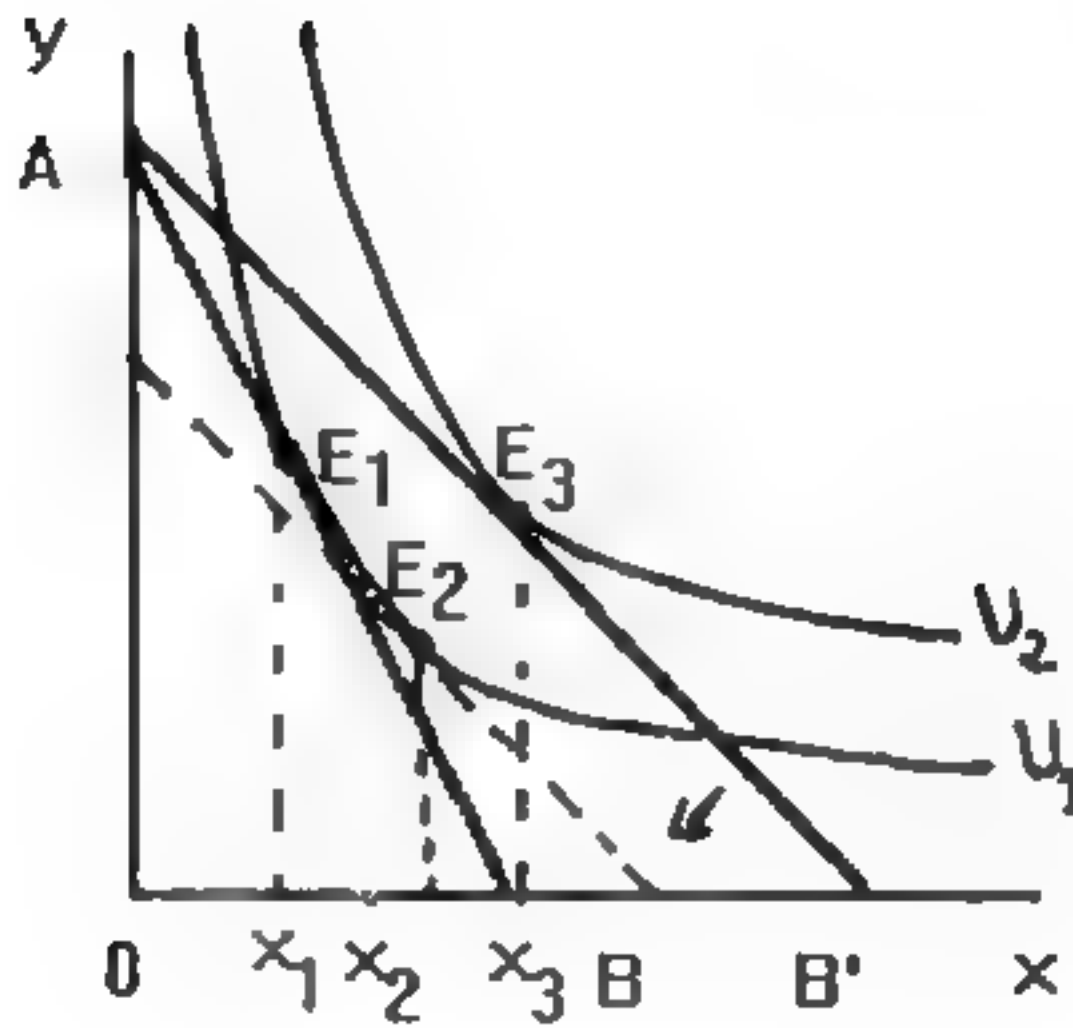


يكون المستهلك في توازن في النقطة  $E_1$  بعد انخفاض سعر  $x$  ينتقل المستهلك الى النقطة  $E_3$  حيث يحصل على اكبر منفعة . يشير البيان الى مستوى الاثر الكلي وهذا الاخير يساوي  $(OX_3 - OX_1)$  اي ارتفاع الكمية المستهلكة من  $x$  بـ  $\Delta x$  .

## a - اثر الاحلال (سلعة عادية)

من الناحية النظرية يمكن تقسيم الاثر الكلي الى قسمين اي اثر احلال زائد  
اثر الدخل.

اعتبر البيان التالي



بعد انخفاض  $P_x$  ينتقل المستهلك من  $E_1$  الى  $E_3$  ، لكن اذا افترض ان  
انخفاض  $P_x$  يليه انخفاض في الدخل  $R$  الذي يؤدي المستهلك الى البقاء  
على نفس منحنى السواء، فالمستهلك يصل الى التوازن في النقطة  $E_2$   
(انخفاض الدخل يمثل بانتقال الخط  $AB'$  نحو اليسار).

اثر الاحلال : يساوي اثر الاحلال التغير في الكمية المطلوبة الناتج عن  
تغير في السعر بعد تعويض لتغير الدخل الحقيقي او بعبارة اخرى يساوي  
اثر الاحلال تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير السعر عندما يتم انتقال  
المستهلك على نفس منحنى السواء.



**b - أثر الدخل (الناتج عن تغير السعر) :**

لتحديد اثر الاحلال يفترض ان التنقل يحدث على نفس منحنى السواء لكن التغير الكلي للكمية المطلوبة الناتج عن تغير في السعر يؤدي دائما الى الانتقال الى منحنى سواء جديد .

يمثل الانتقال من  $E_1$  الى  $E_3$  (البيان السابق) الاثر الكلي ويمثل كذلك الانتقال من  $E_1$  الى  $E_2$  ما يسمى بأثر الاحلال . اذا كان المستهلك على النقطة  $E_2$  واسترجع دخله الاصلي  $R$  فينتقل مباشرة الى  $E_3$  . في هذا الاطار الانتقال من  $E_2$  الى  $E_3$  يمثل اثر الدخل الناتج عن تغير في السعر .

**اثر الدخل :** يساوي اثر الدخل الناتج عن تغير في السعر تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير الدخل الحقيقي فقط (تكون كل الاسعار الاخرى والدخل النقدي ثابتة).

**ملاحظة:**

ينقسم الاثر الكلي الى قسمين :

اثر الاحلال :  $(OX_2 - OX_1)$

اثر الدخل :  $(OX_3 - OX_2)$

## 1 - 5 - 2 - سلع عادية :

يؤدي تحليل الدراسة السابقة الى النتيجة التالية:

انخفاض في سعر السلعة يمثل ازديادا في الدخل الحقيقي ويؤدي الى ازدياد الكمية المطلوبة من السلعة. ويستنتج ان تغير الكمية المطلوبة وتغير الدخل الحقيقي لهما نفس الاتجاه.

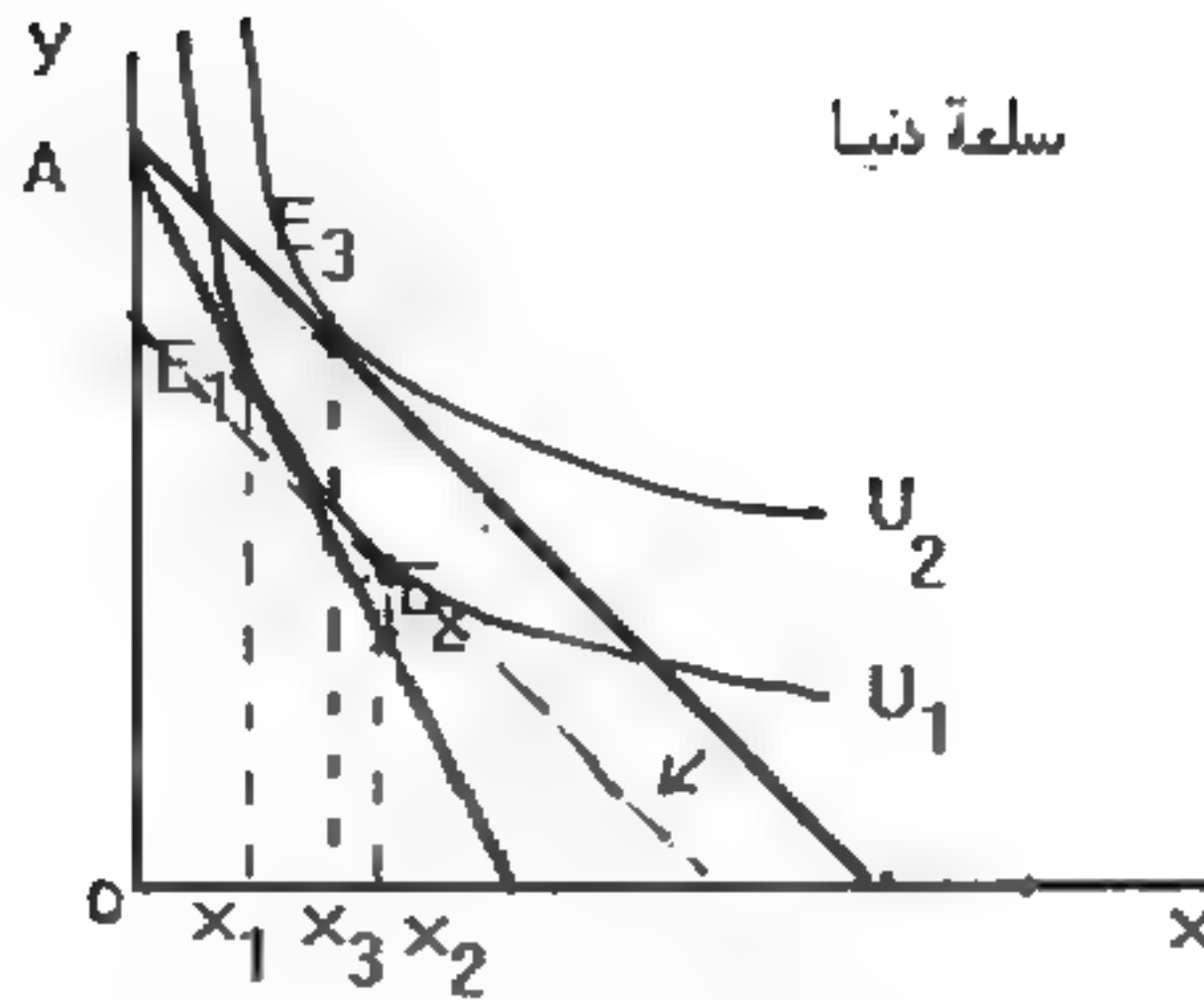
السلعة العادية : تدعى سلعة ما بسلعة عادية اذا كانت الكمية المطلوبة تتغير بنفس الاتجاه كالدخل الحقيقي .

في حالة سلعة عادية يكون اثر الاحلال مدعما من طرف اثر الدخل : انخفاض في السعر يؤدي الى ازدياد في الكمية المطلوبة عبر اثر الاحلال وكذلك عبر اثر الدخل. لذلك في حالة سلعة عادية تتغير الكمية المطلوبة تغيرا عكسيا بالنسبة لتغير السعر.

## 1 - 5 - 3 - سلع دنيا وقيفن : (Giffen)

في اغلب الدراسات الميدانية يوجد ان أثر الدخل يدعم اثر الاحلال لكن في بعض الاحيان ازدياد في الدخل الحقيقي يؤدي الى انخفاض في الكمية المطلوبة من سلعة ما.

اعتبر البيان التالي :

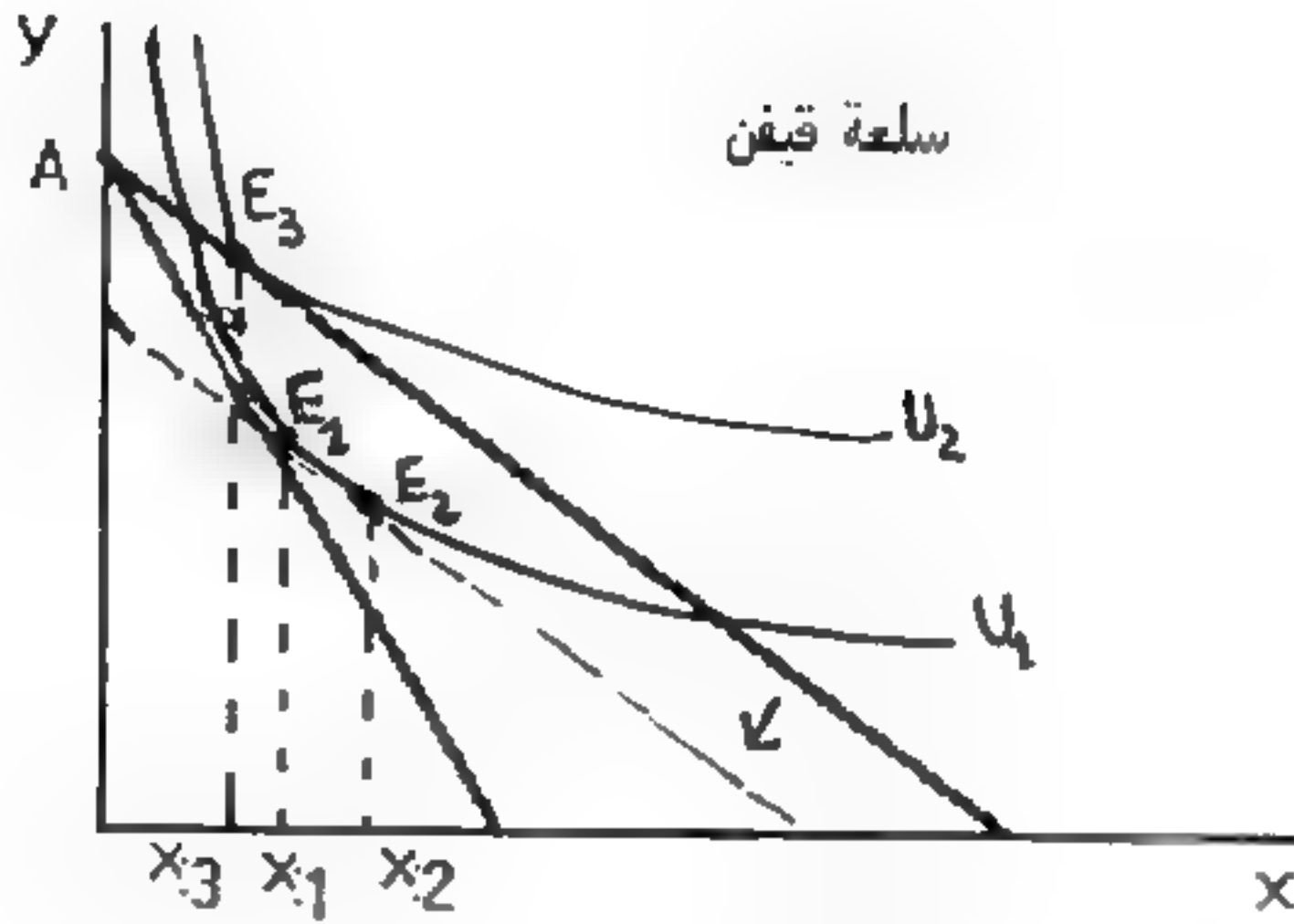


- يكون المستهلك في توازن على النقطة  $E_1$  وانخفاض في سعر  $x$  يؤدي المستهلك الى النقطة  $E_3$ . لكن دراسة الانتقال من  $E_1$  الى  $E_3$  تؤدي الى :
- اثر الاحلال يكون ممثلا في الانتقال من  $E_1$  الى  $E_2$  وارتفاع الكمية المطلوبة من  $OX_1$  الى  $OX_2$ .
  - اثر الدخل يكون ممثلا في الانتقال من  $E_2$  الى  $E_3$  وانخفاض الكمية المطلوبة من  $OX_2$  الى  $OX_3$ .

### الخلاصة:

يتميز اثر الدخل باتجاه عكسي بالنسبة لاثر الاحلال لكن اثر الاحلال يكون اقوى. هذه الحالة تميز ما يسمى بسلعة دنيا.

السلعة قيغن : تدعى سلعة ما بسلعة قيغن اذا كانت هذه السلعة سلعة دنيا وكان اثر الدخل اقوى من اثر الاحلال.



دراسة الانتقال من  $E_1$  الى  $E_3$ .

- يمثل الانتقال من  $E_1$  الى  $E_2$  اثر الاحلال ، ويمثل ارتفاع في الكمية المطلوبة من  $X$  بعد انخفاض  $P_x$ .

- يأخذ اثر الدخل اتجاه عكسي بحيث ان الارتفاع في الدخل الحقيقي ادى الى انخفاض الكمية المطلوبة (من  $OX_2$  الى  $OX_3$ ).

- وحسب البيان يتمثل الاثر الكلي في انخفاض مطلق في الكمية المطلوبة من  $X$  بعد انخفاض  $P_x$ .

مثال: اعتبر ان دالة المنفعة لمستهلك ما تكتب على شكل:

$$U = 5x^{1/2}y^{1/2}$$

اذا كانت اسعار السلع  $X$  و  $Y$  ودخل المستهلك تساوي على التوالي 2، 2، 16

1 - اوجد الكميات من  $X$  و  $Y$  التي تحقق اقصى اشباع (منفعة).

2 - في حالة انخفاض سعر  $X$  بوحدة نقدية ماهي الضريبة المباشرة التي

تفرض على المستهلك حتى يبقى على نفس منحنى السواء.

## الجواب

1 - تعظيم المنفعة تحت القيد الميزاني.

$$L = 5x^{1/2}y^{1/2} + \lambda (16 - 2x - 2y)$$

$$L_x = 0$$

$$L_y = 0 \quad \text{-----} \rightarrow x = y = 4 \quad \text{و } U = 20$$

$$L_\lambda = 0$$

2 - بالنسبة للأسعار الجديدة يجب تقليل الدخل حتى يفترض على

المستهلك أن لا يتجاوز مستوى المنفعة 20

$$L = x + 2y + \lambda (20 - 5x^{1/2}y^{1/2}) \quad \text{أي}$$

و

$$\left[ \begin{array}{l} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_\lambda = 0 \end{array} \right] \Rightarrow x = \frac{8}{\sqrt{2}}, y = \frac{4}{\sqrt{2}}, R = 11.32$$

$$T = 16 - 11.31 = 4.69$$

1 - 6 - معادلة سلوتسكي

يؤدي تغير سعر سلعة إلى تأثير مزدوج أي أثر إحلال وأثر دخل في هذا الإطار تشير معادلة سلوتسكي إلى الأثر الكلي وتوضح قيمة كل أثر على توازن المستهلك.

## 1 - 6 - 1 - اشتقاق معادلة سلوتسكي :

إذا كان مستهلك ما يعظم منفعته  $U = f(x, y)$  تحت الشروط أن  $R = P_x x + P_y y$  تكتب شروط الدرجة الأولى على شكل :

$$f_x - \lambda P_x = 0 \quad 1 - 6$$

$$f_y - \lambda P_y = 0$$

$$R - P_x x - P_y y = 0$$

لقد يتغير توازن المستهلك إذا حدثت تغيرات في الأسعار أو الدخل لكن الكميات الجديدة تحقق دائما جملة المعادلات السابقة.

ولإيجاد قوة أثر تغير الأسعار والدخل على نفقات المستهلك اعتبر ان كل المتغيرات تتغير في نفس الوقت وهذا يرجع الى اخذ التفاضل الكلي للمعادلات السابقة أي :

$$f_{xx} dx + f_{xy} dy - P_x d\lambda - \lambda dP_x = 0$$

$$f_{yx} dx + f_{yy} dy - P_y d\lambda - \lambda dP_y = 0 \quad 1 - 7$$

$$- P_x dx - P_y dy - x dP_x - y dP_y + dR = 0$$

إذا استعملت المصفوفات واخذ بعين الاعتبار ان  $dP_x$  ,  $dP_y$  و  $dR$  تمثل متغيرات خارجية سوف تكتب جملة المعادلي السابقة على شكل

$$\begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} - P_x \\ f_{yx} & f_{yy} - P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ x dP_x + y dP_y - dR \end{bmatrix} \quad (1)$$

D                      Z                      =                      b                      أو

ويؤدي استعمال طريقة كرامر لحل جملة معادلات الى :

$$(1) dx = \frac{\lambda dP_x D_{11} + \lambda dP_y D_{21} + (x dP_x + y dP_y - dR) D_{31}}{|D|}$$

حيث  $|D|$  يمثل محدد المصفوفة  $D$  و  $D_{ij}$  يمثل المرافق الجبري للعنصر  $ij$  في المصفوفة الاصلية  $D$ .

و

$$(2) dy = \frac{\lambda dP_x D_{12} + \lambda dP_y D_{22} + (x dP_x + y dP_y - dR) D_{32}}{|D|}$$

بتقسيم المعادلة (1) على  $dP_x$  ,  $dP_y$  و  $dR$  على التوالي وباعتبار متغير وحيد في كل عملية سوف تكتب المعادلات التالية:

1 -  $P_y$  و  $R$  ثوابت

$$(3) \quad \frac{\delta x}{\delta P_x} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} + x \frac{D_{31}}{|D|}$$

2 -  $P_x$  و  $R$  ثوابت

$$(4) \quad \frac{\delta x}{\delta P_y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} + y \frac{D_{31}}{|D|}$$

3 -  $P_x$  و  $P_y$  ثوابت

$$(5) \quad \frac{\delta x}{\delta R} = - \frac{D_{31}}{|D|}$$

وباستعمال المعادلة (5) تكتب المعادلات (3) و (4) على شكل

$$(6) \quad \frac{\delta x}{\delta P_x} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} - x \frac{\delta x}{\delta R}$$

$$(7) \quad \frac{\delta x}{\delta P_y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} - y \frac{\delta x}{\delta R}$$



## التفسير الاقتصادي :

اعتبر تغير السعر  $P_x$  الذي يليه تغير في الدخل حتى يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء وهذا يعني أن :

$$f_x dx + f_y dy = 0$$

أو

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{f_x}{f_y}$$

كذلك لدينا في التوازن

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{f_x}{f_y} = \frac{P_x}{P_y} = TMS$$

$$P_x dx + P_y dy = 0 \quad \text{أي}$$

وبسبب هذه المعادلة تكتب المعادلة الثالثة من جملة المعادلات 7 - 1 على شكل :

$$x dP_x + y dP_y - dR = 0$$

ولذلك

$$(8) \quad \left( \frac{\delta x}{\delta P_x} \right)_{U=c} = \frac{\lambda D_{11}}{/D/}$$

تمثل العلاقة (8) اثر الاحلال أي بعبارة اخرى تشير هذه العلاقة الى تغير الكمية المستهلكة من X بعد تغير  $P_X$  وبقاء المستهلك على نفس منحنى السواء.

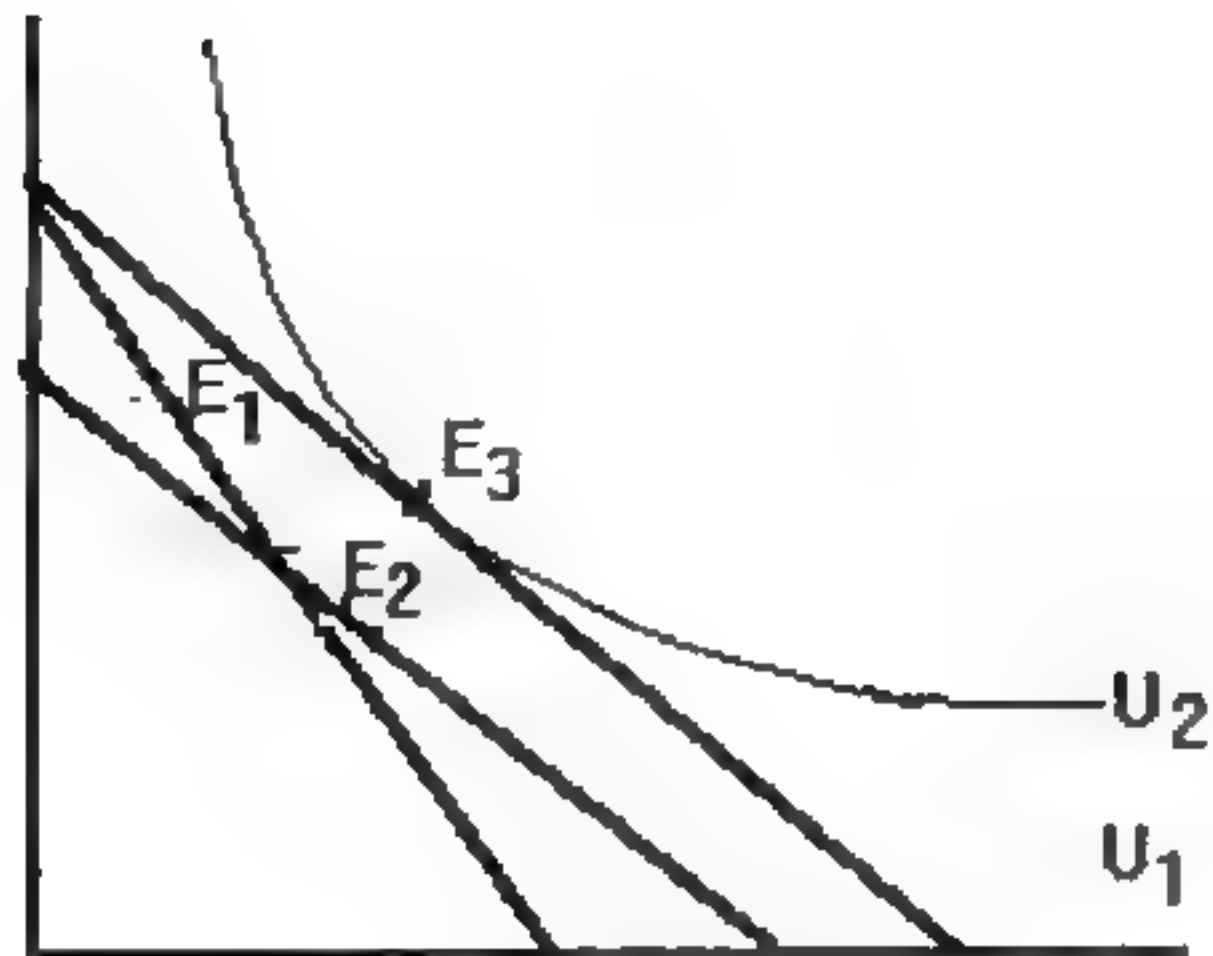
يمثل العنصر الثاني في المعادلة (6) أثر الدخل عندما تبقى الاسعار ثابتة. وبالمعلومات السابقة تكتب العلاقة (6) على شكل :

$$(9) \quad \frac{\delta X}{\delta P_X} = \left( \frac{\delta X}{\delta P_X} \right)_{U=c} - X \left( \frac{\delta X}{\delta R} \right)_{p=k}$$

تدعى المعادلة (9) بمعادلة سلوتسكي .

#### 1 - 6 - 2 - الآثار المباشرة :

يمثل العنصر الاول على يمين معادلة سلوتسكي اثر الاحلال ، بينما العنصر الثاني يمثل اثر الدخل، وجمع العنصرين يشير او يحدد الاثر الكلي لتغير  $P_X$  على نفقات المستهلك فيما يخص X وتظهر هذه الحالة في البيان التالي.



يمثل التنقل من  $E_1$  الى  $E_2$  اثر الاحلال . والتنقل من  $E_2$  الى  $E_3$  اثر الدخل.

- دراسة عناصر معادلة سلوتسكي.

• اعتبر اثر الاحلال

$$\left( \frac{\delta x}{dP_x} \right)_{U=c} = \frac{\lambda}{D_{11}} \quad | - 9$$

يلاحظ أن:

(شروط الدرجة الثانية لتعظيم المنفعة)  $|D| > 0$

$$D_{11} = - P_y^2 < 0$$

$$\lambda > 0 \quad \left( \lambda = \frac{dU}{dR} > 0 \right)$$

ولذلك

$$\left( \frac{\delta x}{\delta P_x} \right)_{u=c} = \frac{\lambda D_{11}}{D} < 0$$

ملاحظة : يكون اثر الاحلال دائما سالب.

\* اعتبر اثر الدخل :

$$-10 -1 \times \left( \frac{\delta x}{dR} \right)_{P_i=k}$$

بدون معلومات خاصة لايمكن تحديد إشارة اثر الدخل لكن انطلاقا من تعريف اثر الدخل يستخلص ان هذا الاخير يكون ضئيلا طالما كانت الكمية  $\times$  صغيرة .

مثال: اعتبر دالة المنفعة التالية:

$$U = f(x, y) = xy$$

والقيد الميزاني

$$R - P_x x - P_y y = 0$$

تعظيم المنفعة يؤدي الى شروط المرتبة الاولى.

$$y - \lambda P_x = 0$$

$$x - \lambda P_y = 0$$

$$R - P_x x - P_y y = 0$$

يكتب التفاضل الكلي لهذه المعادلات .

$$dy - P_x d\lambda = \lambda dP_x$$

$$dx - P_y d\lambda = \lambda dP_y$$

$$-P_x dx - P_y dy = x dP_x + y dP_y - dR$$

أو باستعمال المصفوفات

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_x \\ 1 & 0 & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ x dP_x + y dP_y - dR \end{bmatrix}$$

وحل جملة المعادلات باستعمال طريقة كرامر يؤدي الى :

$$dx = \frac{\lambda dP_x (-P_y^2) + \lambda dP_y (P_x P_y) - (x dP_x + y dP_y - dR) P_y}{2P_x P_y}$$

واذا افترضنا ان  $P_y$  و  $R$  تبقى ثوابت يمكن كتابة المعادلة التالية :

$$\frac{\delta x}{\delta P_x} = \frac{-P_y \lambda}{2P_x} - x \frac{1}{2P_x}$$

وأخيرا اذا افترضنا ان :

$$R = 100 \quad P_x = 2 \quad p_y = 5$$

يؤدي حل جملة المعادلات التي تكون شروط الدرجة الاولى الى  $\lambda = 15$   
،  $x = 25$  .

و

$$\frac{\delta x}{\delta P_x} = -6.25 - 6.25 = -12.5$$

المعنى الاقتصادي:

انطلاقاً من نقطة التوازن، تغير  $P_x$  بوحدة نقدية سوف يغير نفقات المستهلك بالكمية 12.5 وحدة فيما يخص  $X$  واثراً الاحلال قد يكون 6.25 وحدة بينما اثر الدخل يساوي 6.25 وحدة.

1 - 6 - 3 - نوعية السلع :

تكتب معادلة سلوتسكي على شكل

$$\frac{\delta x}{\delta P_x} = \left( \frac{\delta x}{\delta P_x} \right)_{U=c} - x \left( \frac{\delta x}{\delta R} \right)_{P_i=k}$$

وتستعمل هذه المعادلة لتحديد نوعية السلع المستهلكة.

سلعة عادية: تدعى السلعة  $X$  بسلعة عادية اذا كان انخفاض في السعر  $P_x$  يؤدي الى :

\* إرتفاع في الكمية المستهلكة أو :

$$\left( \frac{\delta x}{\delta P_x} \right)_{U=c} < 0$$

(اثر الاحلال سالب)

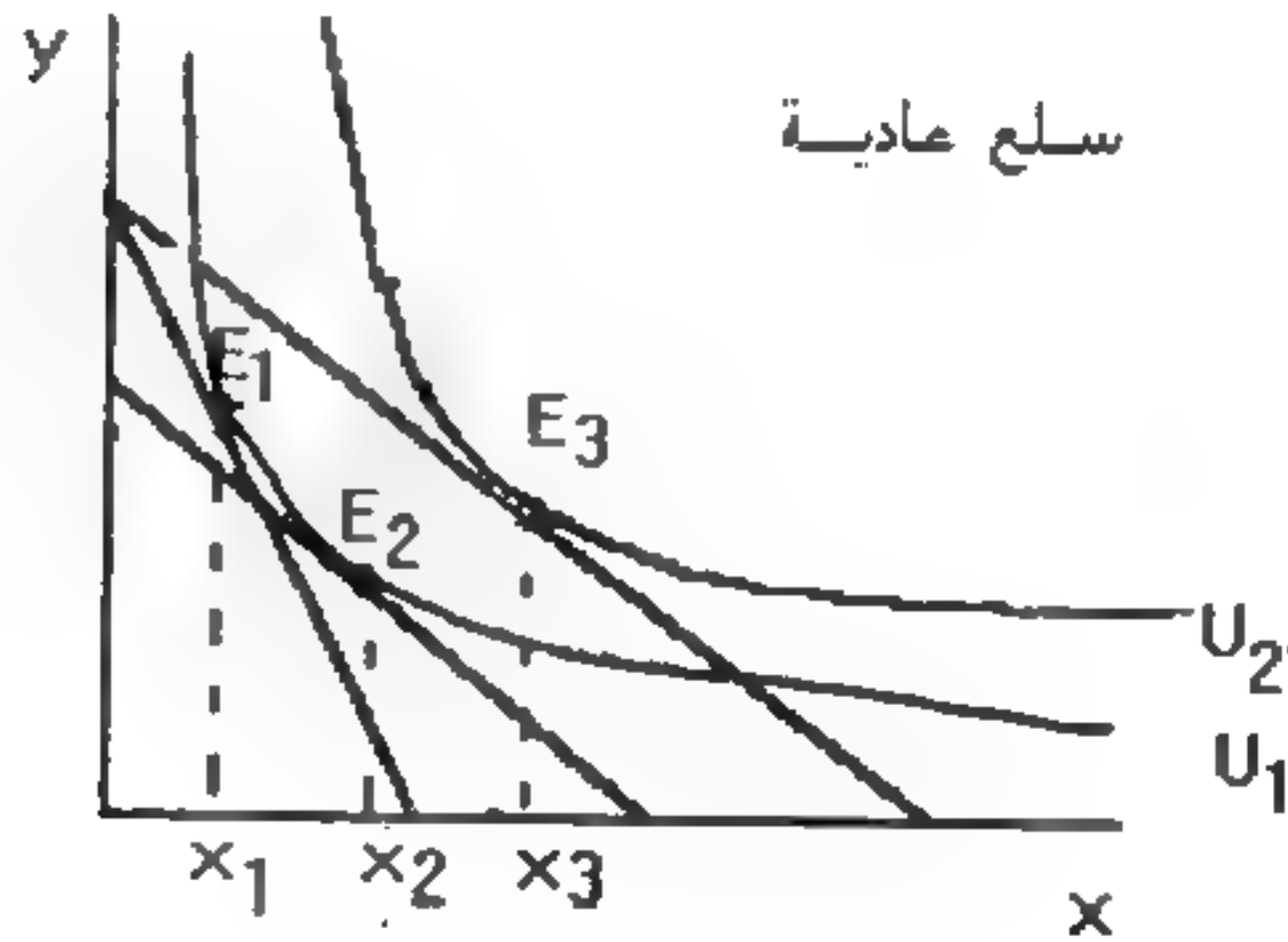
\* ويؤدي الارتفاع في الدخل الحقيقي الى ازدياد في الكمية المستهلكة أي :

$$\frac{\delta x}{\delta R} > 0$$

(اثر الدخل الذي يكتب على شكل  $(-x \frac{\delta x}{\delta R})$  يكون سالبا).

### ملاحظة:

في حالة سلعة عادية يكون اثر الاحلال مدعما من طرف اثر الدخل (نفس الاتجاه).



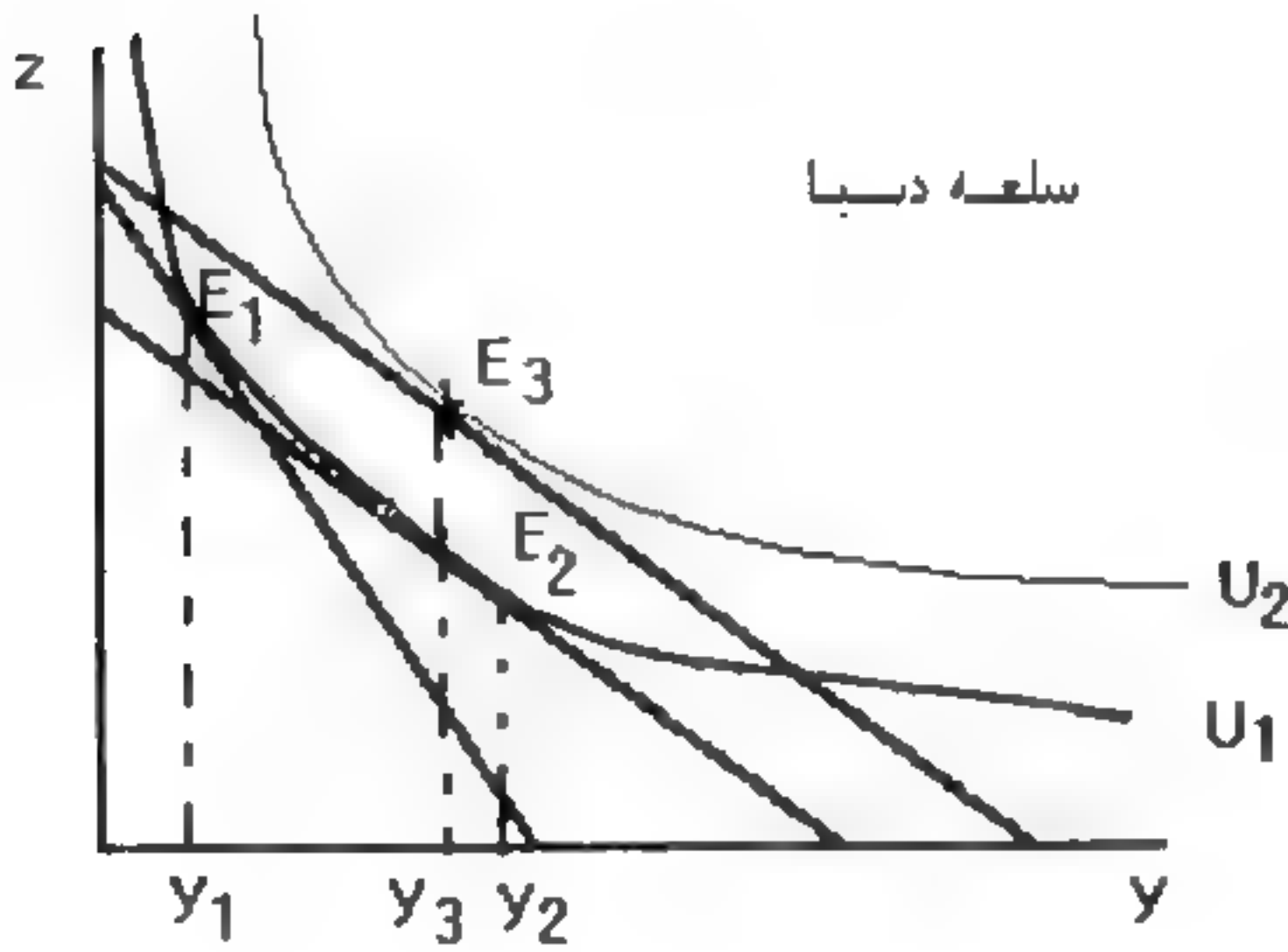
اثر الاحلال :  $\Delta x_1 = x_2 - x_1 > 0$

اثر الدخل :  $\Delta x_2 = x_3 - x_2 > 0$

سلعة دنيا : تدعى سلعة  $Y$  بسلعة دنيا اذا كان ازدياد في الدخل الحقيقي يؤدي الى انخفاض في الكمية المستهلكة من  $Y$  أي :

$$\frac{\delta y}{\delta R} < 0$$

وهذا يعني ان اثر الدخل  $(-y \frac{\delta y}{\delta R})$  يكون موجبا.



اثر الاحلال :  $\Delta y_1 = y_2 - y_1 > 0$

اثر الدخل :  $\Delta y_2 = y_3 - y_2 < 0$

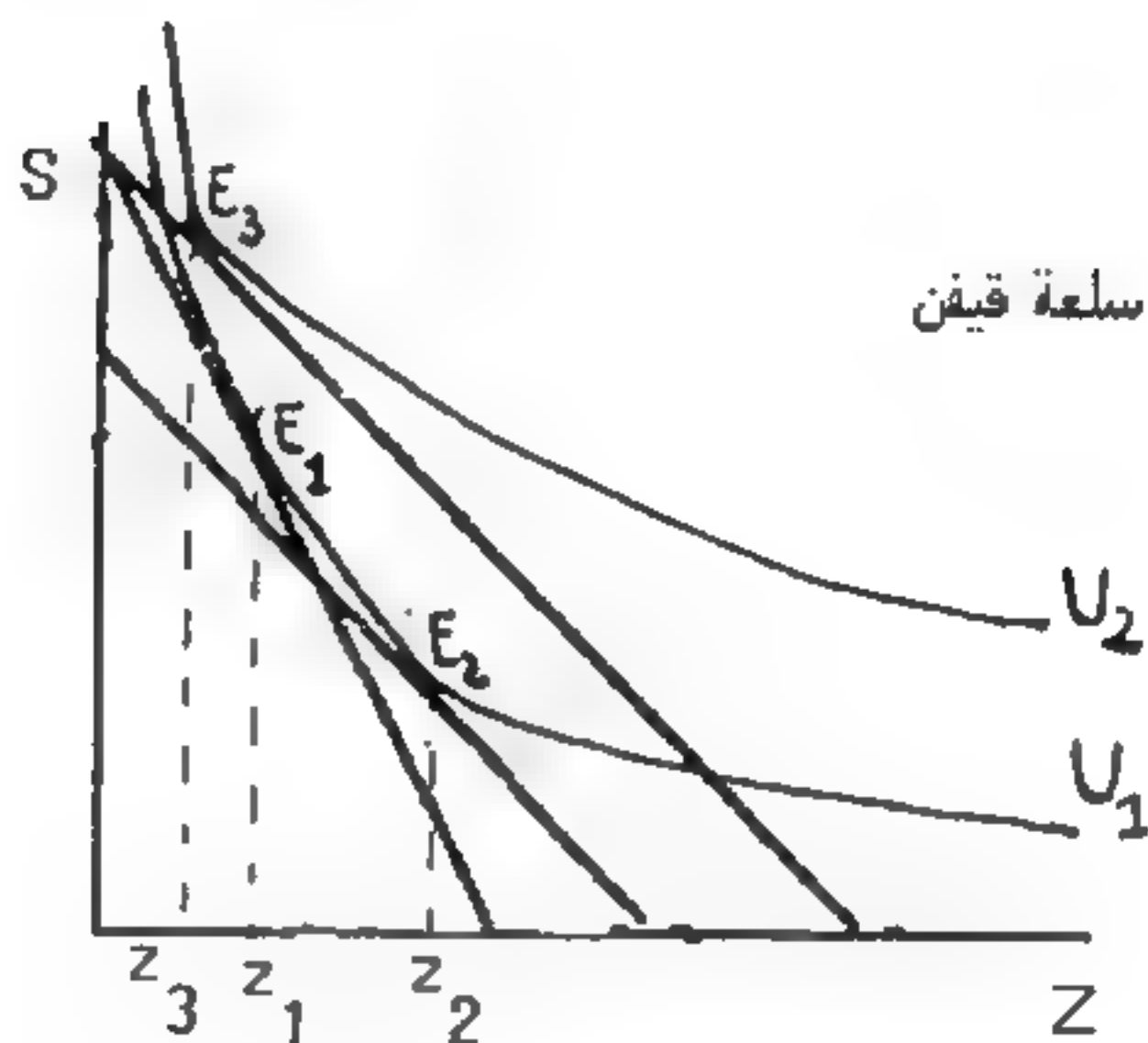
### ملاحظة:

في حالة سلعة دنيا يكون لاثر الاحلال واثر الدخل اتجاهات متعاكسة ويكون اثر الاحلال اقوى.

- سلعة قيفن: تدعى سلعة  $Z$  بسلعة قيفن اذا كانت  $Z$  سلعة دنيا ويكون اثر الدخل اقوى من اثر الاحلال أي :



$$\frac{\delta z}{\delta P_z} = \left( \frac{\delta z}{\delta P_z} \right)_{U=c} - z \left( \frac{\delta z}{\delta R} \right)_{P_i=k} > 0$$



اثر الاحلال:  $\Delta z_1 = z_2 - z_1 > 0$

اثر الدخل:  $\Delta z_2 = z_3 - z_2 < 0$

$$|\Delta z_2| > |\Delta z_1|$$

1 - 6 - 4 - سلعة متكاملة وسلع تبادلية :

تدعى سلعتان X و Y بسلعتين تبادلية إذا كانت هذه السلعة تلبي نفس الاحتياجات بالنسبة للمستهلك وتدعى سلعتان z و S بسلع متكاملة إذا كانت هذه السلع تستهلك مع بعضها البعض لتلبية احتياجات المستهلك .  
بهذا التعريف تمثل القهوة والشاي سلعا تبادلية وتمثل السيارة والبنزين سلعا متكاملة .

انطلاقا من تحليل سلوتسكي والمعادلة (4).

أي :

$$\frac{\delta x}{\delta P_y} = \frac{\lambda D_{21}}{D} - y \left( \frac{\delta x}{\delta R} \right)$$

يتحول للتعريف السابق الى :

- تكون X و Y سلع تبادلية اذا

$$\left( \frac{\delta x}{\delta P_y} \right)_{U=c} > 0 \quad \text{او} \quad \left( \frac{\lambda D_{21}}{D} \right) > 0 \quad \text{I - 11}$$

- تكون Z و S سلع متكاملة اذا :

$$\left( \frac{\delta z}{\delta P_s} \right)_{U=c} < 0 \quad \text{او} \quad \left( \frac{\lambda D_{21}}{D} \right) < 0 \quad \text{I - 12}$$

مثال :

اذا افترضنا ان دالة المنفعة لمستهلك ما تكتب على شكل :

$$U(x, y) = 2 x^{1/2} y^{1/2}$$

وكان القيد الميزاني  $5x + y10 = 100$

1 - حدد توازن المستهلك

2 - انطلاقا من فرضية تغير في  $P_x$  حدد نوعية السلعة x

3 - انطلاقا من فرضية تغير  $P_y$  حدد العلاقة بين x و y .

## الجواب

(1) - لايجاد نقطة التوازن يجب بناء دالة لغرنج وتقديم شروط المرتبة الاولى اي :

$$L = 2x^{1/2}y^{1/2} + \lambda (100 - 5x - 10y)$$

$$\begin{bmatrix} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_\lambda = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \bar{x} = 10 \\ \bar{y} = 5 \end{matrix} \quad \lambda = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

(2) - اخذ التفاضل الكلي لمعادلات شروط المرتبة الاولى سوف يؤدي الى :

$$\begin{bmatrix} -1/2x^{-3/2}y^{1/2} & 1/2x^{1/2}y^{-1/2} & -P_x \\ 1/2x^{1/2}y^{-3/2} & -1/2x^{1/2}y^{-1/2} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ x dP_x + y dP_y - dR \end{bmatrix}$$

و

$$\begin{aligned} \frac{\delta x}{\delta P_x} &= \lambda \frac{D_{11}}{|D|} + x \frac{D_{31}}{|D|} \\ &= -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$

تكون السلعة X سلعة عادية حيث اثر الاحلال واثر الدخل لهما نفس الاتجاه.

$$\begin{aligned} \left( \frac{\delta x}{\delta P_y} \right)_{U=c} &= \lambda \frac{D_{21}}{|D|} \\ &= 0.5 \end{aligned} \quad (3)$$

تكون السلعتان  $X$  و  $Y$  سلعتين تبادلية.

### 1 - 7 - تطبيقات حول نظرية المستهلك :

يمكن استعمال نظرية المستهلك وخاصة نظرية منحنيات السواء في تحليل او تفسير حالات تحدث في الواقع الاقتصادي.

### 1 - 7 - 1 - الارقام الادلة ومستوى المعيشة :

لنعتبر ان مستهلكا ما يشتري السلعتين  $X_1$  و  $X_2$  في الاوقات  $t_0$  و  $t_1$ . في الوقت  $t_0$  يشتري المستهلك  $x^0_1$  وحدة من  $X_1$  بسعر  $P^0_1$  و  $x^0_2$  وحدة من  $X_2$  بسعر  $P^0_2$ . كذلك في الوقت  $t_1$  يشتري هذا المستهلك  $x^1_1$  و  $x^1_2$  وحدات من  $X_1$  و  $X_2$  باسعار  $P^1_1$  و  $P^1_2$  اي بعبارة اخرى يشتري المستهلك الزوج  $(x^0_1, x^0_2)$  في الوقت  $t_0$  والزوج  $(x^1_1, x^1_2)$  في الوقت  $t_1$ .

السؤال المطروح يقدم كالتالي:

ماذا حدث لمستوى المعيشة لهذا المستهلك في الفترة  $t_1$  بالمقارنة مع الفترة  $t_0$ ؟

### ملاحظة:

لتكن المقارنة ممكنة يجب ان يفترض ان تفصيلات المستهلك لم تتغير وأن الدخل قد ينفق بأكمله.

إذا كان الانفاق الكلي في الوقت  $t_1$  اكبر من تكلفة شراء المجموعة  $Q_0$  بأسعار  $t_1$  يكون المستهلك العقلاني في وضعية احسن اي إذا :

$$P'_1x_1 + P'_2x'_2 > P'_1x^{\circ}_1 + P'_2x^{\circ}_2$$

يكون  $Q_1$  مفضل على  $Q_0$  حيث كان  $Q_0$  موفر للمستهلك ، ولكن هذا الأخير فضل  $Q_1$

تكتب العلاقة الأخيرة على شكل

$$(1) \quad \Sigma P'x' > \Sigma P'x^{\circ}$$

بنفس الفكرة إذا :

$$(2) \quad \Sigma P^{\circ}x^{\circ} > \Sigma P^{\circ}x'$$

يكون المستهلك في احسن وضعية في الوقت  $t_0$  حيث كان  $Q_1$  متوفر (في الوقت  $t_0$ ) ولم يختار من طرف المستهلك. يدقق التحليل السابق بإستعمال ثلاثة ارقام ادلة.

#### - دليل تغير الدخل

$$(3) \quad E = \frac{\Sigma P' x'}{\Sigma P^{\circ} x^{\circ}}$$

ويحدد هذا الدليل تغير الدخل من الوقت  $t_0$  الى الوقت  $t_1$  (بفرضية

$$(R_i = \Sigma p_i x_i)$$

#### - دليل لاسبير

$$(4) \quad P = \frac{\Sigma P' x^{\circ}}{\Sigma P^{\circ} x^{\circ}}$$

ويحدد هذا الدليل التكلفة بالنسبة للوقت  $t_0$  لشراء  $Q_0$  بأسعار الوقت  $t_1$  .

- دليل بائش :

$$(5) \quad P = \frac{\sum P' x'}{\sum P^0 x'}$$

ويحدد هذا الدليل تكلفة شراء  $Q_1$  بأسعار الوقت  $t_1$  بالنسبة لتكلفة شراء  $Q_1$  بأسعار الوقت  $t_0$ .

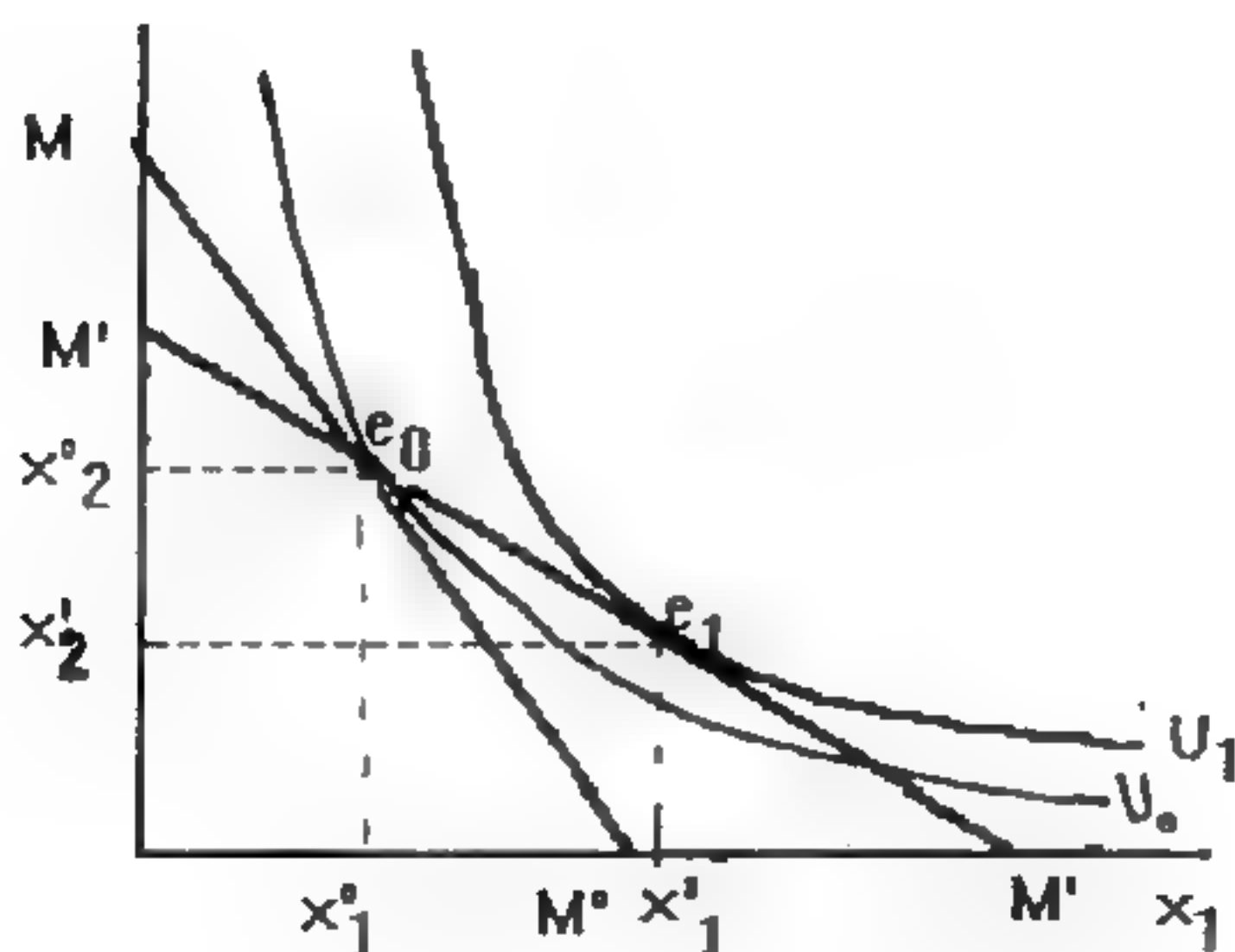
انطلاقاً من العلاقة (1) التي تثبت أن المستهلك يحس بأحسن رفاهية في الوقت  $t_1$  يمكن كتابة

$$\frac{\sum P' x'}{\sum P^0 x^0} > \frac{\sum P' x^0}{\sum P^0 x^0}$$

أي

$$(6) \quad E > L \quad (t_1 \text{ احسن من } t_0)$$

هذه الحالة تظهر في البيان التالي :



في الوقت  $t_0$  كان المستهلك في التوازن في النقطة  $e_0$  في الوقت  $t_1$  رغم  
امكانية شراء  $Q_0$   $(x^0_1, x^0_2)$  فضل المستهلك شراء  $Q_1$   $(x'_1, x'_2)$  حيث  
يتحصل على اكبر منفعة.

كذلك انطلاقا من العلاقة (2) يمكن كتابة

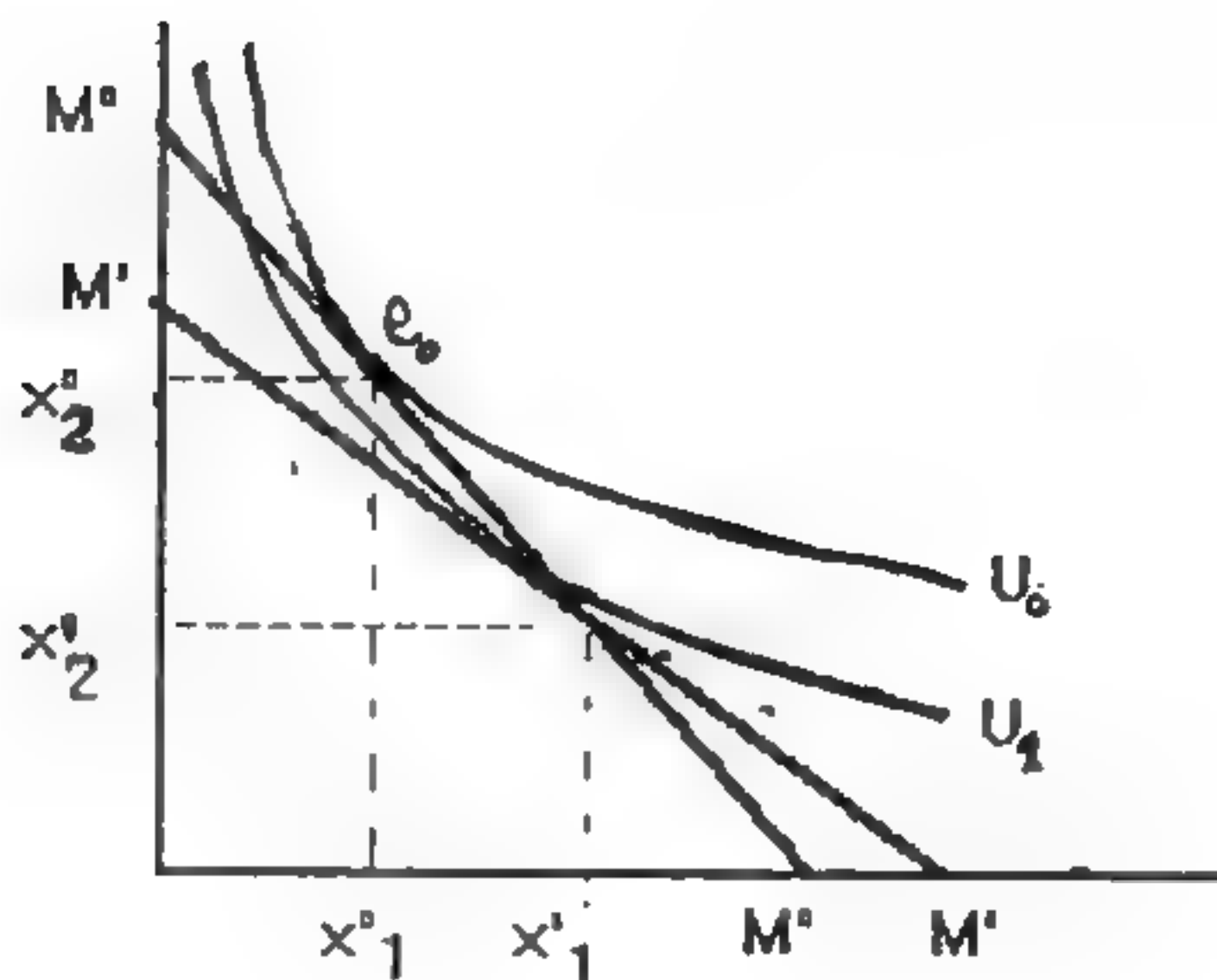
$$\frac{\sum P^0 x^0}{\sum P^1 x^1} > \frac{\sum P^0 x^1}{\sum P^1 x^1}$$

أي

$$\frac{1}{E} > \frac{1}{P}$$

او  $E < P$  (7)  $(t_0$  احسن من  $t_1)$

وهذه الحالة تظهر في البيان التالي :



في الوقت  $t_0$  كان المستهلك في توازن في النقطة  $e_0$  حيث اشترى الكمية  $(x_0, x_0) Q_0$  رغم إمكانية شراء  $(x_1, x_1) Q_1$  . انطلاقا من العلاقات (6) و (7) يمكن مواجهة اربع حالات.

$$E > L \text{ و } E > P - 1$$

تثبت العلاقة (6) تحسنا في مستوى المعيشة ، بينما العلاقة (7) تثبت ان مستوى المعيشة لم ينخفض لذلك يكون المستهلك في احسن وضعية في الوقت  $t_1$  .



2 -  $E < L$  و  $E < P$  :

تثبت العلاقة (7) ان المستهلك كان في احسن وضعية في الوقت  $t_0$  ، بينما تثبت العلاقة (6) ان المستهلك لم يسحن وضعيته في الوقت  $t_1$  . لذلك يكون المستهلك في اسوء وضعية في الوقت  $t_1$

3 -  $L > E > P$  :

$L > E$  : تدل هذه العلاقة على ان المستهلك لم يكن في احسن وضعية في الوقت  $t_1$  بينما  $E > P$  : تدل على أن المستهلك لم يكن في احسن وضعية في الوقت  $t_0$  . لذلك يكون تحديد تغير مستوى معيشة المستهلك غير ممكن.

4 -  $P > E > L$  :

$E < P$  : يكون المستهلك في احسن وضعية في الوقت  $t_0$  .

$E > L$  : يكون المستهلك في احسن وضعية في الوقت  $t_1$  من الممكن ان هذا التناقض يدل على تغير في تفصيلات المستهلك.

مثال: ينفق مستهلك ما كل دخله على سلعتين  $x_1$  و  $x_2$  في الفترات  $t_1$   $t_2$  و  $t_3$  وهذه الحالة تظهر في الجدول التالي :

الفترة	$P_1$	$P_2$	كمية $x_1$	كمية $x_2$
1	1	1	50	40
2	1	1/2	48	84
3	1	1/2	40	70

سؤال :

اوجد أدلة تغير الدخل، لسبير ، وباش ما بين الفترات 1 و 2 ، 2 و 3 ، 1 و 3 ووضع تطور مستوى معيشة هذا المستهلك.

الجواب:

2 - 1 -

$$L = 77 \%$$

$$P = 68 \%, \quad E > P$$

$$E = 100 \%, \quad E > L$$

3 - 2

$$L = 100 \%$$

$$P = 100 \%, \quad E < L$$

$$E = 83 \%, \quad E < P$$

3 - 1

$$L = 77.77 \%$$

$$P = 68 \%, \quad E < P$$

$$E = 83 \%, \quad E > L$$

خلاصة :

يُحصل المستهلك على احسن رفاهية في الوقت  $t_2$  وتكون الفترة الثالثة مفضلة على الفترة  $t_1$ .

## 1 - 7 - 2 - تقدير سياسات حكومية :

اعتبر ان الحكومة تتوي تدعيم القدرة الشرائية لفئة من المجتمع (الشيوخ

مثلا) تواجه الحكومة اختيارين :

1 - سياسة تدعيم المواد الغذائية بتقديم قسائم للشيوخ.

2 - سياسة اعطاء دخل إضافي للشيوخ.

اعتبر البيان التالي المتعلق بشيخ وحيد



يكون نقطة التوازن الأصلية للشيخ يستهلك  $OX_1$  مواد غذائية وينفق

$ZA$  من دخله على هذه المواد (ينفق الباقي  $ZO$  على مواد أخرى).

يكون هدف الحكومة ممثلا في رفع رفاهية الشيخ فوق  $U_1$  أي إلى  $U_2$ .

### a - سياسة تدعيم المواد الغذائية :

اعتبر ان الحكومة تقدم للشيخ قسائم تسمح له بشراء المواد الغذائية بنصف سعر السوق، فينتقل القيد الميزاني الى  $AB'$  وينتقل المستهلك من  $e_1$  الى  $e_2$  كنقطة توازن . يستهلك  $OX_2$  وينفق  $AL$ . بدون تدعيم يكون المستهلك مضطر على انفاق  $AK$  لاستهلاك  $OX_2$  لذلك الفرق  $AK-AL=LK$  يمثل مستوى الدعم الذي تقدمه الحكومة لمنتجي المواد الغذائية.

تكون نتائج سياسة تدعيم المواد الغذائية :

- \* تكلفة الدعم تكون  $LK$  وتسدد من طرف الحكومة عبر الضرائب.
- \* لا يتأثر سعر السوق.
- \* تكون الحكومة متأكدة من استهلاك اكثر للمواد الغذائية من طرف الشيوخ.
- \* تدعيم المواد الغذائية يفرض نمط استهلاك معين على فئة الشيوخ.

### b - سياسة الدخل الإضافي:

اعتبر ان الحكومة تفضل إعطاء دخل إضافي للشيخ حتى يتحصل على مستوى المنفعة  $U_2$  يحدد القيد الميزاني الجديد كالخط  $CD$  المتوازي مع الخط الأصلي  $AB$  ويلتقي  $U_2$  في  $e_3$  بالدخل الإضافي ، يستهلك الشيخ

$OX_3$  من المواد الغذائية (أقل من  $OX_2$ ) ويساوي الدخل الإضافي الفردي  
اللازم (للوصول الى  $U_2$ ) AC .

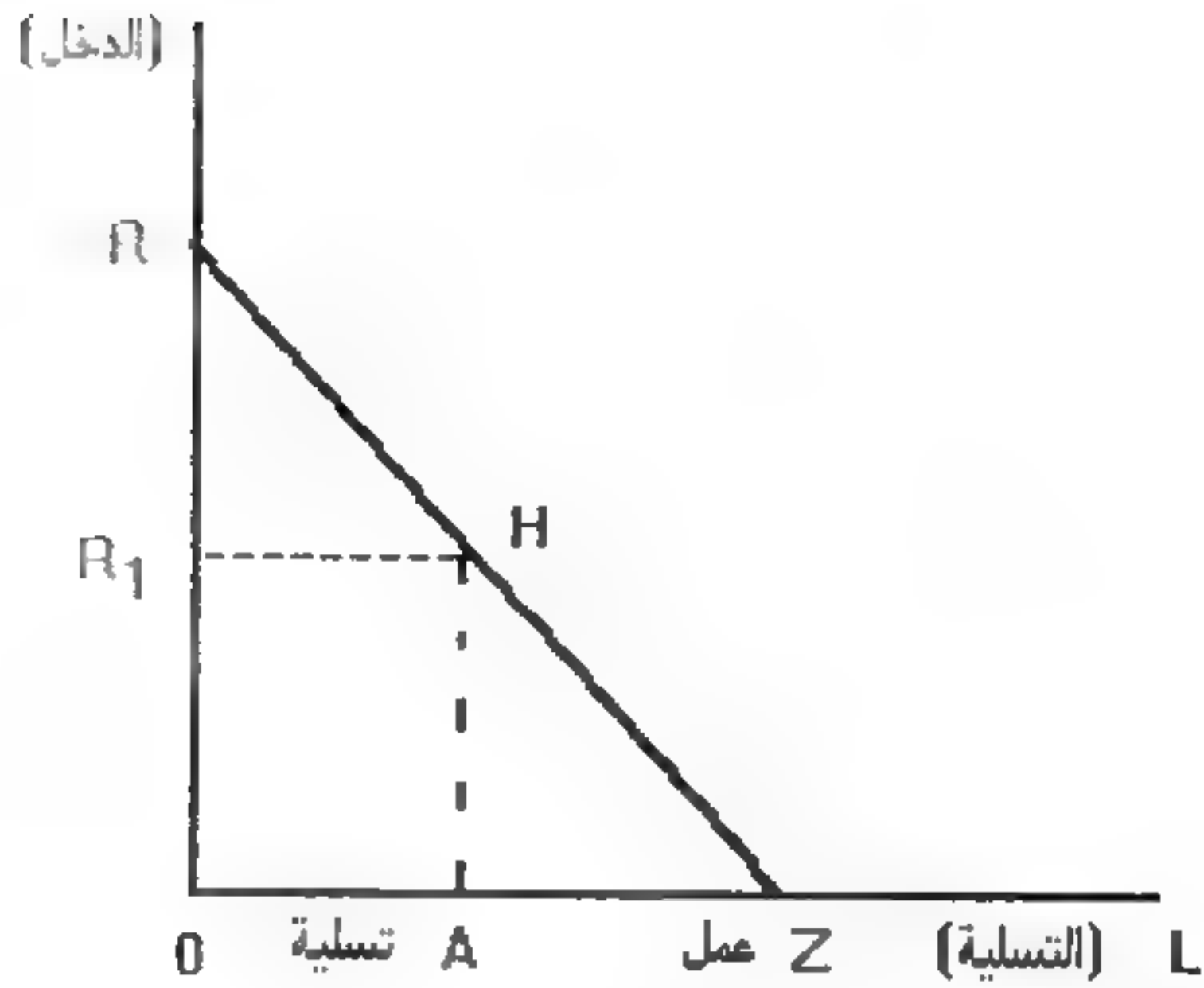
### مقارنة السياستين :

- تسمح كلا السياستين للشيخوخة ان يصلوا الى مستوى الرفاهية  $U_2$  لكن  
حسب البيان تكون السياسة الاولى اكثر تكلفة على الحكومة.  
في العموم قبل اخذ القرار يجب على الحكومة ان تراعي عدة اعتبارات :
- وجود فائض في انتاج المواد الغذائية يؤدي الى اختيار السياسة الاولى.
  - السياسة الثانية لا تفرض نمط استهلاك معين.
  - السياسة الثانية تكاد ان تدعم التضخم.

### 1 - 7 - 3 - العلاقة بين الدخل والتسلية :

- يكاد تحليل منحنيات السواء ان يوضح لماذا يجب على المؤسسات أن تسدد  
أكبر أجره للساعات الإضافية.
- منحنى الدخل والتسلية.

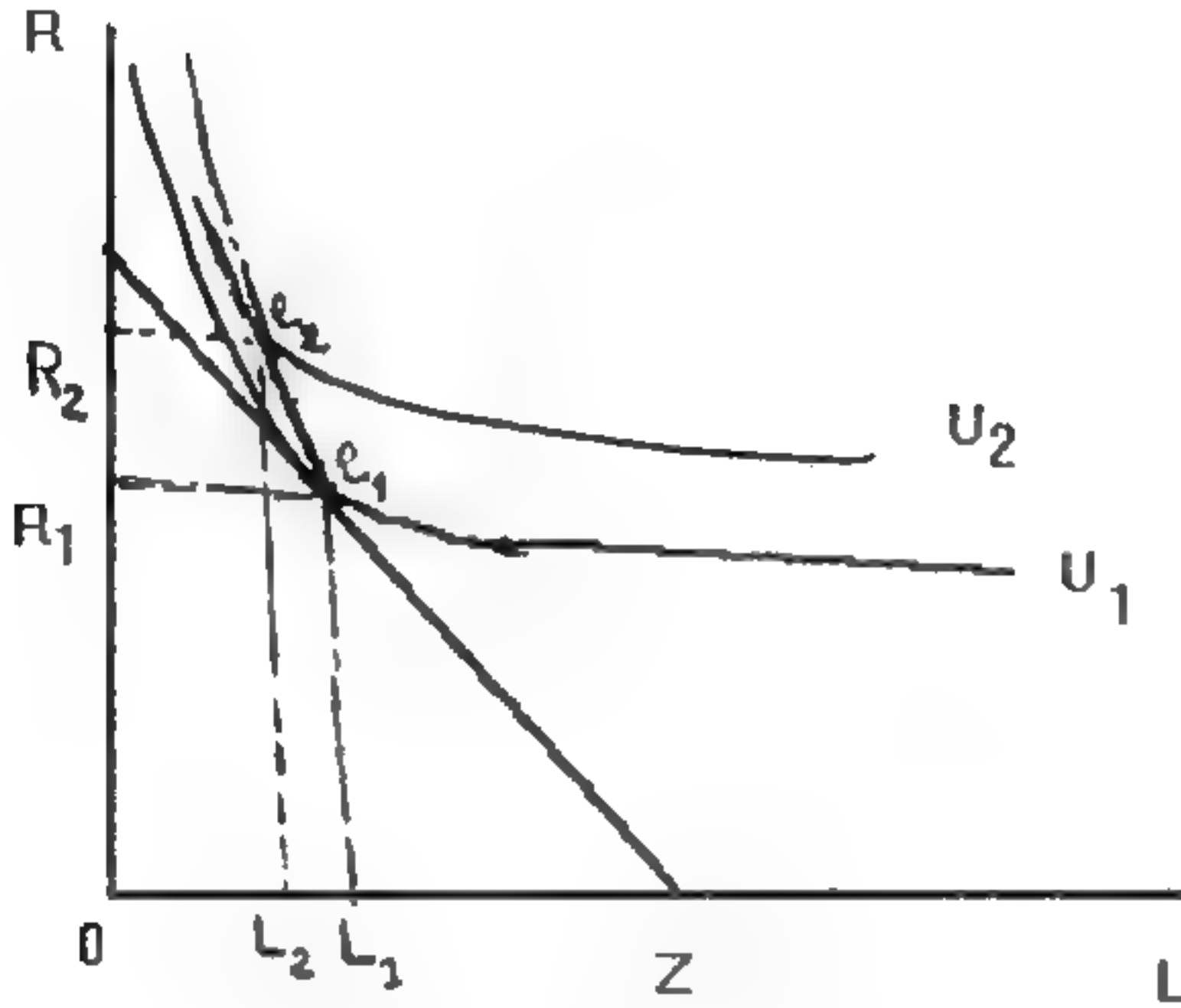
اعتبر البيان التالي :



يمثل  $OZ$  الوقت الأقصى المتاح للعمل أو للتسلية في اليوم الواحد، يستطيع المستهلك أن يستعمل كل الوقت المتاح له في العمل وبأخذ  $OR$  كدخل أو لا يعمل على الإطلاق ويستعمل كل الوقت في التسلية حيث لا يأخذ أي دخل.

أخيرا يستطيع العامل المستهلك تقسيم الوقت المتاح له بين عمل ونسئنه ، ويختار النقطة  $H$  . في هذه النقطة يأخذ دخلا يساوي  $OR_1$  ويشغل شي الفترة  $OA$  .

إذا اضيفت منحنيات السواء بين الدخل والتسليّة فيما يخص العامل المستهلك المدروس سوف يظهر توازن هذا العامل المستهلك في البيان التالي :



حسب البيان يصل العامل المستهلك الى التوازن عندما يعمل  $L_1Z$  ساعة ويأخذ  $R_1$  كأجرة يومية او  $R_1/L_1Z$  كمعدل اجرة. إذا اردت المؤسسة من العامل ان يعمل ساعات إضافية (ينتقل العامل الى يسار  $e_1$ ) يجب على المؤسسة ان تقدم له معدل اجرة أكبر من المعدل الاصلي.

في هذه الحالة ينتقل العامل الى  $e_2$  يأخذ اكبر منفعة ( $U_2$ ) رغم الارتفاع في ساعات العمل ( $L_2Z$  عوضا عن  $L_1Z$ ) .  
اعتبر الآن أن دالة المنفعة لعامل مستهلك تكتب على شكل :

$$U = g(L, R)$$

حيث :  $L$  : وقت التسليّة

$R$  : الدخل (او القدرة الشرائية العامة)



يلاحظ أن المعدل الحدي لاحتلال الدخل بالتسليّة يأخذ الشكل

$$TMS = \frac{\partial U / \partial L}{\partial U / \partial R} = - \frac{dR}{dL} = \frac{g_1}{g_2}$$

تكتب العلاقة ما بين العمل والتسليّة على شكل :

$$L = T - W$$

حيث :  $T$  : الوقت الكلي للفترة المدروسة.

$W$  : وقت العمل

وتكتب العلاقة ما بين الدخل والعمل

$$R = r W$$

حيث  $r$  : معدل الاجرة.

بتعويض  $L$  و  $R$  بقيمتها تكتب دالة المنفعة على شكل :

$$U = g ( T - W, r W )$$

وتعظم المنفعة  $U$  اذا كانت مشتقتها بالنسبة لـ  $W$  تساوي الصفر أي :

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dW} &= \frac{\partial g}{\partial (T-W)} \frac{\partial (T-W)}{\partial W} + \frac{\partial g}{\partial rW} \frac{\partial rW}{\partial W} = 0 \\ &= -g_1 + g_2 r = 0 \end{aligned}$$

أو

$$\frac{g_1}{g_2} = r$$

في التوازن يجب على المعدل الحدي لاحتلال الدخل بالتسليّة ان يساوي معدل الاجرة .

### ملاحظة:

تمثل المعادلة الأخيرة علاقة بين  $W$  و  $r$  وتشير الى استعداد العامل للعمل حسب معدل الاجرة.

مثال: اعتبر ان لدى المستهلك دالة منفعة بالشكل :

$$U = LR - 0.1L^2 - 0.1R^2$$

اذا عوض  $R$  و  $L$  بقيمتيهما حسب  $W$  نكتب الدالة على شكل :

$$U = (T - W) Wr - 0.1 (T - W)^2 - 0.1W^2 r^2$$

ويؤدي تساوي مشتقة  $U$  بالنسبة لـ  $w$  الى :

$$\frac{dU}{dW} = -Wr + (T - W)r + 0.2 (T - W) - 0.2 Wr^2 = 0$$

أو :

$$W = \frac{T (r + 0.2)}{2 (0.1 + r + 0.1 r^2)}$$

أو :

$$W = f(r)$$

### ملاحظة :

يكون العامل مستعدا للقيام بأكثر عمل إذا تغير معدل الاجرة.

1 - 7 - 4 - استهلاك وإدخار في حياة العامل - المستهلك :

ينطلق التحليل من امكانية الاختيار من طرف المستهلك بين الاستهلاك الحالي والاستهلاك المستقبلي.

اعتبر امكانية تقسيم حياة العامل - المستهلك الى قسمين ، حيث يأخذ العامل المستهلك دخل يساوي  $y_1$  في الفترة الاولى ويأخذ دخل يساوي  $y_2$  في الفترة الثانية.

بتقديم او اخذ قرض الى او من البنك وباعتبار معدل الفائدة يستطيع المستهلك تحويل الدخل الحالي الى دخل مستقبلي او دخل مستقبلي الى دخل حالي.

اعتبر المثال التالي :

$$y_1 = 100 \quad y_2 = 50 \quad i = 5 \%$$

- يستطيع المستهلك ان يدخر  $y_1$  في الفترة الاولى ويتحصل على :

$$y_1(1+i) + y_2 = 100(1+0.05) + 50 = 155$$

في الفترة الثانية .

- يستطيع كذلك ان يتدين في الفترة الاولى ويتحصل على :

$$y_1 + \frac{y_2}{1+i} = 100 + \frac{50}{1+0.05} = 147.62$$

في الفترة الاولى .

في العموم اذا طبق العامل المستهلك الاستراتيجيات التالية يكون دخله الاعظم :

$$(1) \quad Y_1 = y_1 + \frac{y_2}{1+i} \quad (= C_1 \text{ و } C_2 = 0)$$

حيث  $C_i$  : الإستهلاك في الفترة  $i$  .

بينما يؤدي تطبيق الاستراتيجية الأولى إلى :

$$(2) Y_2 = y_1(1+i) + y_2 (= c_2, c_1=0)$$

وتوجد عدة حالات بين الحالتين المتطرفتين أي يكون استهلاك الفترة الثانية مرتبطة باستهلاك الفترة الأولى عبر العلاقة :

$$c_2 = y_2 + (y_1 - c_1)(1 + i)$$

أو

$$(3) c_2 = y_2 + y_1(1 + i) - (1 + i)c_1$$

حيث يمكن لـ  $c_1$  أن يساوي بين :

$$0 < c_1 < y_1 + \frac{y_2}{1 + i}$$

ملاحظة :

-  $(y_1 - c_1) > 0$  : يوجد ادخار في الفترة الأولى ، وتستهلك القيمة

$(y_1 - c_1)(1+i)$  مع  $y_2$  في الفترة الثانية.

-  $(y_1 - c_1) < 0$  : يوجد اقتراض في الفترة الأولى وتستهلك القيمة

$y_2$  ناقش القيمة المقرضة والفائدة المناسبة لها  $(y_1 - c_1)(1 + i)$

$$(4) \quad c_2 = y_2 + y_1(1 + i) - (1 + i)c_1$$

خط ميزاني بين الاستهلاك الحالي والاستهلاك المستقبلي محدد في كلا الفترتين بمعدل الفائدة والدخل.

لمعرفة موقف المستهلك حول مستوى الاستهلاك في الفترتين تضاف دالة منفعة :

$$U = U(c_1, c_2)$$



الجواب : في التوازن .

$$TMS = - \frac{dc_2}{dc_1} = \frac{c_2}{c_1} = 1 + i$$

وباستعمال القيد الميزاني :

$$y_1(1+i) + y_2 - (1+i)c_1 + c_2 = 0$$

المستخرج من المعادلة (3) يمكن كتابته :

$$c_1 = 1/2 [y_1 + y_2 / (1+i)]$$

$$c_2 = 1/2 [y_1(1+i) + y_2]$$

ملاحظة:

كلما ارتفع معدل الفائدة  $i$  انخفض الاستهلاك في الفترة الاولى وازداد الاستهلاك في الفترة الثانية.

## 2 - دالة طلب السوق :

من أجل تحديد الطلب دالة لعدة متغيرات منها : سعر السلعة المدروسة، أسعار السلع الأخرى الدخل، الذوق، الثروة، توزيع الدخل الى غير ذلك .  
 من أجل تحديد الطلب على أساس أربعة معايير : سعر السلعة المدروسة، أسعار السلع الأخرى ، الدخل والذوق.

كلما تغير سعر السلعة المدروسة ممثلا في حركة من نقطة الى أخرى على نفس المنحنى ، بينما تغير في المعايير الأخرى سوف يؤدي إلى انتقال منحنى الطلب ككل. في هذا الإطار يبنى منحنى الطلب على أساس فرضية ثبات المعايير الثلاثة الأخيرة.

2 - 1 - تحديد طلب السوق :

داخل العالم النيوكلاسيكي يكون طلب السوق مكونا من جميع الطلبات الفردية أو بعبارة أخرى تساوي الكمية المطلوبة في السوق لكل سعر جمع الكميات المطلوبة من طرف كل المستهلكين لهذا السعر.

اعتبر الجدول التالي :

طلب فردي وطلب السوق  
- كمية مطلوبة -

سعر	من A	من B	من C	طلب السوق
2	40	4	45	89
4	30	2	35	67
6	24	5	30	59
8	18	7	20	45
10	14	10	15	39
12	10	7	13	30
14	8	5	10	23
16	6	3	8	17
18	4	2	0	6
20	3	0	0	3

يكون طلب السوق ممثل في جمع (افقي) لطلبات المستهلكين الفرديين.

### ملاحظة :

يعتبر المستهلك B ان السلعة المدروسة سلعة قيفن ورغم ذلك تتميز دالة طلب السوق بميل سالب.

### ملاحظة:

لا تعرف النظرية الاقتصادية اي شكل خاص لمنحنى الطلب . احيانا يفترض شكل خط مستقيم او منحنى محدد نحو نقطة الأصل.

اعتبر ان الطلب على سلعة ما يكون مكونا من طلبات ثلاثة مستهلكين B A و C وتقدر دوال الطلب الفردية على شكل.

$$x_A = - 0.1P + 11$$

$$x_B = -0.05 P + 5$$

$$x_C = - 0.1 P + 12$$



لكل سعر يمكن إيجاد طلب كل مستهلك ، ويؤدي جمع الطلبات الفردية الى الطلب الكلي او طلب السوق أي :

$$X = x_A + x_B + x_C$$

أو

$$X = - 0.25 P + 28$$

### ملاحظة :

لتدقيق التحليل يمكن تقسيم طلب السوق الى ثلاثة اقسام.

- إذا كان سعر السوق اكبر من 100 المستهلك B يطلب لاشي ويكتب طلب السوق.

$$X = x_A + x_C$$

- إذا كان سعر السوق اكبر من 110 يأتي الطلب من المستهلك C فقط ويكتب طلب السوق.

$$X = x_C$$

- إذا كان سعر السوق اقل من 100 يكون طلب السوق ممثل في جمع طلبات A, B و C أي

$$X = x_A + x_B + x_C$$

### 2 - 2 - مرونة الطلب :

في الحالة العامة يتناسب الطلب على سلعة معينة تناسباً عكسياً مع سعرها.

ودراسة اثر تغير سعر سلعة على مستوى طلب هذه السلعة يؤدي الى

مفهوم مرونة سعر الطلب او المرونة المباشرة، كما يؤدي تغير الدخل الى مفهوم مرونة الدخل.  
وأخيرا يؤدي تغير سعر سلعة اخرى الى المرونة المختلطة (التقاطع).

## 2 - 2 - 1 - المرونة المباشرة :

تقيس هذه المرونة اثر تغير سعر سلعة على طلب هذه السلعة او بصفة أدق تساوي المرونة المباشرة التغير النسبي للكمية المطلوبة المقسم على التغير النسبي للسعر أي :

$$e_{xx} = \frac{\text{تغير نسبي لـ } X}{\text{تغير نسبي لـ } P_x} = \frac{\Delta x/x}{\Delta P_x/P_x} = \frac{\partial x/x}{\partial P_x/P_x} = \left[ \frac{\partial \log x}{\partial \log P_x} \right] \quad \text{I-13}$$

مثال (1) : يتغير السعر والكمية المطلوبة من سلعة معينة كالتالي :

	الطلب	السعر
$t_1$	2999	29.001
$t_2$	3000	29.000

يوجد أن :

$$\Delta X = 1$$

$$\Delta P_x = -0.001$$

إذا استعملت الفترة  $t_1$  كمرجع تحدد المرونة المباشرة كالتالي

$$e_{xx} = \frac{1}{-0.001} \cdot \frac{29.001}{2999} \sim -9.67$$

وإذا استعملت الفترة  $t_2$  كمرجع :

$$e_{xx} = \frac{1}{-0.001} \cdot \frac{29.000}{3000} \sim -9.67$$

عندما تكون التغيرات ضئيلة جدا كلا الطريقتين تقدم نفس النتيجة ، بينما تؤدي حالة تغيرات معتبرة الى استعمال القانون :

$$e_{xx} = \frac{\Delta x}{\Delta p} \frac{\frac{P_1 + P_2}{2}}{\frac{x_1 + x_2}{2}} = \frac{\Delta x}{\Delta p} \frac{P_1 + P_2}{x_1 + x_2}$$

مثال (2) : اذا قدرت دالة الطلب لمستهلك ما على شكل :

$$x_d = 2000 - 10 P$$

تكتب المرونة المباشرة على شكل

$$e_{xx} = - 10 \frac{P}{x_d}$$

إذا كان سعر  $P$  يساوي 100، فالكمية المطلوبة  $x_d$  تساوي 1000 . وفي

هذه النقطة تساوي المرونة المباشرة

$$e_{xx} = - 10 \frac{100}{1000} = - 1$$

التفسير : اذا ازداد السعر  $P_x$  بـ 1% سوف تنخفض الكمية المطلوبة بـ

1% .

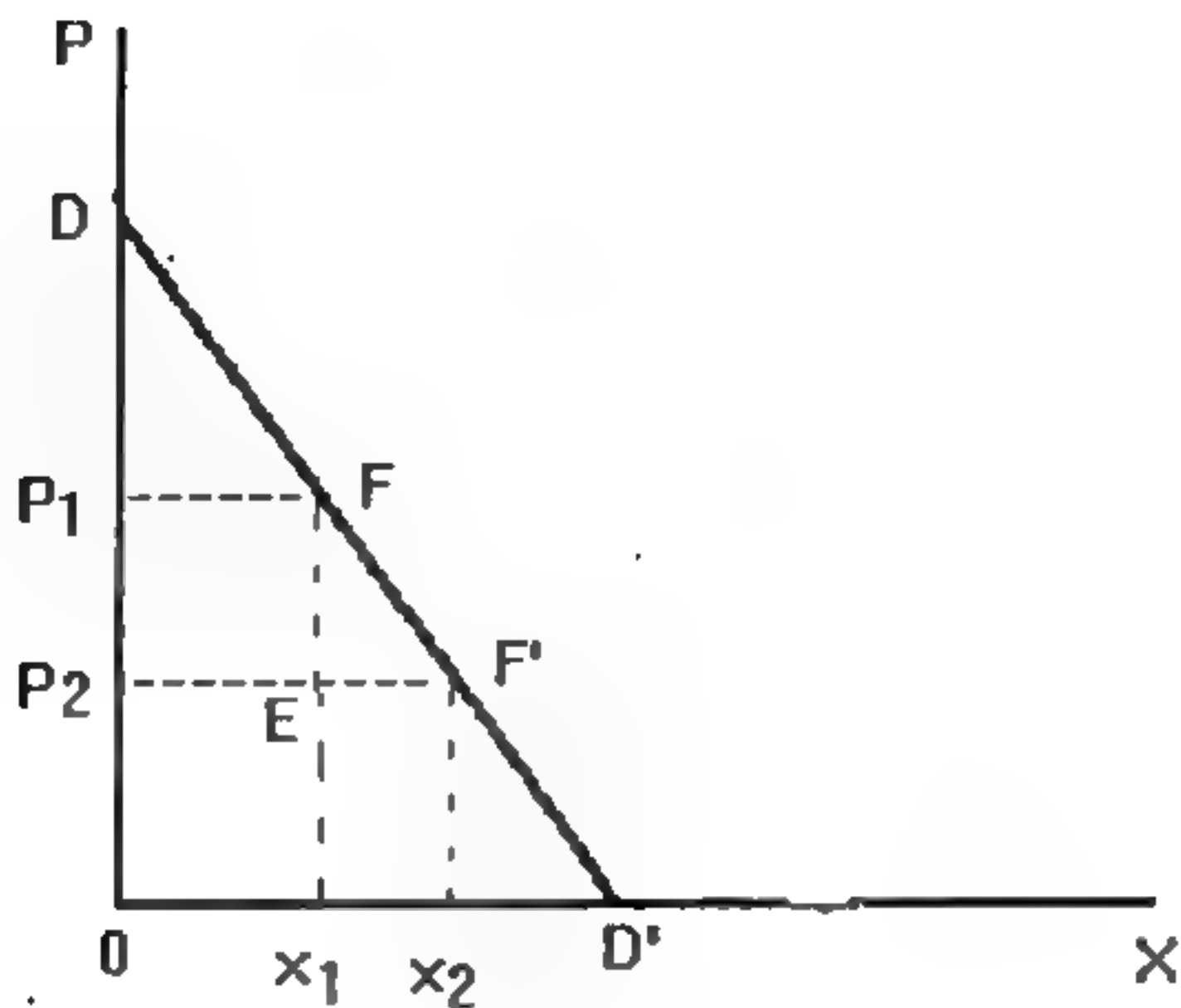
ملاحظة:

حسب تعريفها تتغير قيمة المرونة على طول منحنى الطلب .

اخيرا يمكن دراسة المرونة المباشرة عبر تحليل هندسي في حالة

دالة طلب خطية .

اعتبر البيان التالي



- دراسة المرونة في النقطة F :

انطلاقا من البيان يمكن كتابة

$$\Delta P = P_1P_2 = FE$$

$$\Delta x = x_1x_2 = EF'$$

$$P = op_1$$

$$x = ox_1$$

و

$$\epsilon_{xx} = \frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x} = \frac{EF'}{FE} \cdot \frac{op_1}{ox_1}$$

يلاحظ ان :

$$\frac{EF'}{FE} = \frac{x_1D'}{Fx_1} = \frac{x_1D'}{op_1}$$

بسبب تشابه المثلثين  $FEF'$  و  $Fx_1D'$

و

$$e_{xx} = \frac{x_1D'}{oP_1} \cdot \frac{oP_1}{ox_1} = \frac{x_1D'}{ox_1}$$

لكن

$$\frac{x_1D'}{FD'} = \frac{P_1F}{FD} = \frac{ox_1}{FD}$$

بسبب تشابه المثلثين  $Fx_1D'$  و  $DP_1F$ .

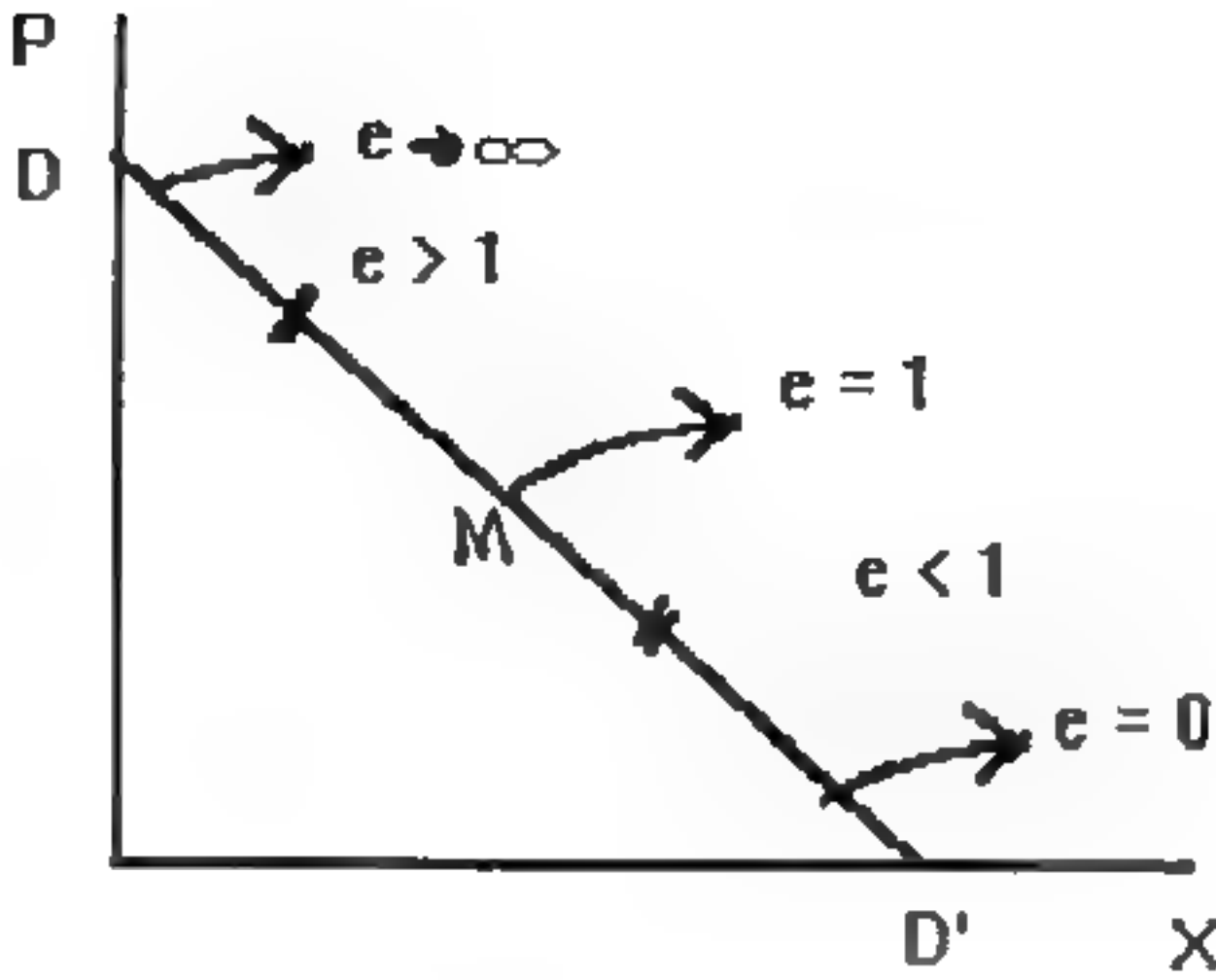
ومن المعادلة الاخيرة يمكن كتابة :

$$\frac{x_1D'}{ox_1} = \frac{FD'}{FD}$$

و

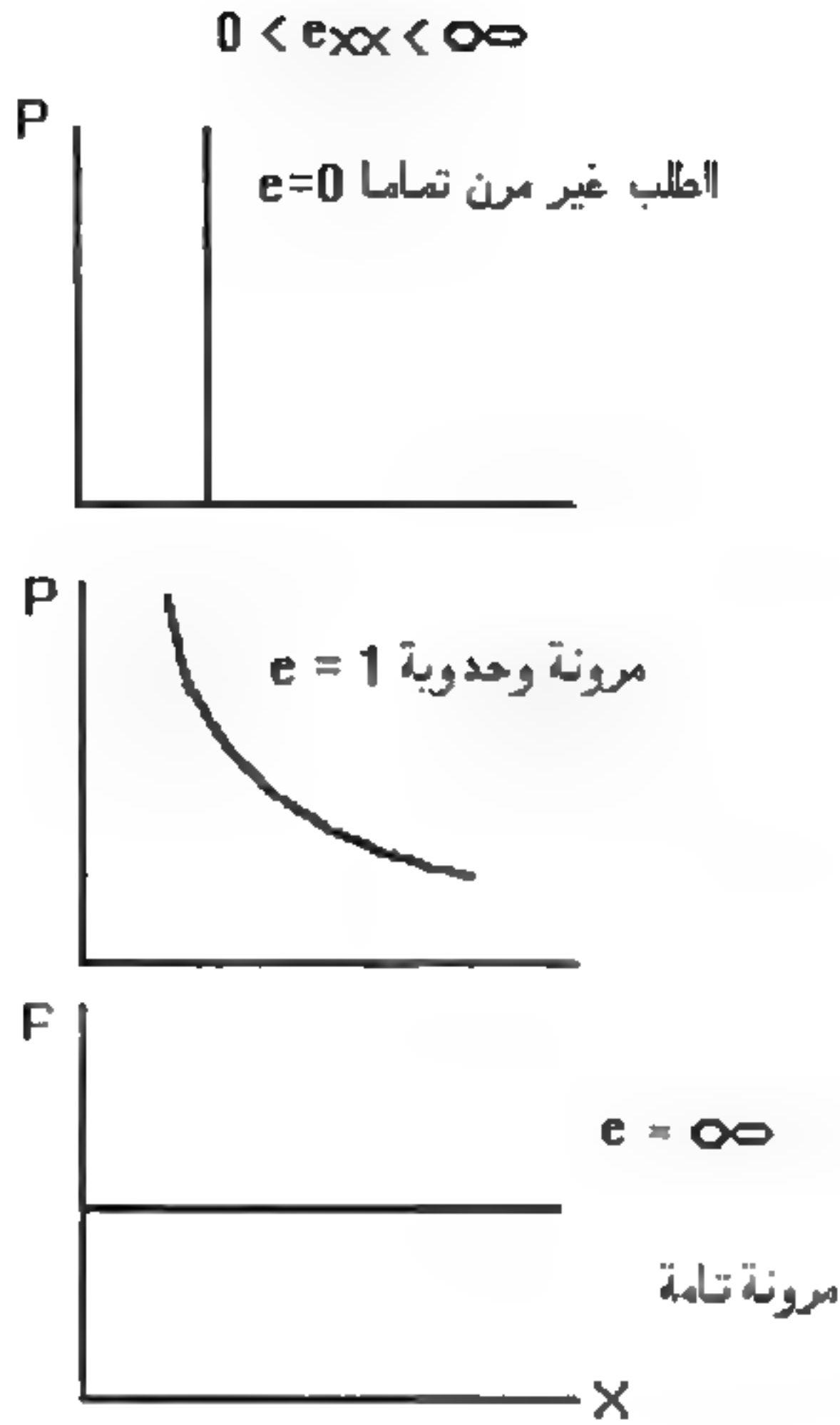
$$e_{xx} = \frac{x_1D'}{ox_1} = \frac{FD'}{FD}$$

ويستنتج من النتيجة الاخيرة البيان التالي :



ملاحظة :  $MD' = MD$

تكون المرونة سالبة حسب قانون الطلب ، لكن تقليديا تحذف الإشارة  
عندما يكتب قانون المرونة أي :  $0 < e_{xx} < \infty$



الطلب غير مرّن  $0 < e < 1$

الطلب مرّن  $1 < e < \infty$

تكون المحددات الأساسية للمرونة المباشرة :

- وجود سلع تبادلية : يكون الطلب مرّن اذا أمكن للمستهلك ان يحول طلبه بسهولة نحو سلع اخرى.
- طبيعة الاحتياجات التي تلبّيها السلعة : في العموم يكون طلب السلع الأساسية غير مرّن وطلب السلع الكمالية مرّن.
- تعدد استعمالات السلعة : عدد كبير من الاستعمالات سوف يؤدي الى مرونة كبيرة.



- نسبة الدخل المنفق على السلعة : نسبة صغيرة تؤدي الى مرونة ضعيفة.

2 - 2 - 2 - مرونة التقاطع :

تساوي مرونة التقاطع التغير النسبي للكمية المطلوبة من  $x$  المقسم على التغير النسبي لسعر السلعة  $y$  اي :

$$e_{xy} = \frac{\text{تغير نسبي لـ } x}{\text{تغير نسبي لـ } P_y} = \frac{\Delta x / x}{\Delta P_y / P_y} = \frac{\partial x}{\partial P_y} \frac{P_y}{x} \quad \text{I- 14}$$

وتكون إشارة مرونة التقاطع سالبة إذا كانت  $X$  و  $Y$  سلع متكاملة وموجبة إذا كانت  $X$  و  $Y$  تبادلية.

$X$  و  $Y$  سلعة تبادلية  $e_{xy} > 0$

$X$  و  $Y$  سلع متكاملة  $e_{xy} < 0$

( $X$  و  $Y$  سلع مستقلة  $e_{xy} = 0$ )

2 - 2 - 3 - مرونة الطلب بالنسبة للدخل:

تساوي "مرونة الدخل" التغير النسبي للكمية المطلوبة المقسم على التغير النسبي للدخل ، أي

$$\eta = \frac{\text{تغير نسبي لـ } x}{\text{تغير نسبي للدخل}} = \frac{\Delta X / X}{\Delta R / R} = \frac{\partial X}{\partial R} \frac{R}{X} \quad \text{1- 15}$$

تكون هذه المرونة موجبة في حالة سلع عادية وتستعمل لترتيب السلع الى قسمين :

سلع كمالية  $\eta > 1$

سلع اساسية  $0 < \eta < 1$

مثال : اعتبر دالة الطلب التالية

$$X = 100 - 4P_x + 0.5 P_y - 0.6P_z + 0.008R$$

$$P_x = 4 , P_y = 2 , P_z = 5 , R = 5000 \quad \text{إذا كان :}$$

يمكن تحديد المرونات المختلفة

$$e_{xx} = - \frac{4}{122} - 0.131$$

$$e_{xy} = + 0.0082 \quad \times \text{ بديل لـ } y$$

$$e_{xz} = - 0.0224 \quad \times \text{ مكامل لـ } z$$

$$\eta = 0.33 \quad \times \text{ سلعة اساسية}$$

2 - 2 - 4 - الطلب المرونة ودخل البائع :

تأخذ المرونة المباشرة دورا هاما في تحليل طلب السوق وكذلك لتحليل

دخل البائع خاصة في حالة احتكارية.

اعتبر ان دالة الطلب على سلعة معينة.

تكتب على شكل

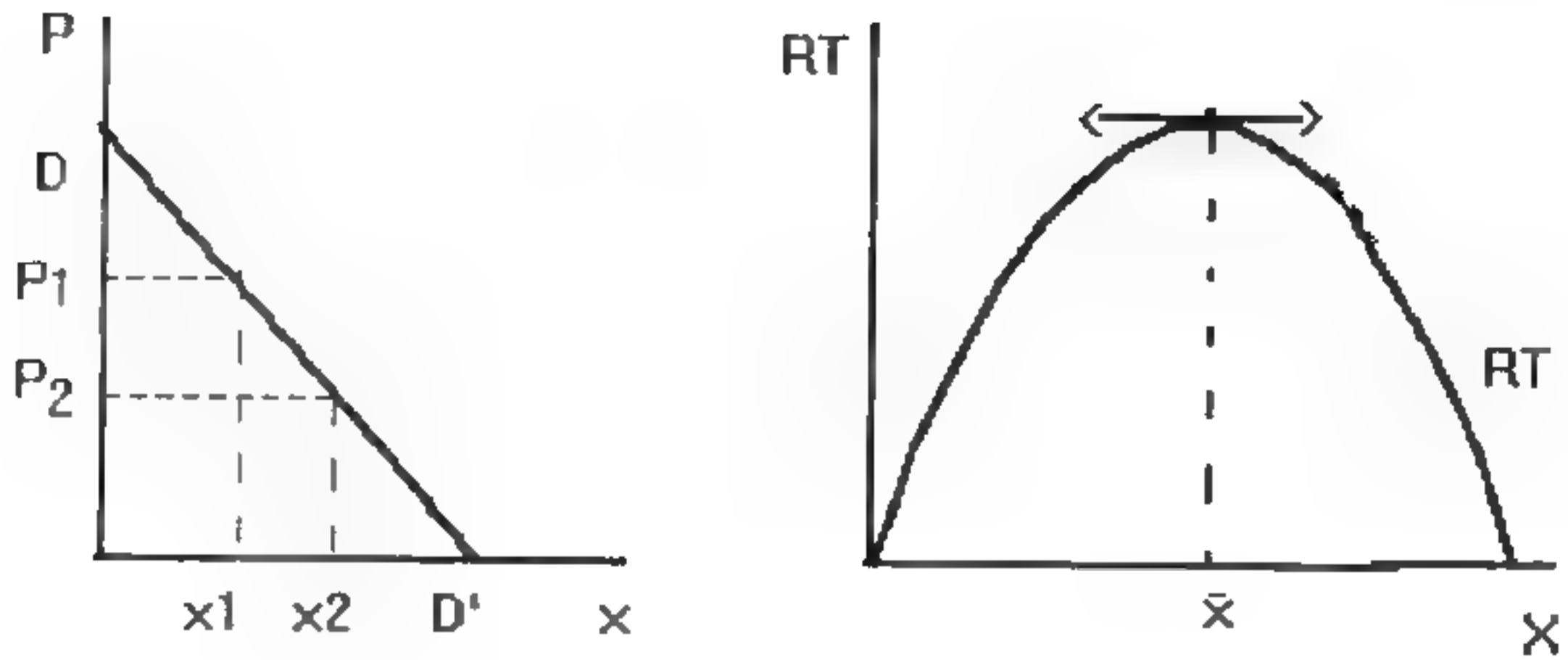
$$P = a_0 - a_1x$$

يكتب دخل البائع على شكل

$$RT = Px$$

$$= a_0x - a_1x^2$$

وترسم الدوال السابقة على شكل



ويكتب الدخل الحدي (دخل آخر وحدة مبيعة) على شكل :

$$Rmg = \frac{dRT}{dx} = a_0 - 2a_1x$$

ملاحظة :

ينطلق منحنى الدخل الحدي من نفس القيمة ( $a_0$ ) كمحني الطلب ،  
وتساوي القيمة المطلقة لميله ( $2a_1$ ) ضعف القيمة المطلقة ( $a_1$ )  
لميل منحنى الطلب.

تحليل الحالة العامة:

تكتب دالة الطلب على شكل

$$P = f(X)$$

و

$$RT = PX = f(X)X$$

و

$$Rmg = \frac{dRt}{dX} = f(X) + f'(X)X$$

$$= P + \frac{dP}{dX} X$$

$$= P \left( 1 + \frac{dP}{dX} \frac{X}{P} \right)$$

واذا استعمل تعريف المرونة كقيمة موجبة تتراوح ما بين 0 و  $\infty$  .

$$Rmg = P \left( 1 - \frac{1}{e} \right) \tag{1-16}$$

من العلاقة الاخيرة يستنتج ان :

$Rmg > 0$	$\Longleftarrow$	$e > 1$
$Rmg = 0$	$\Longleftarrow$	$e = 1$
$Rmg < 0$	$\Longleftarrow$	$e < 1$

وكذلك يمكن دراسة العلاقة ما بين المرونة والدخل الكلي أي :

	$e > 1$	$e = 1$	$0 < e < 1$
ارتفاع السعر	$RT \searrow$	-	$RT \nearrow$
انخفاض السعر	$RT \nearrow$	-	$RT \searrow$

# ملخص نظرية المستهلك

1 - المنفعة المقاسة :

a - المنفعة الكلية (UTx) والمنفعة الحدية UMx

(1)  $UTx = \sum UMx$

(2)  $UMx = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x}$

b - توازن المستهلك :

في التوازن الدينار الاخير المنفق على x يقدم نفس المنفعة كالدينار الاخير المنفق على y أي في التوازن.

(3)  $\frac{UMx}{Px} = \frac{UMx}{Py}$

وتحقق المعادلة السابقة في حدود دخل المستهلك أي:  $P_x X + P_y y = R$  (4)

## 2 - المنفعة المرتبة :

### a - المعدل الحدي للاحلال (T.M.S)

$$U = f(x, y) \quad \text{عندما}$$

يكتب التفاضل الكلي لهذه المعادلة على شكل

$$dU = f_x dx + f_y dy$$

حيث :

$$\text{منفعة حدية لـ } x = \frac{\delta U}{\delta x} = f_x$$

$$\text{منفعة حدية لـ } y = \frac{\delta U}{\delta y} = f_y$$

بسبب ثبات المنفعة على طول منحنى السواء ، يمكن كتابة :

$$(5) \quad dU = f_x dx + f_y dy = 0$$

و

$$(6) \quad - \frac{dy}{dx} = \frac{f_x}{f_y} = \text{TMS}$$

### b - توازن المستهلك

يطمح المستهلك الى تعظيم منفعة في حدود دخله أي

$$\max U = f(x, y)$$

تحت القيد

$$P_x x + P_y y = R$$

تكتب دالة لغرنج على شكل :

$$L = f(x, y) + \lambda (R - P_x x - P_y y)$$

وتكتب شروط المرتبة الاولى على شكل :

$$(7) \quad \begin{cases} L_x = f_x - \lambda P_x = 0 \\ L_y = f_y - \lambda P_y = 0 \\ L_\lambda = R - P_x x - P_y y = 0 \end{cases}$$

يؤدي حل الجملة (7) الى قيم التوازن  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  و  $\bar{\lambda}$   
ملاحظات :

- يفترض ان شروط الدرجة الثانية تكون محققة.

- استعمال المعادلتين الاولتين يؤدي الى :

$$\frac{f_x}{f_y} = \frac{P_x}{P_y} = T.M.S$$

- في هذه الحالة يمثل المعادل  $\lambda$  المنفعة الحدية للدخل أي

$$(8) \quad \lambda = \frac{dU}{dR}$$



## C - نظرية الطلب الفردي :

تشتق دالة الطلب الفردي من شروط الدرجة الاولى لتعظيم المنفعة ، حيث يمكن ايجاد دوال تربط بين المستويات المطلوبة من السلع والاسعار .

## d - معادلة سلوتسكي :

يساعد تحليل سلوتسكي في تقديم اثر تغير سعر سلعة ما على توازن المستهلك بصفة عامة، او على استهلاك اي سلعة بصفة خاصة .  
عبر دراسة معادلة سلوتسكي يمكن كذلك تحديد نوعية سلعة ما او تحديد نوعية العلاقة بين سلعتين.

- يقيم اثر التغير السعر  $P_x$  على استهلاك السلعة  $x$  ب :

$$(9) \quad \frac{dx}{\delta P_x} = \frac{\lambda D_{11}}{|D|} + \frac{x D_{31}}{|D|} = \left( \frac{\delta x}{\delta P_x} \right) - x \left( \frac{\delta x}{\delta R} \right)$$

إذا كان اثر الدخل  $(-x \delta x / \delta R)$  سالبا تدعى السلعة  $x$  بسلعة عادية ،  
بينما اثر دخل موجب يعبر على سلعة دنيا أو قيفن.

- يقيم اثر تغير السعر  $P_y$  على استهلاك السلعة  $x$  ب

$$(10) \quad \frac{\delta x}{\delta P_y} = \frac{\lambda D_{21}}{|D|} + \frac{y D_{31}}{|D|} = \left( \frac{\delta x}{\delta P_y} \right) - y \left( \frac{\delta x}{\delta R} \right)$$

إذا كان اثر الاحلال  $(\delta x / \delta P_y)$  موجب تمثل السلعة  $y$  بديل للسلعة  $x$  ،  
بينما اثر احلال سالب يعبر على تكامل بين السلعتين  $X$  و  $Y$ .

### e - مرونة الطلب :

- تعرف المرونة المباشرة على شكل :

$$e_{xx} = \frac{\text{تغير نسبي لـ } x}{\text{تغير نسبي لـ } y} = \frac{\Delta x / x}{\Delta P_x / P_x} \approx \frac{\delta x / x}{\delta P_x / P_x}$$

- تعرف مرونة التقاطع على شكل :

$$e_{xy} = \frac{\text{تغير نسبي لـ } x}{\text{تغير نسبي لـ } P_y} = \frac{\Delta x / x}{\Delta P_y / P_y} \approx \frac{\delta x / x}{\delta P_y / P_y}$$

- تعرف مرونة التقاطع على شكل :

$$\eta = \frac{\text{تغير نسبي لـ } x}{\text{تغير نسبي للدخل}} = \frac{\Delta x / x}{\Delta R / R} \approx \frac{\delta x / x}{\delta R / R}$$

7 - الطلب المرزونة ودخل البائع :

توضح المرزونة العلاقة التي توجد بين تغير سعر سلعة ما وتغير دخل البائع وتلخص الاتجاهات العديدة عبر الجدول التالي :

	$e > 1$	$e = 1$	$0 < e < 1$
ارتفاع السعر	RT ↘	-	RT ↗
انخفاض السعر	RT ↗	-	RT ↘

# تمارين

1 - 1 يمكن لمستهلك ما ان يختار بين عدة ازواج من السلعتين x و y وتظهر هذه التركيبات في الجدول التالي :

التركيبات	X	Y	التركيبات	X	Y
A	1	16	J	6	6
B	2	16	K	6	7
C	4	14	L	9	6
D	6	14	M	9	3
E	2	11	N	9	4
F	3	10	O	9	5
G	5	10	P	14	1
H	7	9	Q	13	2
I	5	6	R	12	4
			S	14	4

- اذا رتب المستهلك الازواج (x , y) حسب ارضائه بها وكان الترتيب كالتالي :

- D ~ H ~ S      C ~ K ~ O      P ~ M ~ I
- L ⊗ K      L ~ S      G ~ K ~ R
- O ⊗ N      A ~ E ~ P      F ⊗ E
- B ~ F      J ~ Q ~ N ~ B

حيث ~ : يساوي في التفضيل  
⊗ : اكبر في التفضيل

حدد الأزواج  $(x, y)$  التي توجد على نفس منحنى السواء ثم عين الترتيب الموجود بين مختلف المنحنيات.

- إذا كان دخل المستهلك يساوي  $R = 45$  وكانت أسعار السلعتين  $X$  و  $Y$  تساوي على التوالي  $P_x = 4$  ،  $P_y = 3$  . حدد قائمة التركيبات التي يمكن شراءها من طرف المستهلك.

- ماذا تكون التركيبة المختارة من طرف المستهلك ووضح الاختيار في البيان.

1 - 2 - تبين دراسة مستهلك ما ان الطلب على اسلعة  $X$  يكون تابع لدخله وهذا مع  $P_x = P_y = 5$  (حيث  $P_y$  يدل على سعر السلعة  $y$ ) وتظهر العلاقة بين الطلب على  $X$  ودخل المستهلك في الجدول التالي :

R	1	2	3	4	5
X	10	30	45	55	60

- عرف منحنى استهلاك الدخل لهذا المستهلك وارسم المنحنى حسب معطيات الجدول.

- ارسم منحنى انجلى للسلعة  $x$  وحدد نوعيتها.

1 - 3 - قدرت دالة المنفعة لمستهلك ما على شكل :

$$U_t = 15x + 20y - x^2 - y^2$$

إذا كان دخله في الفترة المدروسة يساوي 200 .

- ماذا تكون الكميات المستهلكة من  $X$  و  $y$  إذا كانت أسعارها 6 و 2 على التوالي :

- ماذا يكون مستوى استهلاك  $X$  اذا انخفض سعره الى 1.50 ، بينما يبقى دخل المستهلك وسعر  $Y$  بدون تغيير.
- ماهو الاثر الكلي لانخفاض سعر  $X$  على استهلاك السلعة  $X$  ؟ .
- تمثل الاجوبتين الاولتين نقاط على منحنى ، بماذا يدعى هذا المنحنى ؟
- هل يمكن ترتيب السلعة  $X$  (سلعة عادية او قيفن)؟.

1 - 4 - اذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما ممثلة في العبارة التالية :

$$U_t = 16x + 32y - (1/2)x^2 - (1/2)y^2$$

- بتحويلات مناسبة اوجد أن :

$$U_t = 384 + 3.2x - 0.82x^2$$

عندما دخل المستهلك واسعار السلعتين  $X$  و  $Y$  تأخذوا القيم 80 ، 4 و 5 على التوالي

- حدد قيم  $x$  و  $y$  في التوازن.

- ماهو المعدل الحدي للاحلال في نقطة التوازن ، فسر معناه.

- اثبت ان منحنى السواء محدب في ضواح نقطة التوازن.

- فسر الفرق ما بين  $\frac{d^2U}{dx^2}$  و  $\frac{d^2y}{dx^2}$

1 - 5 - لنفترض ان دالة المنفعة لمستهلك ما تأخذ الشكل التالي :

$$U_t = x_1^{1/2} x_2^{1/4}$$

- اوجد المنفعة عندما  $x_1 = 4$  ، و  $x_2 = 1$

- احسب ارتفاع المنفعة الناتج عن إضافة وحدة واحدة من السلعة  $x_1$  ،  
قارنها مع المنفعة الحدية وفسر وجود الفرق.

1 - 6 - إذا افترض أن دالة المنفعة لمستهلك معين تأخذ الشكل :

$$U_t = (1/2) xy^2$$

وكانت الكميات التي تحقق أقصى إشباع (منفعة) تساوي  $x = y = 2$  عندما دخل المستهلك يساوي 12 .

- أوجد الاسعار التي يواجهها المستهلك.

- احسب المعدل الحدي للاحلال في التوازن وفسر معناه.

1 - 7 - اعتبر ان لدي مستهلك معين اختيار بين سلعتين X و Y ، إذا

كانت كل منحنيات السواء متميزة بميل يساوي  $(-y/x)$  .

- اثبت ان الطلب على X مستقل على سعر Y.

- وضح معنى المعدل الحدي للاحلال . ماهي قيمته في التوازن اذا كان

سعر X يساوي 1 و سعر Y يساوي 2 ودخل المستهلك يساوي 120.

1 - 8 - توجد المعلومات التالية حول مستهلك ما .

- يستهلك سلعتين X و Y .

- يملك دخل يساوي 180 للفترة المدروسة.

- تأخذ دالة المنفعة للمستهلك الشكل :

$$U_t = \log x + 4 \log y$$

- أوجد دالة الطلب على X .

- ماذا تكون الكميات المشتراة اذا كان :  $P_x = 4$  ,  $P_x = 6$  ,  $P_x = 9$  ,

$P_x = 10$  ,

- هل يوجد فرق بين النفقات الكلية ؟ لماذا؟

1 - 9 - إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما تكتب على شكل :  $U_t = 2xy$  وكانت المعلومات التالية متفرقة

$$P_y = 1 \quad P_x = 2 \quad R = 10$$

- أوجد الكميات المستهلكة من  $x$  و  $y$  في التوازن.
- إذا ارتفع سعر  $y$  إلى 2 ما هو الدعم (دخل إضافي) الذي يجب توفيره للمستهلك حتى يتمكن من الشعور بنفس مستوى المنفعة.

1 - 10 - إذا افترض أن دالة المنفعة لمستهلك ما تكتب على شكل :

$$U_t = (x + 2)(y + 1)$$

- أوجد دوال الطلب الفردية للسلعتين  $x$  و  $y$
- إذا كانت أسعار السلعتين  $X$  و  $Y$  ودخل المستهلك تساوي على التوالي 2 ، 5 و 51 . حدد توازن المستهلك.
- باعتبار تغير في السعر  $P_x$  حدد نوعية السلعة  $X$ .
- باعتبار تغير في السعر  $P_y$  حدد العلاقة بين  $X$  و  $Y$  .
- إذا انخفض سعر  $x$  إلى 1 ما هو التغير الحقيقي في مستوى استهلاك  $x$
- إذا انخفض سعر  $x$  إلى 1.99 ما هو التغير الحقيقي في مستوى استهلاك  $x$
- هل يوجد فرق بين الاجوبتين الاخيرتين ونتيجة معادلة سلوتسكي ؟ لماذا؟



1 - 11 - إذا أخذت دالة المنفعة لمستهلك ما الشكل

$$U_t = 2x^{1/2}y^{1/2}$$

وكان القيد الميزاني ممثّل في الشكل

$$5x + 10y = 100$$

- حدد نقطة توازن المستهلك.
- حدد اثر الدخل واثر الاحلال للسلعة  $y$  ووضح نوعيتها.

1 - 12 - إذا قدرت دالة الطلب على  $x$  بالعلاقة التالية

$$X = P^{-0.3} P_i^{0.1} R^{0.4}$$

ما هو التغير النسبي على طلب  $x$  إذا :

- $P$  يرتفع بـ 10 % و  $P_i$  و  $R$  تبقى ثابت
- $P_i$  يرتفع بـ 5 % و  $P$  و  $R$  تبقى ثابت
- $R$  ينخفض بـ 10 % و  $P$  و  $P_i$  تبقى ثابت

1 - 13 - يشير الجدول التالي الى العلاقة بين سعر السلعة  $X$  ومستوى الطلب عليها :

P	5	4	3	2	1
X	30	40	50	60	80

- احسب المرونة المباشرة عندما يتغير السعر  $P$  من 1 الى 2 ، من 2 الى 3 الى غير ذلك .

- احسب المرونة المباشرة عندما يتغير السعر  $P$  في الاتجاه المعاكس للسؤال الاول ؟ ماهي الملاحظات التي يمكن استنتاجها؟

1 - 14 - تكتب دالة طلب السوق على السلعة  $x$  في الوقت  $t_0$  على شكل  
$$x = 200 - 2P$$

حيث  $P$  يمثل سعر السلعة  $X$ .

في الوقت  $t_0$  يكون السعر  $p_0 = 20$  . لسبب ما ينخفض السعر الى 15 في الوقت  $t_1$  . لكن ثلث  $(1/3)$  فقط من المستهلكين يغير صلبه حسب السعر الجديد، ثلث ثاني يغير صلبه في الوقت  $t_2$  ويغير الثلث الاخير طلبه في الوقت  $t_3$  .

- ماهي الكميات الاجمالية المباعة في  $t_1$  ،  $t_2$  و  $t_3$  ؟ .

- احسب المرونة المباشرة في  $P = 15$  لكل وحدة من منحنيات الطلب الاجمالي (حسب الزمن) ووضح اسباب تغير المرونة.

- 1 - 15 - تباع شركة ما السلعة  $x$  . ورغم عدم معرفة دالة الطلب لخط أن في فترة قصيرة من الزمن باعت الشركة 500 وحدة من  $x$  عندما حدد السعر بـ 10 ، بينما تحديد السعر بـ 6 ادى الى بيع 700 وحدة من  $x$  .
- هل يمكن تقدير مرونة الطلب بالنسبة للسعر (المرونة المباشرة) ؟ .
- اذا قدرت دالة الطلب بخط مستقيم هل يمكن كتابة الدالة ؟ .
- ماهي قيمة المرونة المباشرة عند  $x = 500$  و  $x = 700$  ؟ .
- ماهو السعر الامثل بالنسبة للبائع ؟ لماذا ؟ .

## II - نظرية الانتاج

تمثل دالة الانتاج علاقة تقنية بين مدخلات (عناصر الانتاج) ومخرجات (المنتوج) وتوضح قوانين النسبة اي تحويل كميات من المدخلات الى كميات من المخرجات وتشمل دالة الانتاج كل انماط الانتاج الفعالة تقنيا .  
في عدة احيان تكاد سلعة ما ان تنتج بانماط انتاج عديدة، كمثال تنتج وحدة واحدة من السلعة X بالانماط التالية :

	نمط $P_1$	نمط $P_2$	نمط $P_3$
وحدات العمل	2	3	3
وحدات الرأسمال	3	2	3

يعتبر نمط انتاج فعال تقنيا بالنسبة لنمط آخر اذا استعمل النمط الاول اقل من عنصر واحد وليس اكثر من العناصر الاخرى .  
بهذا التعريف يلاحظ أن النمط  $P_1$  فعال تقنيا بالنسبة للنمط  $P_3$  (يكون  $P_2$  فعال تقنيا بالنسبة للنمط  $P_3$  كذلك).

تتطرق نظرية الانتاج الى الانماط الفعالة تقنيا بحيث ان الانماط الغير فعالة لاتستعمل من طرف المقاول العقلاني وهذا الاخير يختار النمط الفعال اقتصاديا ما بين الانماط الفعالة تقنيا .

## 1 - دالة الانتاج لمنتوج وحيد :

تبحث نظرية الانتاج عن كيفية استعمال عدة عناصر لانتاج منتوج ما بطريقة فعالة اقتصاديا. في هذا الاطار تكون المؤسسة الانتاجية مضطرة الى دراسة ثلاثة جوانب :

- دراسة الامكانيات التقنية لانتاج السلعة (تحليل كل التركيبات من عناصر الانتاج التي تقدم نفس مستوى المنتوج).
- ايجاد التركيبة الفعالة (الارخص) حسب ظروف السوق.
- تحديد مستوى الانتاج ومستوى السعر اذا كان ذلك ممكنا.

## 1 - 1 - الانتاج بعنصر متغير وحيد :

ينطلق التحليل من فرضية وجود عنصر انتاج متغير وحيد ويدعى بالعمل ووجود عنصر ثابت ويدعى بالراسمال وأخيرا يفترض امكانية استعمال عناصر الانتاج بعدة نسب لانتاج السلعة المعينة.

### ملاحظة :

يدعى عنصر انتاج بعنصرا ثابتا اذا كان تغير الكمية المستعملة من هذا العنصر غير ممكن عندما تطالب ظروف السوق بتغير فوري لمستوى الانتاج ، بينما يعتبر عنصر انتاج كعنصر متغير اذا كان تغير الكمية المستعملة ممكنا في الحين وهذا كإجابة لتغير في ظروف السوق.

## ملاحظة :

يعرف المدى القصير كفترة زمنية لا تسمح التغير في الكمية المستعملة من العنصر أو العناصر الثابتة بينما يمكن تغير الكميات المستعملة من كل العناصر في المدى الطويل.

تتعلق دراسة نظرية الانتاج من المدى القصير وهذا يعني تحليل استعمال العنصر الثابت والعنصر المتغير لانتاج منتج معين بطريقة فعالة اقتصاديا.

## - دالة الانتاج :

تعرف دالة الانتاج كمنحنى (جدول أو معادلة رياضية) تشير الى المستوى الاعظم من الانتاج الذي يمكن الحصول عليه باستعمال عناصر انتاج معينة

اعتبر الجدول التالي

انتاج كلي ، انتاجيا متوسطة وحدية

كمية العنصر الثابت F	كمية العنصر المتغير L	انتاج كلي	انتاجية متوسطة PPM <sub>L</sub>	انتاجية حدية PPmg <sub>L</sub>
4	0	0	-	-
4	1	38	38	38
4	2	88	44	50
4	3	144	48	56
4	4	200	50	56
4	5	250	50	50
4	6	288	48	38
4	7	308	44	20
4	8	304	38	- 4
4	9	270	30	- 34

#### ملاحظات :

- يحدث الانتاج بكمية ثابتة من العنصر F.
- تتغير الكمية المستعملة من العنصر L ولكل كمية من L التي تستعمل مع كمية ثابتة من F يحدث مستوى انتاج معين.
- الانتاجية المتوسطة: تساوي الانتاجية المتوسطة تقسيم الانتاج الكلي على كمية (عدد) العنصر المستعمل لانتاج المنتج المعين.
- الانتاجية الحدية: تساوي الانتاجية الحدية لعنصر انتاج الزيادة في الانتاج الكلي الناتجة عن استعمال وحدة إضافية من العنصر في سيرة الانتاج ، بينما يبقى العنصر الثابت بدون تغير.

العلاقة : في البداية ترتفع الانتاجية المتوسطة والانتاجية الحدية ثم تصل الى اقصاها (تصل الانتاجية الحدية الى اقصاها قبل الانتاجية المتوسطة) و تتضاءل بعد ذلك.

### قانون الانتاجية الحدية المتناقصة :

عندما يزداد استعمال عنصر انتاج متغير بينما العناصر الاخرى تبقى ثابتة بعد نقطة معينة تنخفض الانتاجية الحدية (هذا القانون مستخرج من دراسة الواقع الزراعي خاصة) .

في النظرية الاقتصادية التقليدية تأخذ دالة الانتاج الشكل التالي

$$X = f(K, L, r, \gamma) \quad \text{II - 1}$$

حيث تبدل  $K, L, r$  و  $\gamma$  على الرأسمال ، العمل، غلة الحجم (مردودية السلم) ومعامل الفعالية (كيفية التسيير). في المدى القصير يستعمل شكل ابسط اي

$$X = f(K, L) \quad \text{II - 2}$$

انطلاقا من المعادلة II-2 تعرف الانتاجية الحدية والانتاجية المتوسطة للعمل كالتالي

$$PPmg_L = \frac{\delta f}{\delta L}$$

$$PPM_L = \frac{f}{L}$$

بفرضية ثبات الرأسمال تكتب دالة الانتاج على شكل

$$X = f (K_0 , L)$$

أو

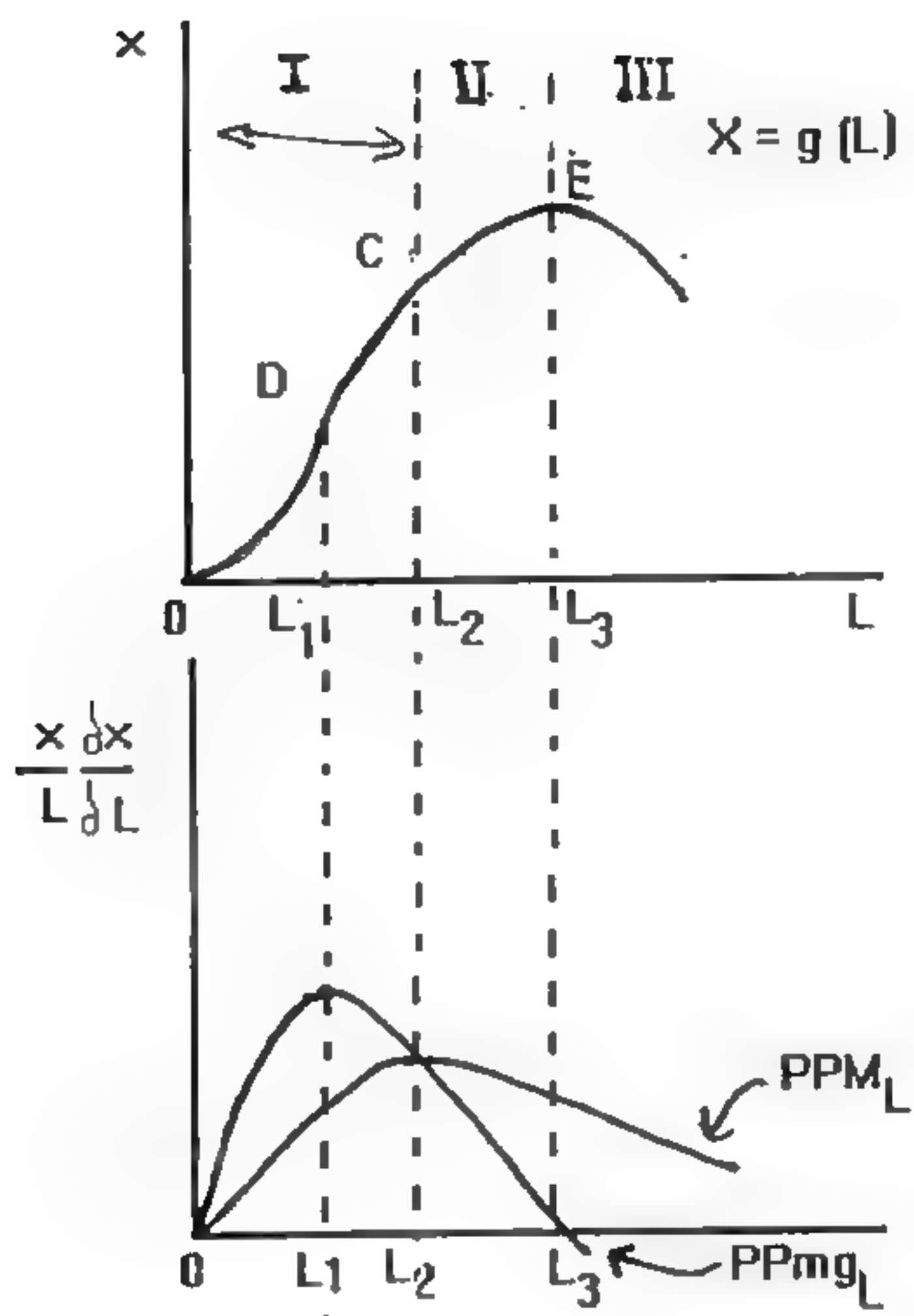
$$X = g (L) \qquad \text{II - 3}$$

وإذا قدر المثال السابق بدالة متستمرة نكتب دالة الانتاج على شكل

$$X = g (L)$$



وتظهر في البيان التالي



ملاحظات

الانتاجية الحدية :

- بين 0 و D تكون موجبة و متزايدة (D نقطة انعطاف).
- بين D و E تكون موجبة و متناقصة.
- بعد E تكون سالبة.

الانتاجية المتوسطة :

- بين 0 و C تكون موجبة و متزايدة.
- بعد C تكون متناقصة

العلاقة بينهما:

$$PPM_L = \frac{X}{L}$$

$$(PPM_L)' = \frac{\delta}{\delta L} \left( \frac{x}{L} \right) = \frac{1}{L^2} \left( \frac{\delta x}{\delta L} L - x \right)$$

$$= \frac{1}{L} \left( \frac{\delta x}{\delta L} - \frac{x}{L} \right)$$

$$= \frac{1}{L} \left( PPmg_L - PPM_L \right)$$

انطلاقا من العبارة الاخيرة يمكن كتابة

$PPmg_L > PPM_L \longrightarrow (PPM_L)' > 0 \longrightarrow PPM_L$  متزايدة

$PPmg_L = PPM_L \longrightarrow (PPM_L)' = 0 \longrightarrow$  نقطة عظمى  $PPM_L$

$PPmg_L < PPM_L \longrightarrow (PPM_L)' < 0 \longrightarrow PPM_L$  متناقصة

ملاحظة :

يقطع منحنى الانتاجية الحدية منحنى الانتاجية المتوسطة في اقصاه.  
انطلاقا من البيان السابق يمكن استخلاص النتائج التالية :

- في المنطقة III تكون  $PPmg_L$  سالبة ولذلك المقاول العقلاني سوف لا يتجاوز النقطة E
- في المنطقة I تكون الانتاجية الحديدية اكبر من الانتاجية المتوسطة ولذلك يجب على المقاول ان يتجاوز النقطة c (داخل المنطقة I، إضافة عامل تؤدي الى ارتفاع الانتاجية المتوسطة).
- بعد اقضاء المناطق I و III يختار المقاول نقطة داخل المنطقة II.

تكتب ا حدود المناطق على شكل

$$\begin{array}{ll} 0 \leftarrow \text{-----} \rightarrow PPM_L = PPmg_L & \text{I} \\ PPM_L = PPmg_L \leftarrow \text{-----} \rightarrow PPmg_L = 0 & \text{II} \\ PPmg_L = 0 \text{-----} > & \text{III} \end{array}$$

ملاحظة : في المنطقة I تكون الانتاجية الحديدية للرأسمال سالبة .

اعتبر ان دالة الانتاج  $f$  تتميز بغلة حجم ثابتة (متجانسة من الدرجة الاولى) حسب قانون "ألار" يمكن كتابة

$$X = \frac{\delta f}{\delta L} L + \frac{\delta f}{\delta K} K$$

او

$$\frac{\delta f}{\delta K} K = X - \frac{\delta f}{\delta L} L$$

$$PPmg_K K = X - \frac{\delta f}{\delta L} \frac{L}{X} X$$

و

$$PPmg_K = \frac{X}{K} \left( 1 - \frac{PPmg_L}{PPM_L} \right) \quad II - 4$$

في المنطقة I  $PPmg_L > PPM_L$  ولذلك  $PPmg_K < 0$

في المنطقة II  $PPmg_L < PPM_L$  ولذلك  $PPmg_K > 0$

في المنطقة III  $PPmg_L < 0$  ولذلك  $PPmg_K > 0$

مثال : اعتبر دالة الانتاج التالية

$$x = f(K, L) = 10 KL^2 - (KL)^3$$

1 - اذا كان  $K = 1$  ماهي كمية العمل التي تضمن اقصى انتاج كلي

2 - انطلاقا من أي قيمة يزداد الانتاج بمعدل متناقص.

3 - حدد مناطق الانتاج الثلاثة.

الجواب :

$$x = 10L^2 - L^3 - 1 \quad \frac{\delta x}{\delta L} = 0 \Rightarrow L = \frac{20}{3}$$

$$\frac{\delta PPmg}{\delta L} = 0 \longrightarrow L = \frac{20}{6} \quad - 2$$

$$0 \text{ ----- } (PPM)' = 0 \quad \text{I} \quad - 3$$

$$0 \text{ ----- } L = 5$$

$$(PPM)' = 0 \text{ ----- } PPmg = 0 \quad \text{II}$$

$$5 \text{ ----- } 20/3$$

$$PPmg = 0 \text{ ----- } \infty \quad \text{III}$$

$$20/3 \text{ ----- } \infty$$

ملاحظة :

تعرف النسبة  $PPmg_L / PPM_L$  (في المعادلة 4 - II) كمرونة الانتاج للعنصر L حيث تشير هذه النسبة الى المعدل النسبي لتغير مستوى الانتاج بالنسبة لتغير نسبي لهذا العنصر أي :

$$\omega_L = \frac{\delta \log x}{\delta \log L} = \frac{\text{تغير نسبي لـ } x}{\text{تغير نسبي لـ } L}$$

$$\frac{\delta x / x}{\delta L / L}$$

$$= \frac{PPmg_L}{PPM_L}$$

مثال : حدد مرونة الانتاج لعناصر الانتاج في الدوال التالية :

$$X_1 = 2K^\beta L^\alpha T^\lambda$$

$$X_2 = 2aKL - bK^2 - cL^2$$

الجواب

$$\omega_{X_1/K} = \frac{\delta x_1}{\delta K} \cdot \frac{K}{x_1} = (2\beta K^{\beta-1} L^\alpha T^\lambda) \cdot \frac{K}{X_1} = \beta$$

بنفس الطريقة يمكن ايجاد

$$\omega_{X_1/L} = \alpha \quad \text{و} \quad \omega_{X_1/T} = \lambda$$

فيما يخص الدالة الثانية

$$\omega_{X_2/K} = \frac{\delta x_2}{\delta K} \cdot \frac{K}{x_2} = \frac{2K(aL - bK)}{2aKL - bk^2 - cL^2}$$

$$\omega_{X_2/L} = \frac{\delta x_2}{\delta L} \cdot \frac{L}{x_2} = \frac{2L(aK - cL)}{2aKL - bk^2 - cL^2}$$

## 1 - 2 - الانتاج بعنصرين متغيرين

ادت دراسة سيرورة الانتاج بعنصر متغير وحيد الى عدة استنتاجات منها تعريف مفاهيم الانتاجية المتوسطة والانتاجية الحدية وتحديد المنطقة الأمثل للانتاج عبر نفس الاتجاه. يمكن دراسة سيرورة بفرضية وجود عنصرين متغيرين .

اعتبر الجدول التالي

### انتاج

كمية من الرأس مال فترة زمنية	9	37	41.5	45	47.5	49	49.5	49	47.5	45
	8	37.5	42	45.5	48	49.5	50	49.5	48	45.5
	7	37	41.5	45	47.5	49	49.5	49	47.5	45
	6	35.5	40	43.5	46	47.5	48	47.5	46	43.5
	5	33	37.5	41	43.5	45	45.5	45	43.5	41
	4	29.5	34	37.5	40	41.5	42	41.5	40	37.5
	3	25	29.5	33	35.5	37	37.5	37	35.5	33
	2	19.5	24	27.5	30	31.5	32	31.5	30	27.5
	1	13	17.5	21	23.5	25	25.5	25	23.5	21
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		كمية من العمل / فترة زمنية								

### ملاحظات :

- كل صف يدل على مستويات انتاج تحقق بثبات الرأس مال وتغير العمل.

- كل عمود يدل على مستويات انتاج تحقق بثبات العمل وتغير  
الرأسمال.

- على كل صف، يدل الفرق ما بين عددين متتاليين على الانتاجية  
الحدية للعمل.

- على كل عمود، يدل الفرق ما بين عددين متتاليين على الانتاجية  
الحدية للرأسمال.

- تكون الانتاجية الحدية متزايدة وبعد مستوى معين تصبح  
متناقصة.

**ملاحظة :**

لإنتاج مستوى معين من المنتج يستطيع المنتج ان يستعمل عدة  
ازواج من العمل والرأسمال (المساتوى 37,5 مثلا).

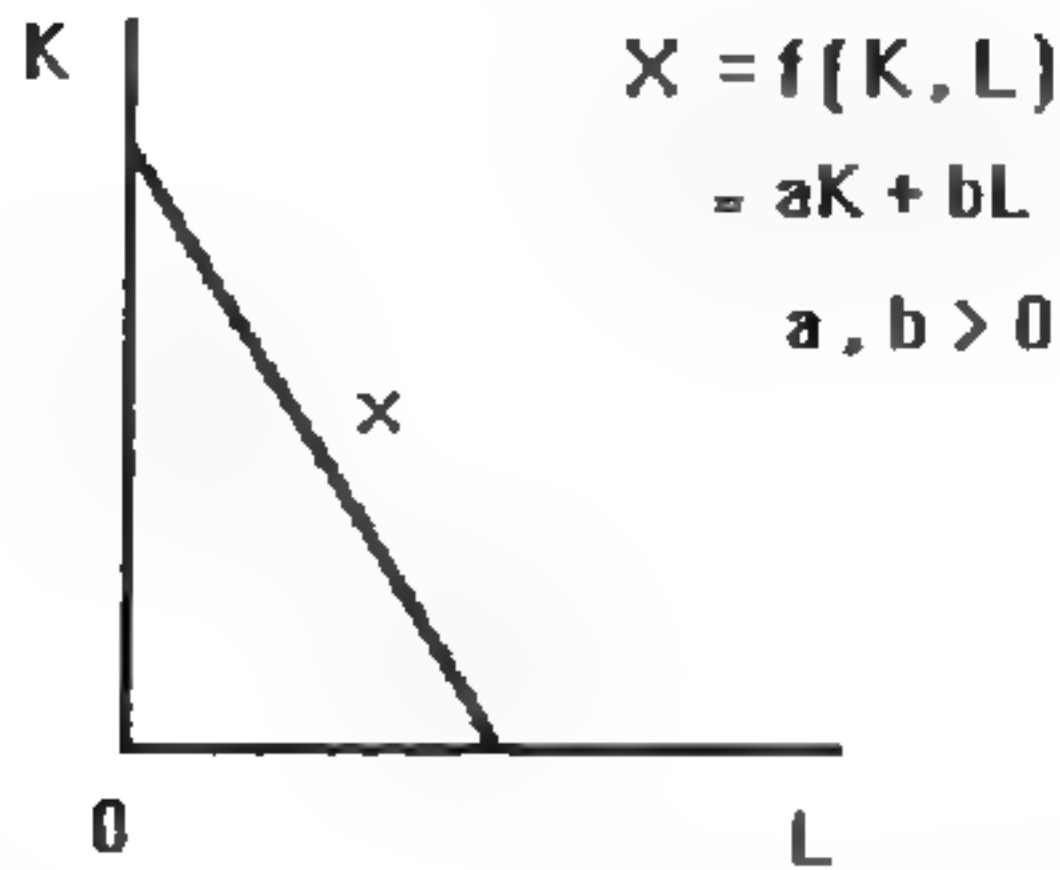
**تعريف:**

يشير منحنى تساوي الكميات الى كل الازواج من عناصر الانتاج  
التي تساهم في انتاج كمية معينة من المنتج.

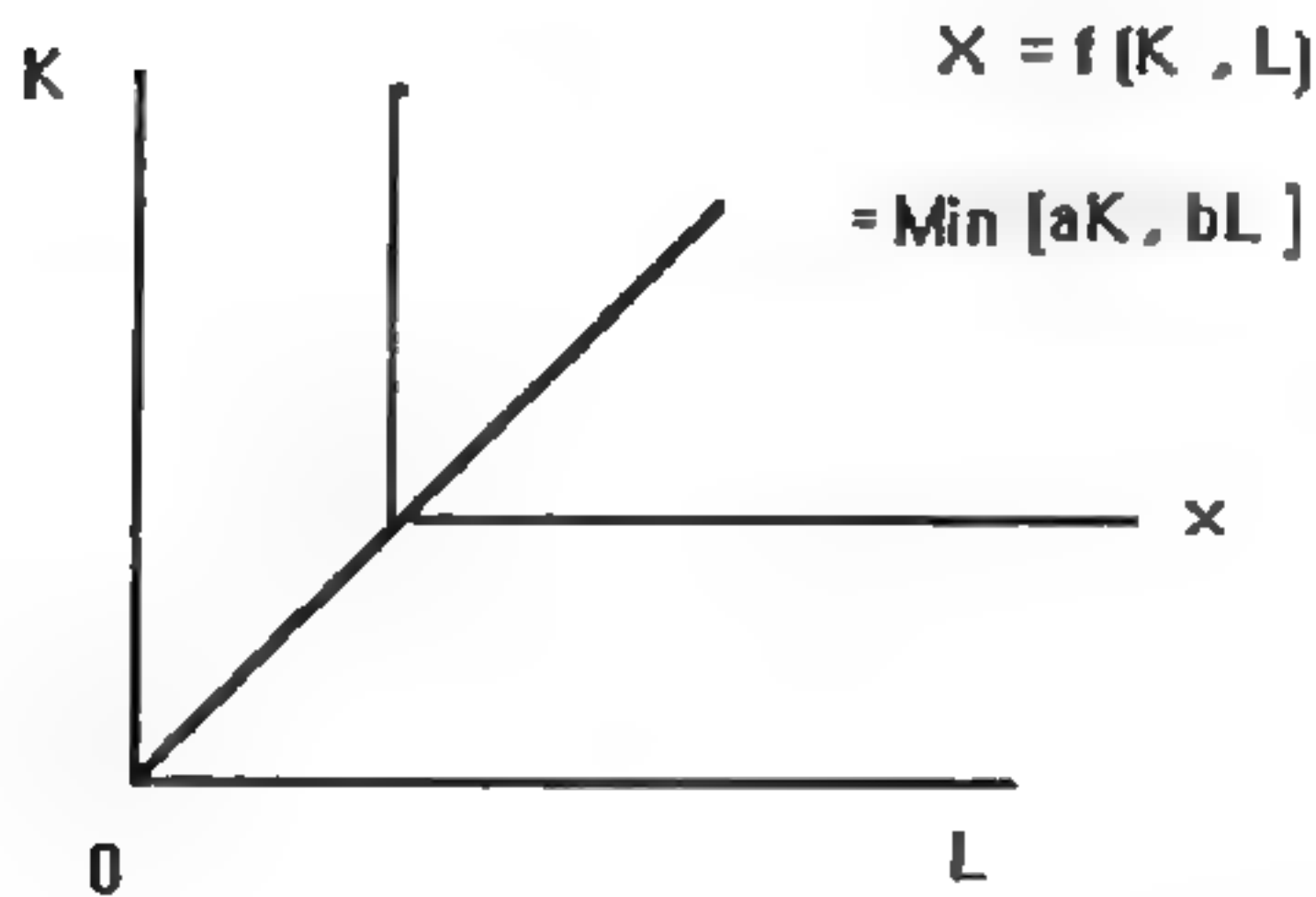
يأخذ منحنى تساوي الكميات عدة اشكال حسب درجة الاحلال بين عناصر  
الانتاج.



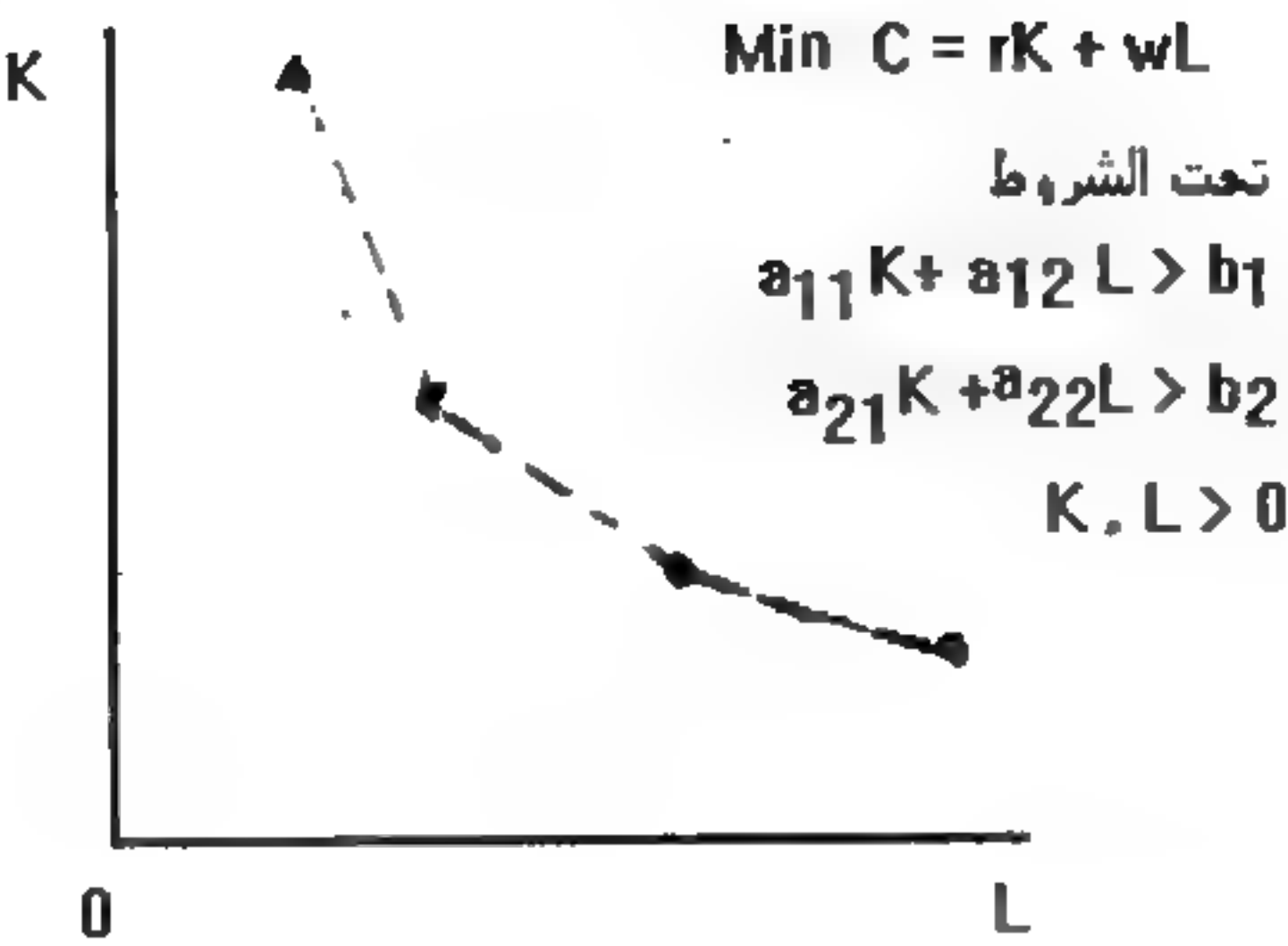
المنحنى الخطي: يفترض هذا المنحنى احلال تام بين العناصر.



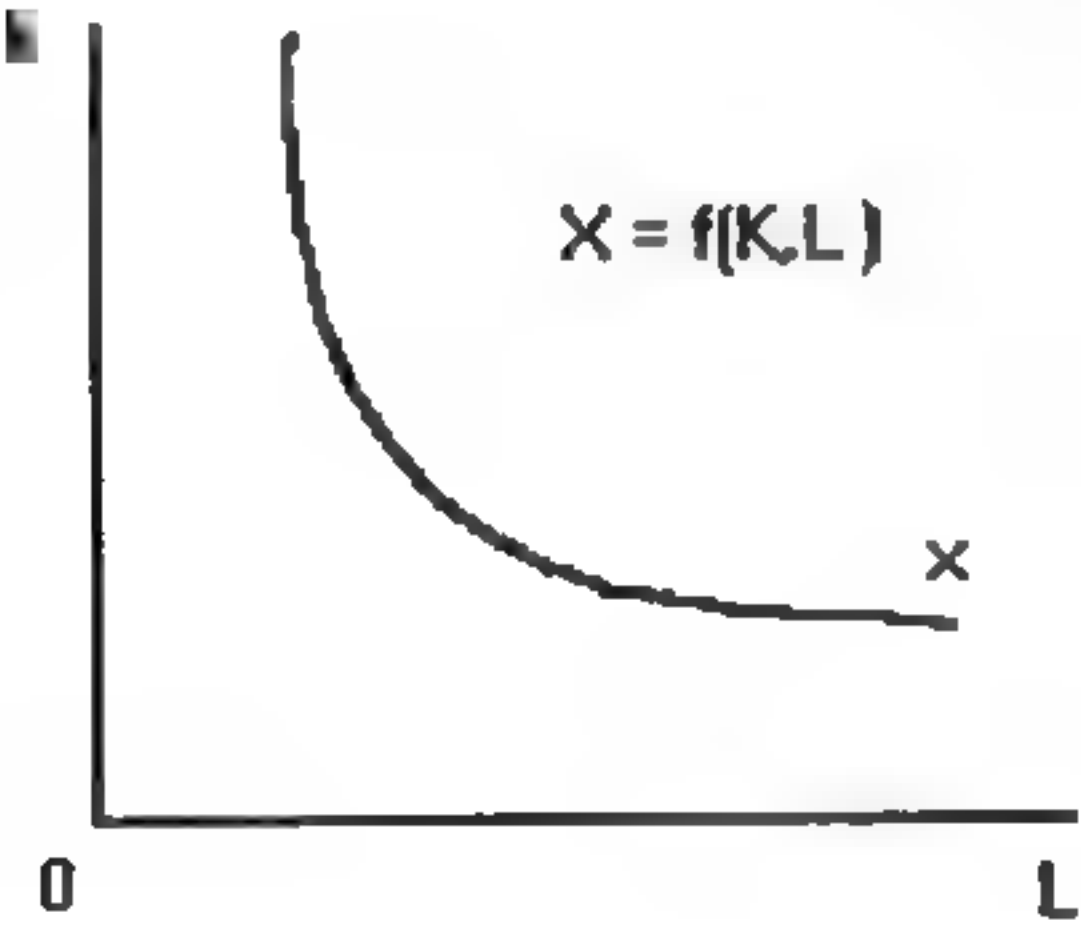
- منحنى المدخلات والمخرجات : يفترض هذا المنحنى مكاملة تامة (الاحلال غير ممكن).



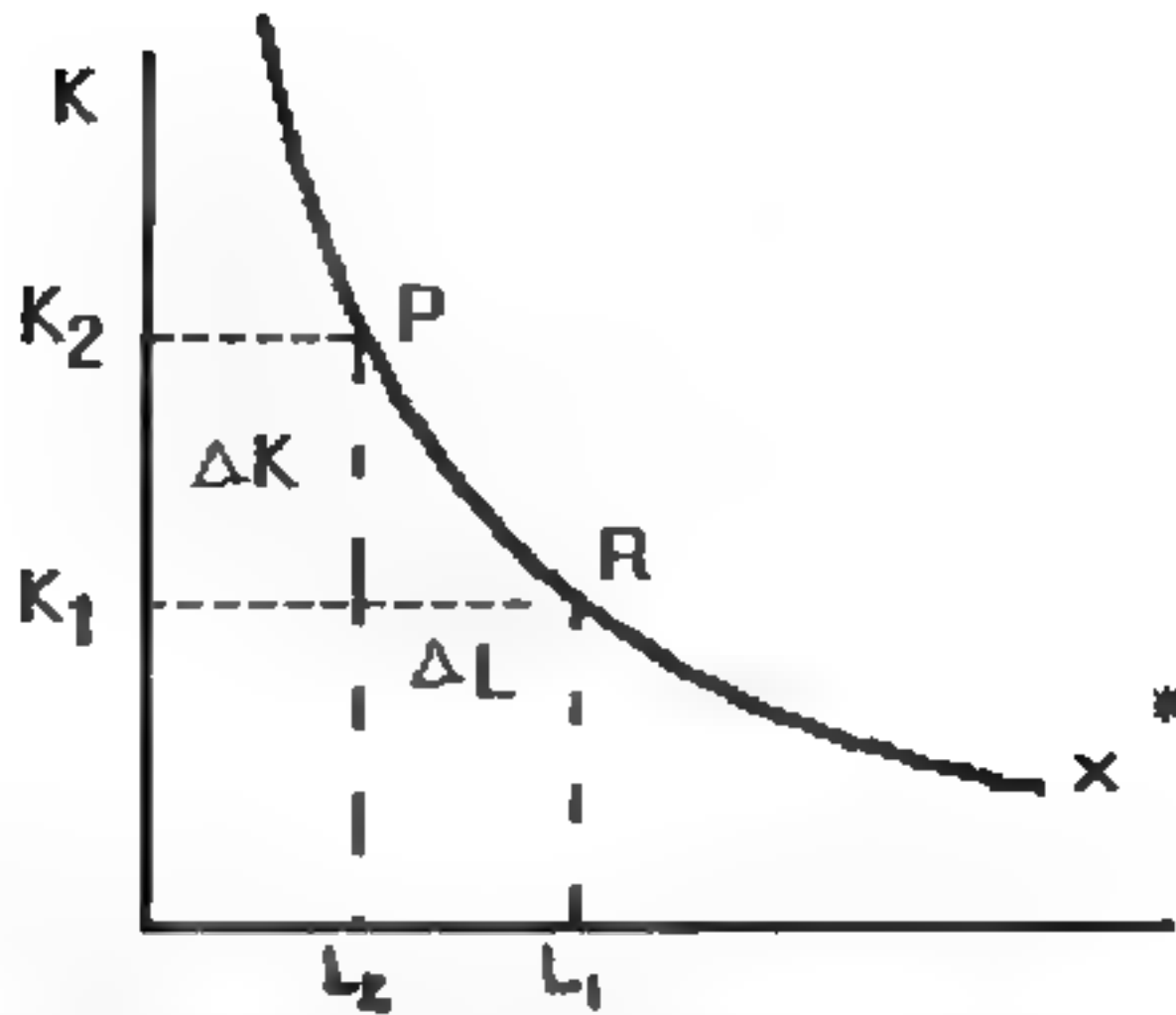
- منحنى البرمجة الخطية: يفترض هذا المنحنى وجود انماطا قليلة لانتاج كمية معينة من المنتج ويكون احلال العناصر ممكن فقط عند الزواية.



- المنحنى المحدب: يفترض في هذه الحالة ان الاحلال يكون مستمر داخل منطقة معينة



ويعتبر هذا المنحنى كتقدير لمنحنى البرمجة الخطية الذي يقارب الواقع الاقتصادي. بفرضية احلال مستمرا بين الراسمال والعمل يرسم منحنى تساوي الكميات على شكل :



اعتبر المنحنى  $X^*$ . يمثل الانتقال من  $P$  إلى  $R$  تغير في الكمية المستعملة من  $K$  بـ  $\Delta K$  وتغير في الكمية المستعملة من  $L$  بـ  $\Delta L$  ولكن مستوى الإنتاج يبقى ثابت أي  $\Delta x^* = 0$

#### تعريف:

يقيس المعدل الحدي للحلال التقني الانخفاض في استعمال عنصر إنتاج عندما يزداد العنصر الآخر بوحدة واحدة ، بينما يبقى مستوى الإنتاج ثابت ، أي :

$$TMST = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right| \quad \text{II - 5}$$

وإذا اعتبرت مسافة ضئيلة جدا بين نقطتين على نفس منحنى تساوي الكميات تكتب دالة الإنتاج على شكل :

$$X = f(K, L)$$

ويكون التفاضل الكلي

$$dx = f_K dk + f_L dL$$

وبحيث أن  $dx$  يساوي الصفر على طول منحنى تساوي الكميات ،  
تكتب المعادلة السابقة على شكل :

$$f_K dK + f_L dL = 0$$

أي

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{f_L}{f_K} = TMST \quad II - 6$$

### تعريف :

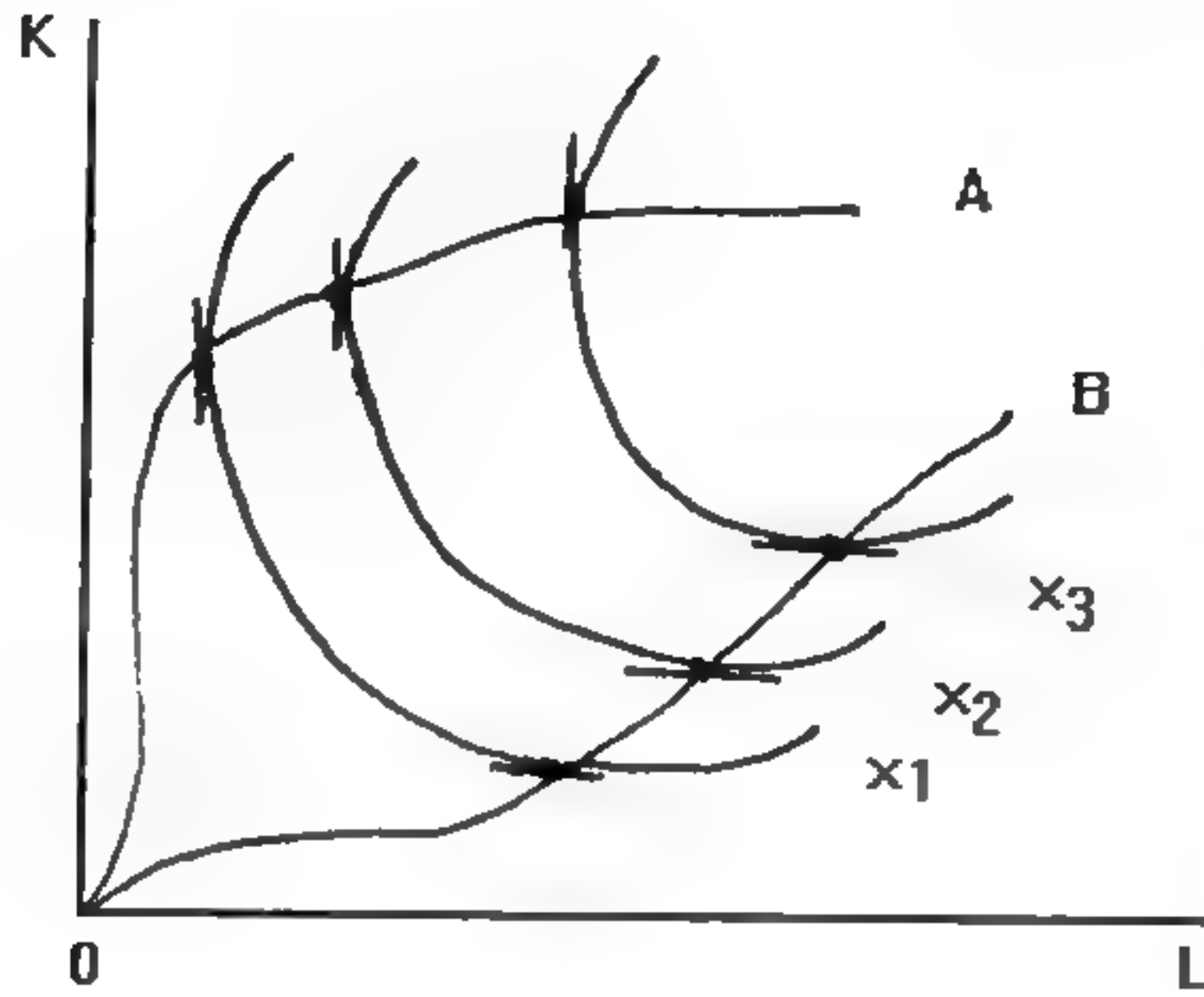
يمثل المعدل الحدي للحلال التقني ناقص ميل منحنى تساوي الكميات أو نسبة الانتاجيات الحدية.

بحيث ان النظرية الاقتصادية تنطبق الى المناطق المميزة بإنتاجية حدية موجبة ومتناقصة، تعويض  $K$  بـ  $L$  على منحنى تساوي الكميات يؤدي الى انخفاض  $f_L$  وارتفاع  $f_K$  وهذا يعني ان المعدل الحدي للحلال التقني سوف يكون متناقصا أي:

$$\frac{dTMST}{dL} < 0$$

وإذا كان المعدل الحدي للحلال التقني متناقصا فالمنحنى يكون محدبا نحو نقطة الاصل 0 .

بمستويات انتاج عديدة ترسم منحنيات تساوي الكميات على شكل :



انطلاقا من تعريف المعدل الحدي للاحلال التقني يستنتج أن الانتاج يكون فعالا تقنيا داخل المنطقة المحدودة بـ  $OA$  و  $OB$  ، بحيث ان خارج هذه المنطقة  $-dk/dL$  يكون سالبا وهذا يعني ان احدى الانتاجيات الحدية تكون سابة (على يمين  $OB$  تكون الانتاجية الحدية للعمل سالبة وعلى يسار  $OA$  تكون الانتاجية الحدية للرأسمال سالبة).

لتحديد درجة الاحلال بين  $K$  و  $L$  تستعمل قيمة تدعى بمرونة الاحلال على طول منحنى تساوي الكميات يكون المعدل الحدي للاحلال التقني في تناقص وكذلك النسبة  $K/L$  .

تعريف:

نمثل مرونة الاحلال عدد يحدد كيفية الاحلال بين K و L وتأخذ الشكل التالي :

$$\sigma = \frac{d \log (K/L)}{d \log (TMST)} \quad \text{II - 7}$$

$$= \frac{\text{التغير النسبي لـ } K/L}{\text{التغير النسبي لـ } TMST}$$

$$= \frac{d (K/L)}{d (f_L/f_K)} \cdot \frac{f_L / f_K}{K/L}$$

مثال : اعتبر دالة الانتاج التالية

$$X = b_0 L^{b_1} K^{b_2}$$

- الانتاجية الحدية للعناصر :

$$PPmg_L = \frac{\delta X}{\delta L} = b_1 PPM_L$$

$$PPmg_K = \frac{\delta X}{\delta K} = b_2 PPM_K$$

- المعدل الحدي للاحلاي

$$\frac{PPmg_L}{PPmg_K} = \frac{b_1}{b_2} \frac{K}{L} = TMST$$

- مرونة الاحلال

$$\sigma = \frac{d \log (K/L)}{d \log (TMST)} = 1$$

1 - 3 - قوانين الانتاج

توصف قوانين الانتاج الطرق الممكنة تقنيا لرفع مستوى الانتاج ويرفع هذا المستوى عبر عدة طرق.

- بتغير كل عناصر الانتاج وهذا يكون ممكنا في المدى الطويل.

- بتغير احد العناصر, بينما تبقى العناصر الاخرى ثابتة, وهذا يحدث في المدى القصير.

1 - 3 - 1 - قوانين غلة الحجم (مردودية السلم) :

في المدى الطويل يمكن تغيير مستوى الانتاج بتغير كل عناصر الانتاج ،  
تتطرق النظرية الاقتصادية الى حالة تغير عناصر الانتاج بنفس النسبة

والعبارة غلة الحجم تشير الى التغير في الانتاج الناتج عن تغير بنفس النسبة لكل عناصر الانتاج .  
اعتبر دالة الانتاج التالية :

$$X_0 = f (K , L )$$

حيث  $X_0$  يمثل مستوى معيناً من الانتاج . اذا ارتفعت مستويات العناصر بالنسبة  $t$  يكون المستوى الجديد للانتاج .

$$X^* = f(tK , tL)$$

- (1) اذا  $X^* = t X_0$  تمثل هذه الحالة غلة حجم ثابتة
- (2) اذا  $X^* < t X_0$  تمثل هذه الحالة غلة حجم متناقصة
- (3) اذا  $X^* > t X_0$  تمثل هذه الحالة غلة حجم متزايدة.

مثال: اعتبر دالة الانتاج التالية

$$X_0 = b_0 K^\alpha L^\beta$$

إذا تغيرت عناصر الانتاج بالنسبة  $t$  يمكن كتابة :

$$\begin{aligned} X^* &= b_0 (tK)^\alpha (tL)^\beta \\ &= t^r X_0 \end{aligned}$$

حيث  $r = \alpha + \beta$  يمثل غلة الحجم

إذا كان  $r$  اقل ، يساوي او اكبر من واحد تكون غلة الحجم متناقصة، ثابتة او متزايدة .



## ميزة دالة الانتاج ذات غلة حجم ثابتة

اعتبر الدالة

$$X = f(K, L)$$

إذا كانت الدالة  $f$  تتميز بغلة حجم ثابتة يمكن كتابة :

$$\frac{X}{L} = f\left(\frac{K}{L}, 1\right) \\ = g(k)$$

$$k = \frac{K}{L}$$

حيث

$$X = L g(k)$$

أو

تكتب الانتاجيات الحدية:

$$f_k = \frac{\delta X}{\delta K} = L \frac{\delta g}{\delta k} \cdot \frac{\delta k}{\delta K} = L g'(k) \frac{1}{L} = g'(k)$$

$$f_L = \frac{\delta X}{\delta L} = g(k) + L \frac{\delta g}{\delta k} \cdot \frac{\delta k}{\delta L} = g(k) - k g'(k)$$

تكتب المعادلة الأخيرة على شكل

$$g(k) = f_L + k f_K$$

وإذا ضربت هذه المعادلة بالعنصر  $L$  :

$$X = L f_L + K f_K$$

تعني العلاقة الأخيرة أن الإنتاج الكلي يكون عبارة عن جمع كل عناصر الإنتاج المضروبة في إنتاجيتها الحدية المناسبة.

### ملاحظة :

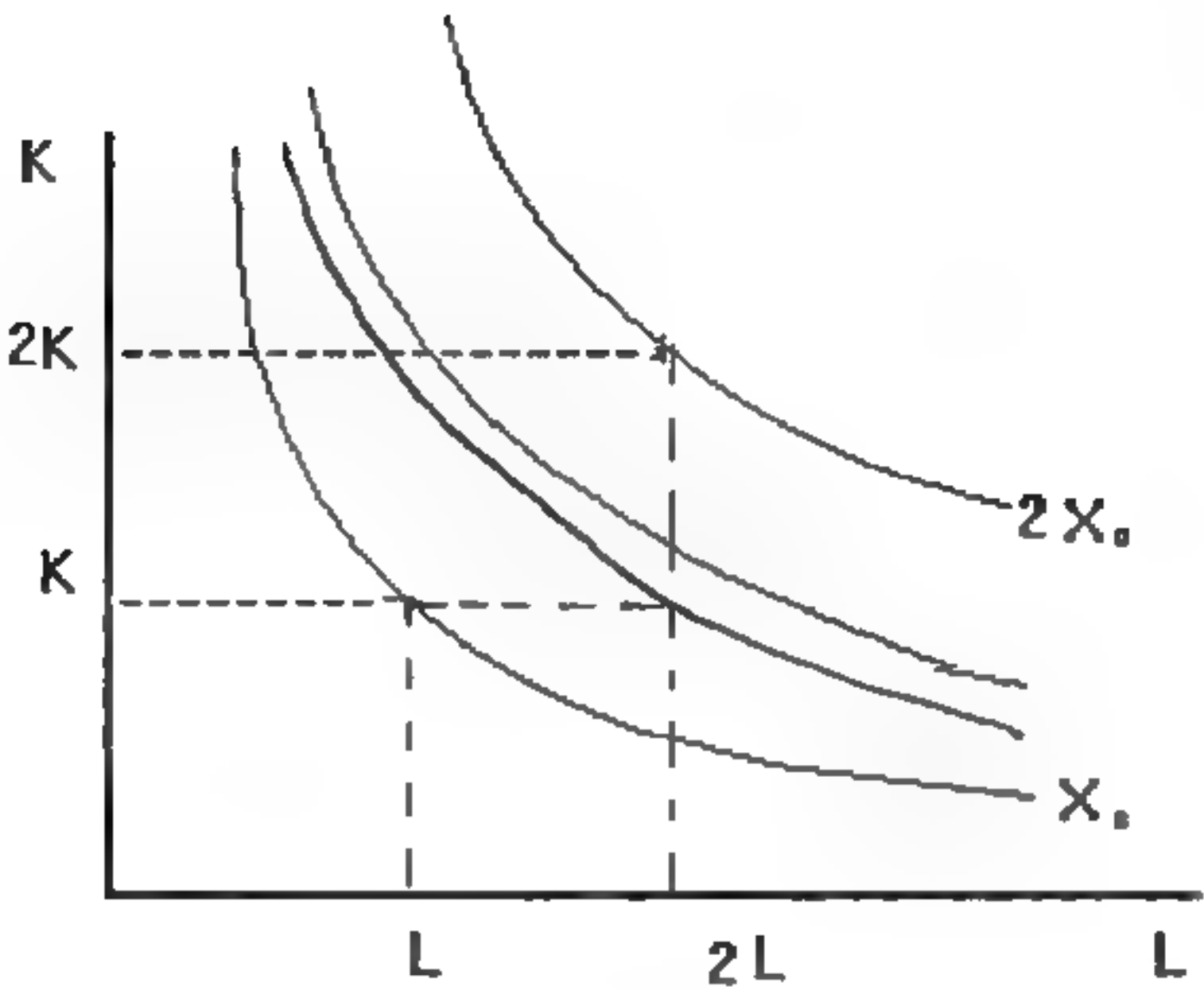
في حالة منافسة مثلى حيث كل عنصر يأخذ دخله حسب إنتاجيته الحدية ، يقسم الإنتاج الكلي بين أجور للعمال وربح لملاك الرأسمال

### 1 - 2 - 3 - قانون النسبة المتغيرة :

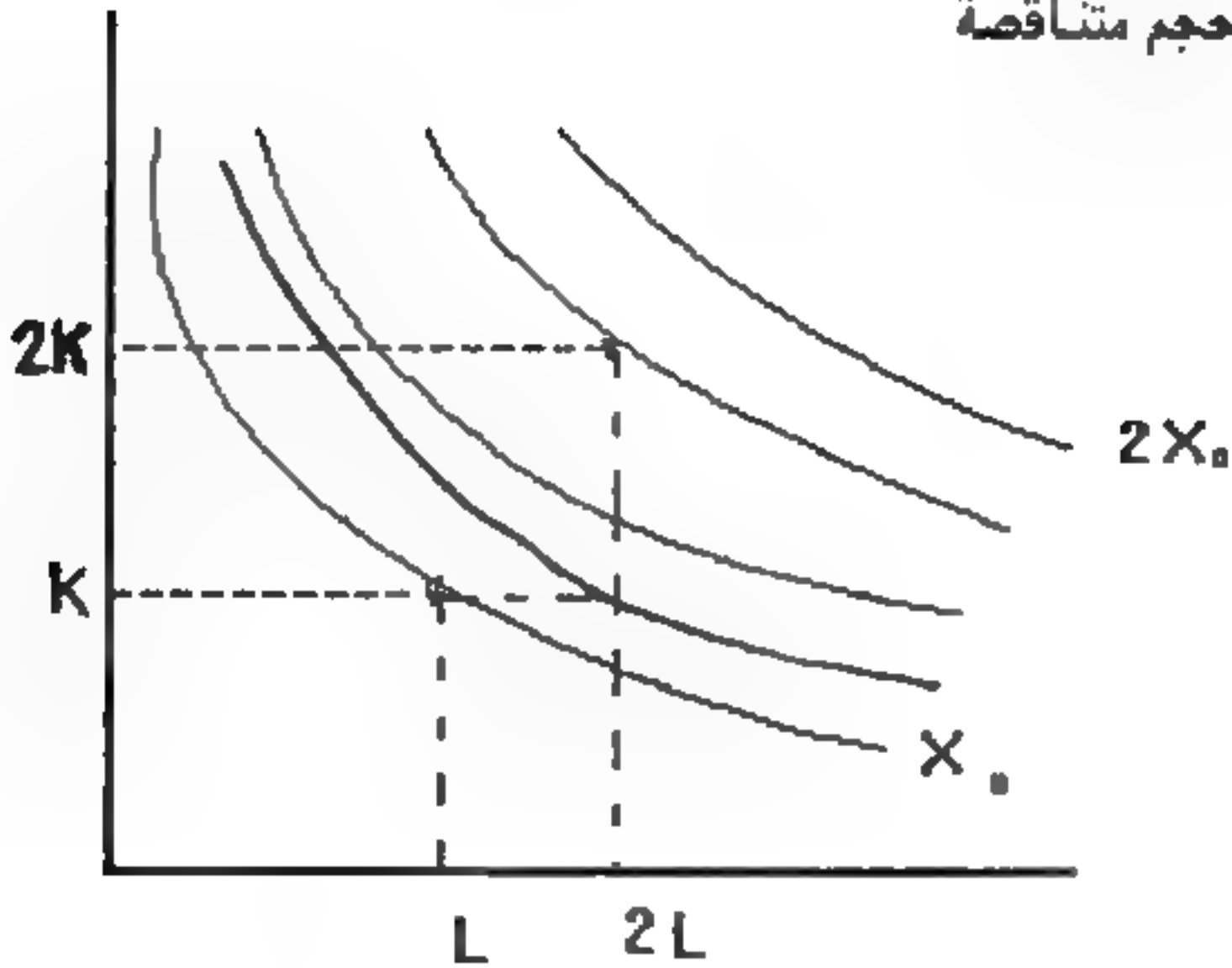
على العموم إذا بقي عنصر ثابت ، بينما العنصر الثاني يزداد ، فالإنتاجية الحدية للعنصر المتغير تنخفض تدريجيا بعد مستوى معين من الإنتاج (بسبب قانون الإنتاجية الحدية المتناقصة).

إذا كانت دالة الإنتاج تتميز بغلة حجم ثابتة أو متناقصة تكون إنتاجية العنصر المتغير متناقصة وهذا يظهر في البيانات التالية :

غلة حجم ثابتة

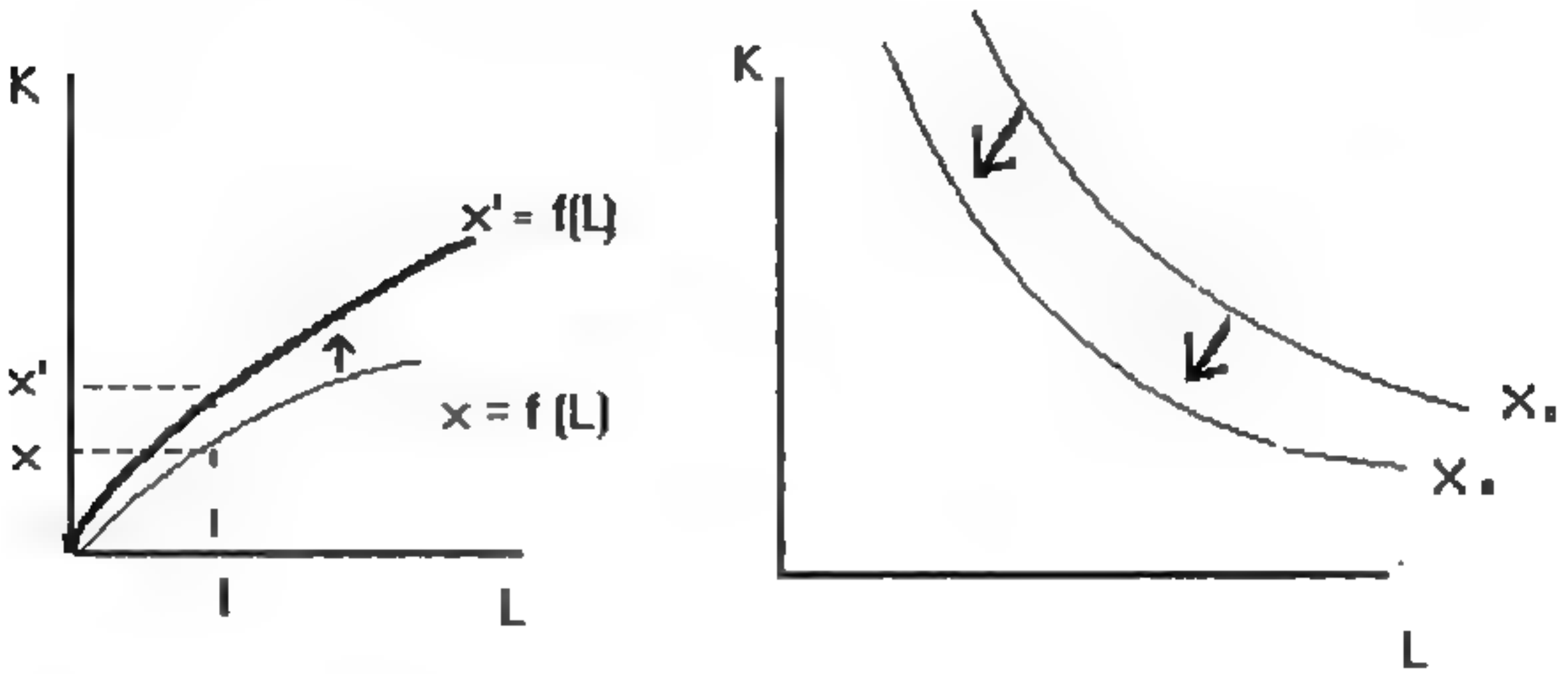


غلة حجم متناقصة



### 1 - 3 - 3 - التطور التقني ودالة الانتاج :

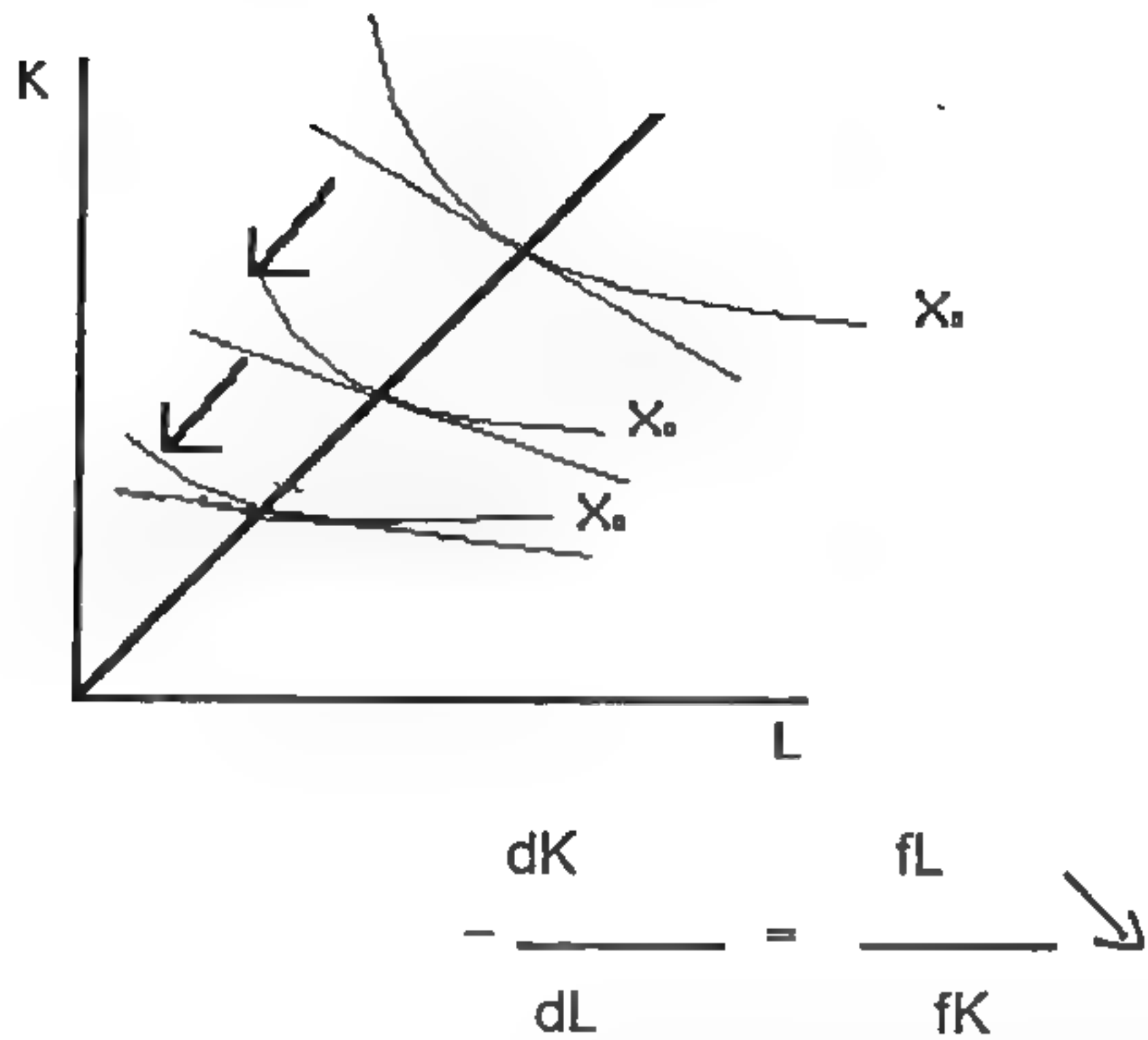
يدعى تطور المعرفة وفعالية مناهج الانتاج بالتطور التقني ، ويظهر هذا التطور على البيانات التالية:



ويقسم التطور التقني حسب هيكس الى ثلاثة اقسام :

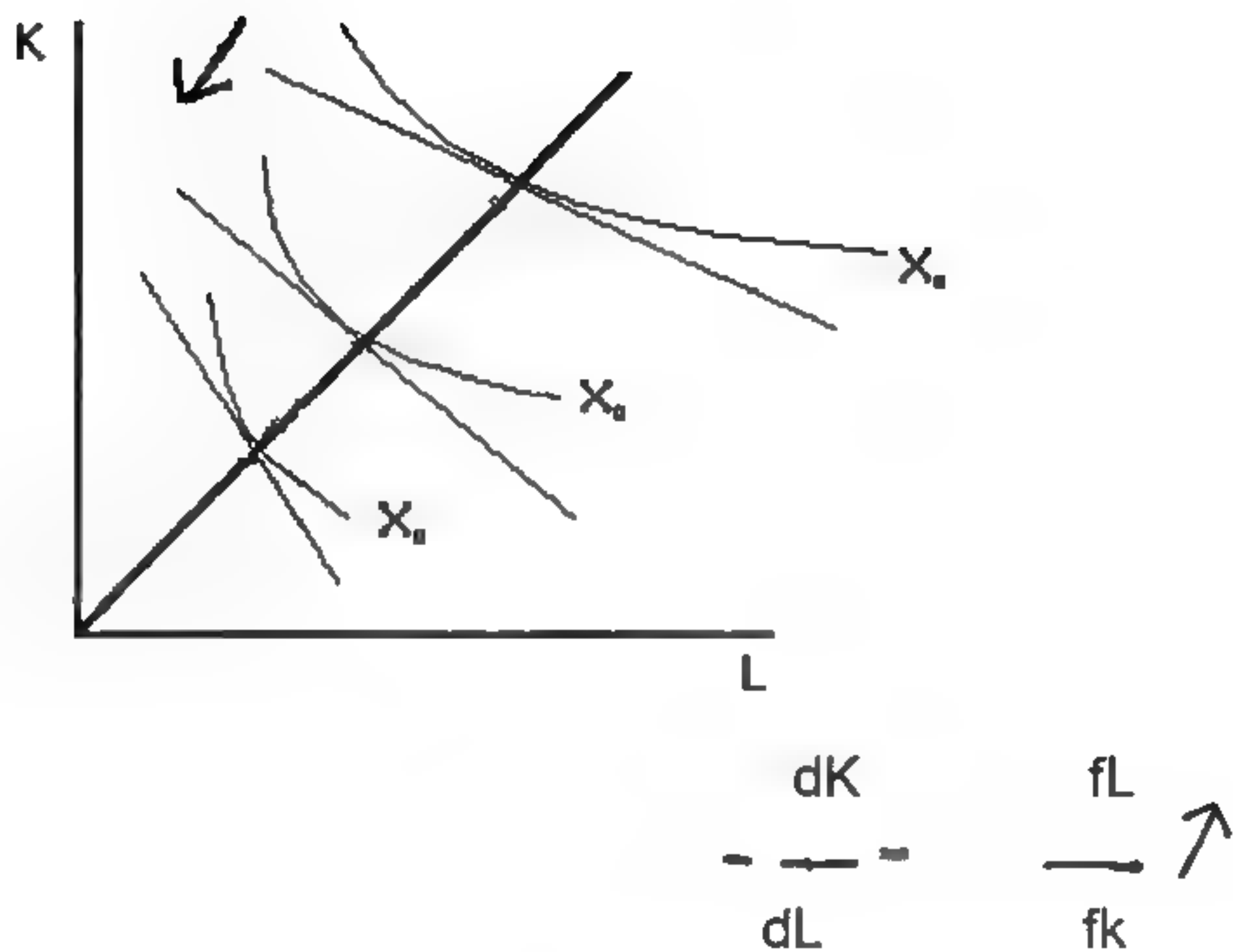
#### (1) التطور التقني المرتبط بالراسمال :

يكون التطور التقني مرتبط بالراسمال إذا كان المعدل الحدي للاحتلال التقني (TMST) ينخفض على طول خط مميز بثبات النسبة  $K/L$  . وهذا يعني ان التطور التقني يتميز بزيادة في الانتاجية الحدية للراسمال أكبر من الإنتاجية الحدية للعمل.



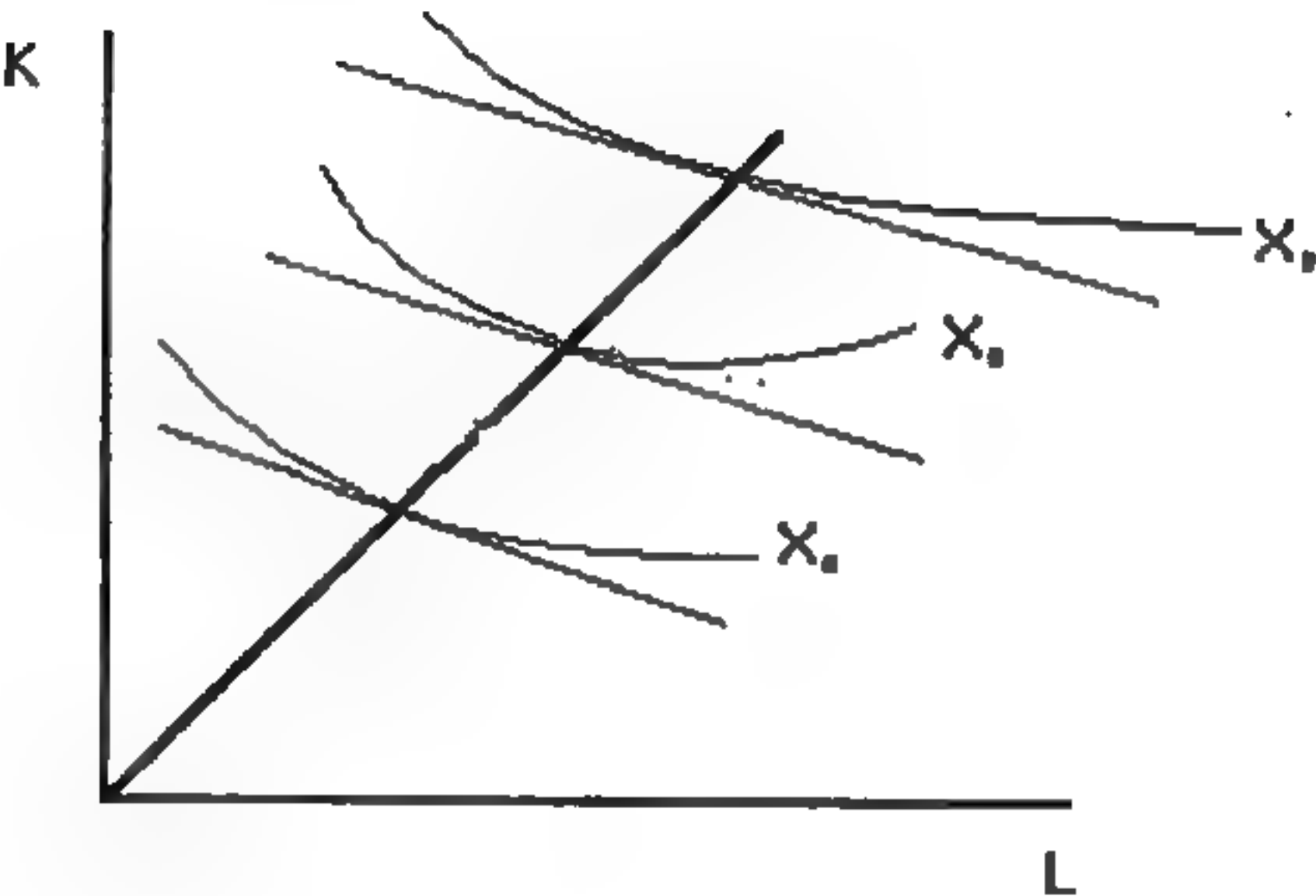
(2) التطور التقني المرتبط بالعمل

في هذا الحال المعدل الحدي للاحلال التقني سوف يزداد وهذا يعني أن التطور التقني يحدث عبر إزدياد في الانتاجية الحدية للعمل أكبر من الازدياد في الانتاجية الحدية للرأسمال.



(3) التطور التقني الغير متحيز

إذا كان التطور التقني غير متحيز سوف يبقى المعدل الحدي للحاصل التقني ثابت وهذا يعني ان الانتاجيات الحدية لكلا عناصر الانتاج تزداد بنفس النسبة.



$$-\frac{dK}{dL} = \frac{f_L}{f_K} = c$$

### 1 - 3 - 4 - دراسة دوال الإنتاج كوب دقلس و C.E.S

• كوب د قلس (Cobb - douglas)

$$X = f(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

$$A, \alpha, \beta > 0$$

- تجانس

$$f(tK, tL) = t^{\alpha+\beta} f(K, L)$$

- الانتاجيات الحدية

$$f_L = PPmg_L = \frac{\delta X}{\delta L} = \beta AK^{\alpha} L^{\beta-1} = \beta \frac{X}{L}$$

$$f_K = PPmg_K = \frac{\delta X}{\delta K} = \alpha AK^{\alpha-1} L^{\beta} = \alpha \frac{X}{K}$$

- المعدل الحدي للاجلال

$$TMST = \frac{f_L}{f_K} = \frac{\beta}{\alpha} \frac{K}{L}$$

- مرونة الاحلال

$$\sigma = \frac{d(K/L)}{d(TMST)} \frac{TMST}{K/L}$$



$$= \frac{d(K/L)}{d[(\beta/\alpha)(K/L)]} \frac{(\beta/\alpha)(K/L)}{K/L} = 1$$

(Constant elasticity of substitution) C.E.S •

$$X = f(K, L) = A [\delta (L)^{-p} + (1-\delta) (K)^{-p}]^{-1/p}$$

$$A > 0, \quad 0 < \delta < 1, \quad p > -1$$

- تجانس

$$f(tK, tL) = A [\delta (tL)^{-p} + (1-\delta) (tK)^{-p}]^{-1/p} \\ = t f(K, L)$$

- الانتاجية الحدية :

$$f_K = - \frac{1}{p} A [\delta (L)^{-p} + (1-\delta) (K)^{-p}]^{(-1/p)-1} [-p(1-\delta) K^{-p-1}]$$

$$= (1-\delta) A [\delta (L)^{-p} + (1-\delta) (K)^{-p}]^{-(1+p)/p} K^{-(1+p)}$$

$$= \frac{(1-\delta) A^{1+p} [\delta (L)^{-p} + (1-\delta) (K)^{-p}]^{-(1+p)/p} K^{-(1+p)}}{A^p}$$

$$= \frac{1-\delta}{A^p} X^{(1+p)} K^{-(1+p)}$$

$$= \frac{1 - \delta}{A^p} \left( \frac{X}{K} \right)^{(1+p)}$$

9

$$f_L = \frac{\delta}{A^p} \left( \frac{X}{L} \right)^{(1+p)}$$

- المعدل الحدي للإحلال :

$$TMST = \frac{f_L}{f_K} = \frac{\delta}{1-\delta} \left( \frac{K}{L} \right)^{(1+p)}$$

- مرونة الإحلال :

$$\sigma = \frac{d(K/L)}{\frac{\delta}{1-\delta} \left( \frac{K}{L} \right)^{(1+p)}} \cdot \frac{\frac{\delta}{1-\delta} \left( \frac{K}{L} \right)^{(1+p)}}{K/L}$$
$$= \frac{1}{1+p}$$

#### 1 - 4 - توازن المؤسسة :

بفرضية الاحلال بين عناصر الانتاج يكون هدف المقاول عبارة عن اختيار مجموعة معينة من هذه العناصر لانتاج مستوى معين من المنتج تكون للمنتوج وعناصر الانتاج اسعار معطاة من طرف السوق ولذلك يكون المقاول مجبرا على دراسة الأسعار النسبية لعناصر الانتاج لكي يقل تكلفة إنتاج مستوى منتج ما أو يعظم الانتاج بمستوى تكلفة معينة أو يعظم الربح.

#### 1 - 4 - 1 - منحنى التكاليف المتساوية :

اعتبر أن المقاول يستعمل عنصرين  $K$  و  $L$  لإنتاج سلعة ما .  
تكون التكلفة الكلية لاستعمال العنصرين .

$$C = rK + wL$$

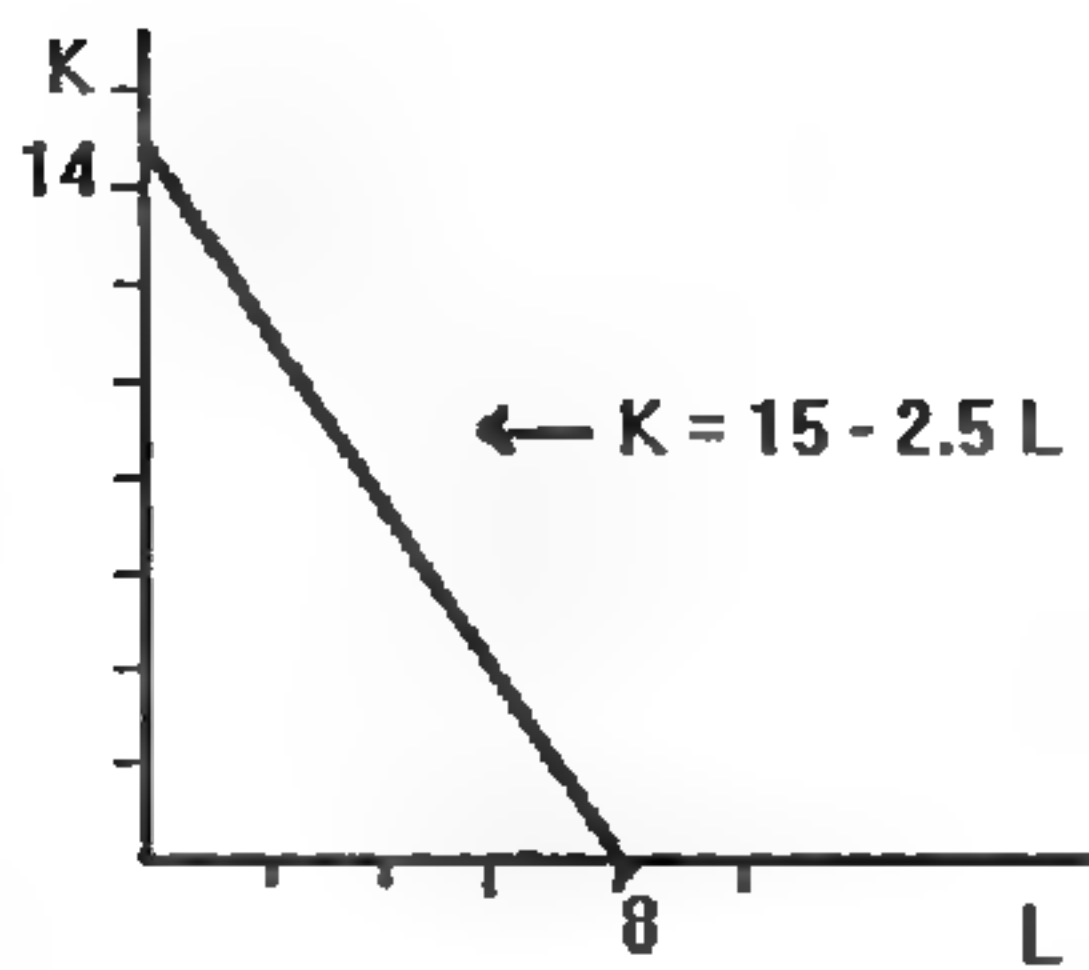
حيث :  $w$  = معدل الاجرة

$r$  = سعر كراء الرأسمال (تكلفة وحدانية)

إذا كانت التكلفة الوحدانية للرأسمال  $r = 1000$  . والاجرة السنوية للعمل  $w = 2500$  تكون التكلفة الكلية :

$$C = 1000 K + 2500 L$$

إذا حددت ميزانية المقاول بالكمية  $C = 15000$  يستطيع هذا الأخير شراء 15 وحدة من  $K$  فقط أي  $(C/r)$  أو 6 وحدات من العمل فقط أي  $(C/w)$  أو أي زوج  $(K, L)$  على طول المنحنى  $(K = 15 - 2.5 L)$  أي بيانيا .



على العموم اذا كان مستوى الاتفاق محددًا بالكمية C يختار المقاول زوج (K , L) يحقق العلاقة :

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} L \tag{II - 8}$$

تعريف :

باسعار  $r$  و  $w$  للرأسمال  $K$  والعمل  $L$  وبمستوى اتفاق كلي محدد بـ  $C$  يستطيع المقاول ان يشتري أي زوج (K , L) حيث المعادلة التالية تكون محققة .

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} L$$

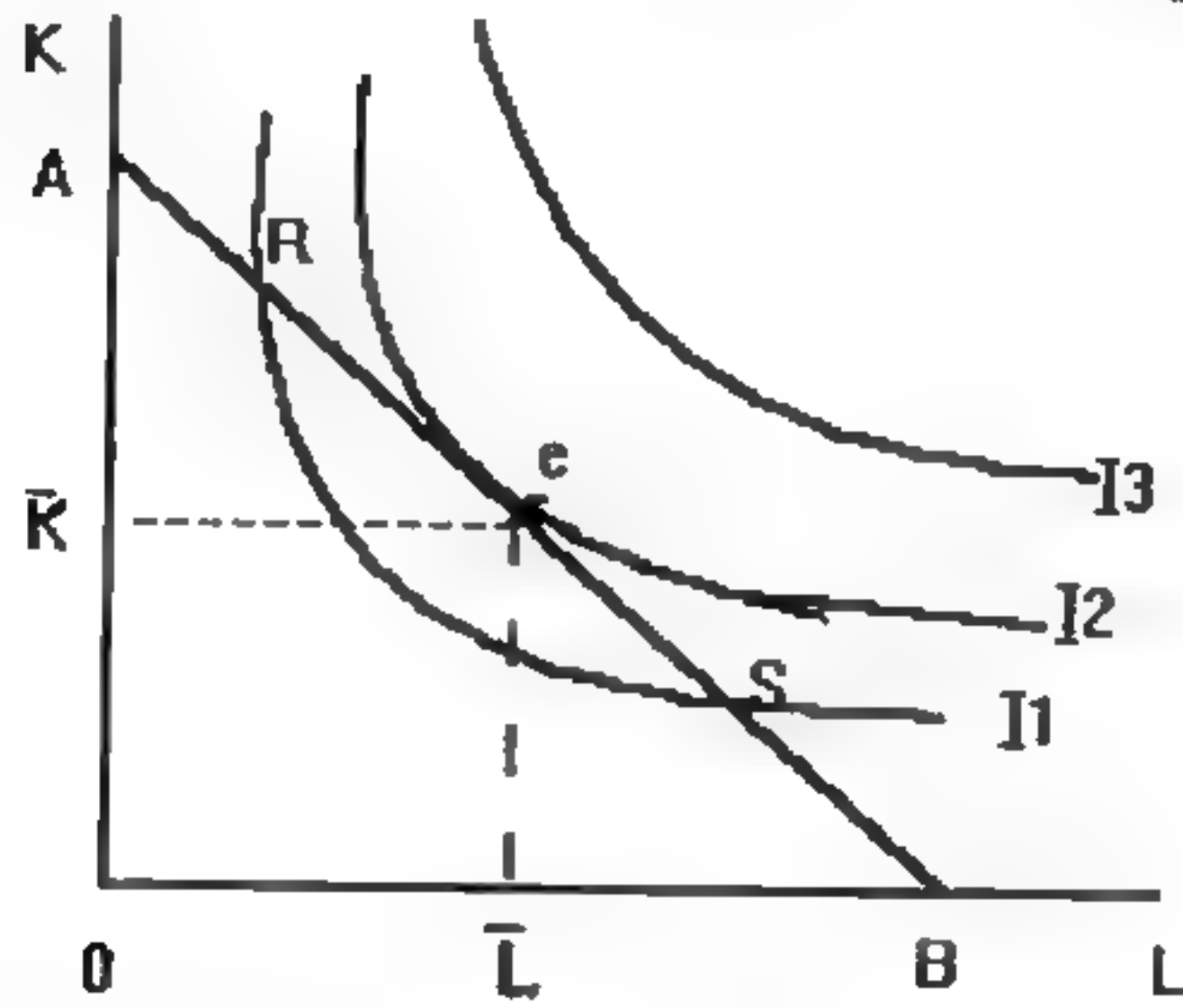
تمثل هذه المعادلة منحنى التكاليف المتساوية حيث على طول المنحنى تكون التكلفة  $C$  ثابتة.

#### 1 - 4 - 2 - أقصى انتاج لمستوى تكلفة معينة :

اعتبر ان الرأسمال والعمل لهما اسعار  $r$  و  $w$  على التوالي وأن المقاول يستطيع انفاق الكمية  $C$  على الرأسمال والعمل.

باعتبار هذا القيد يهدف المقاول الى انتاج اعظم مستوى من المنتج لهذا الغرض يبحث هذا الاخير عن أفضل زوج  $(K, L)$ .

اعتبر البيان التالي



تمثل  $I_1$  ،  $I_2$  و  $I_3$  منحنيات تساوي الكميات ، ويمثل  $AB$  منحنى التكاليف المتساوية أو القيد الميزاني بالنسبة للمقاول.

## ملاحظات :

- لا يستطيع المَقاول ان يختار زوج (K , L) خارج المثلث OAB لذلك يكون المستوى I3 خارج عن قدرته
- أي زوج (K , L) داخل المثلث OAB لا يحقق اتفاق الميزانية
- لتحقيق اعظم انتاج بإنفاق كل الميزانية يختار المَقاول الزوج  $(\bar{K}, \bar{L})$  حيث e يمثل نقطة مماس بين الخط AB ومنحني تساوي الكميات I2 .
- في التوازن تتميز منحنيات تساوي الكميات والتكاليف المتساوية بنفس الميل أي بعبارة أخرى، في التوازن.

$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{w}{r} = \frac{PPmg_L}{PPmg_K} \quad II - 9$$

يمكن ايجاد العلاقة الاخيرة عبر تحليل رياضي. اعتبر ان دالة الانتاج لمؤسسة ما تكتب على شكل :

$$X = f(K, L)$$

إذا كانت معادلة التكلفة  $c^0 = rK + wL$

تصل المؤسسة الى توازنها عندما تعظم انتاجها تحت الشرط أن القيد الميزاني يكون محققا، ولتحقيق الهدف المنشود يمكن استعمال طريقة لاغرنج لتعظيم دالة تحت قيد اي :

$$L = f(K, L) + \lambda (c^0 - rK - wL)$$

$$\left. \begin{array}{l} L_L = f_L - \lambda w = 0 \\ L_K = f_K - \lambda r = 0 \\ L_\lambda = C^0 - rK - wL = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{f_L}{f_K} = \frac{w}{r} \quad \left( \frac{f_L}{w} = \frac{f_K}{r} = \lambda \right)$$

ملاحظة :

في التوازن تكون نسبة الانتاجيات الحدية متساوية مع نسبة الاسعار او بعبارة اخرى تكون المساهمة في الانتاج لآخر وحدة نقدية منفقة على كل عنصر تساوي المعامل  $\lambda$  .  
في هذا الاطار يمثل المعامل  $\lambda$  الانتاجية الحدية لآخر وحدة نقدية منفقة من طرف المقاول أي :

$$dX = f_K dK + f_L dL$$

$$dC = r dK + w dL$$

$$= \frac{1}{\lambda} (f_K dK + f_L dL) \quad [\text{من شروط التوازن}]$$

و

$$\frac{dX}{dC} = \lambda \quad \text{II - 10}$$

ملاحظة :

تكتب شروط الدرجة الثانية على شكل

$$0 < H_2 = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -r \\ f_{21} & f_{22} & -w \\ -r & -w & 0 \end{vmatrix}$$

تفسير مرونة الاحلال

$$\sigma = \frac{d(K/L)}{d(TMST)} \cdot \frac{TMST}{K/L}$$

بحيث ان في التوازن يساوي TMST نسبة الاسعار، لذلك تكتب مرونة الاحلال على شكل

$$\sigma = \frac{d(K/L) / (K/L)}{d(w/r) / (w/r)} \qquad \text{II - 11}$$

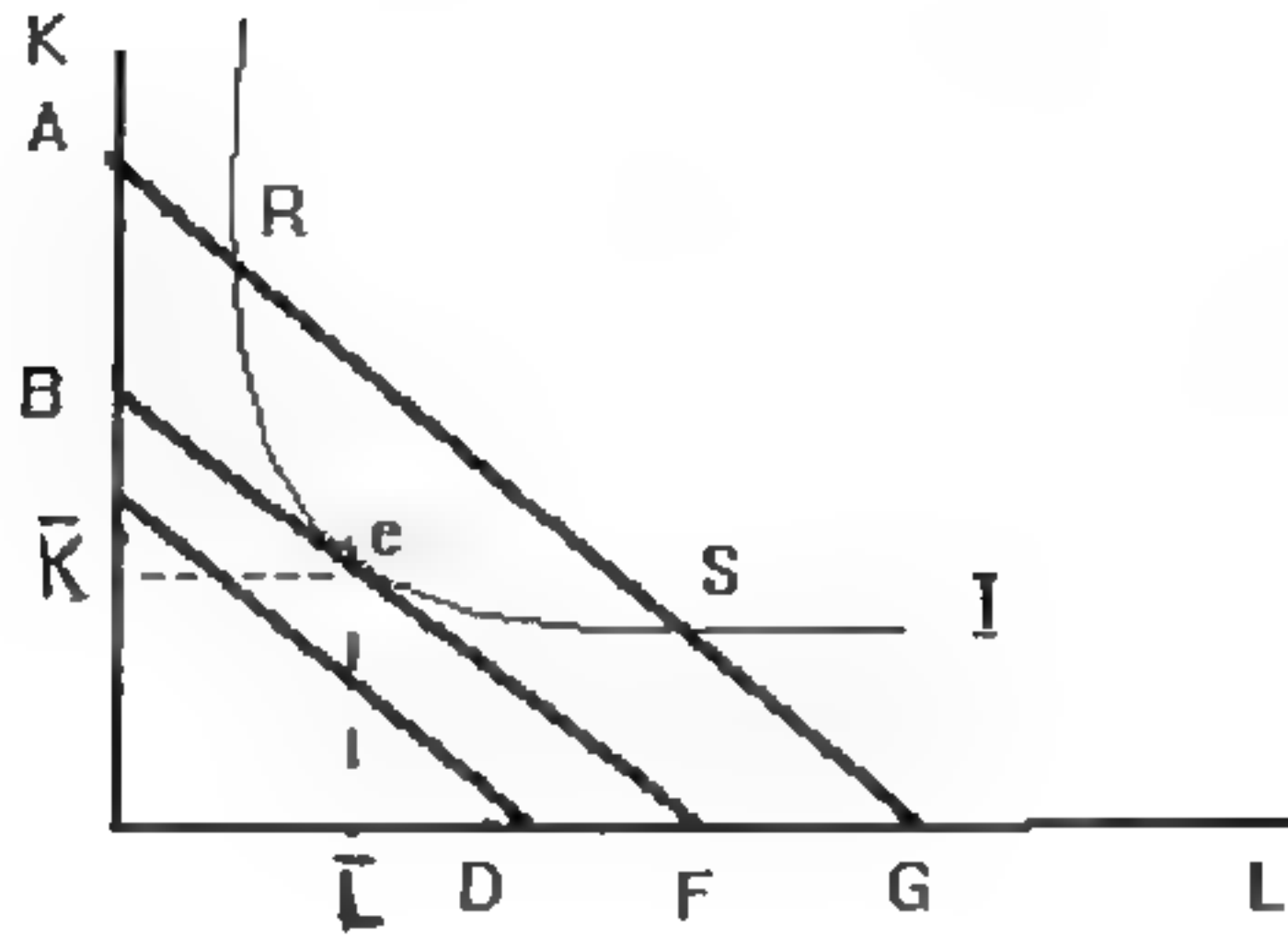
بالعبارة الاخيرة تشير مرونة الاحلال الى التغير النسبي للنسبة K/L الناتج عن تغير نسبي في نسبة الاسعار.

1 - 4 - 3 - ادنى تكلفة لمستوى انتاج معين :

يكاد ان يكون المقاول مهتما بتقليل التكلفة اذا كان مستوى الانتاج محدودا بصفة خارجية عن المؤسسة (مشترون قليلون يحددون مستوى انتاج المؤسسة المدروسة).



اعتبر البيات التالي



يمثل I مستوى الانتاج المطلوب بينما تمثل الخطوط AG BF و CD مستويات من التكاليف الكلية.

#### ملاحظات:

- يكون المستوى CD غير مقبول بحيث ان لايمكن للمقاول ان ينتج المستوى المطلوب بالتكلفة CD .
- يرفض كذلك المستوى AG حيث اي نقطة تحت R وأي نقطة فوق S تحقق المستوى المطلوب بأقل تكلفة.
- تحقق ادنى تكلفة لمستوى الانتاج المطلوب إذا اختار المقاول النقطة e التي تمثل نقطة تماس بين المنحنى I وخط التكاليف المتساوية BF وهذه الحالة تشير الى تحقيق المعادلة التالية :

$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{w}{r} = TMST$$

إذا كانت المؤسسة مقيدة بمستوى انتاج معين تصل الى توازنها بتقليل التكلفة تحت قيد أي :

$$\text{Min } c = rK + wL$$

و

$$X^{\circ} = f(K, L)$$

يؤدي استعمال دالة لاغرنج الى

$$Z = rK + wL + \mu [X^{\circ} - f(K, L)]$$

و

$$Z_L = w - \mu f_L = 0$$

$$Z_K = r - \mu f_K = 0$$

$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{w}{r} \left( \frac{f_L}{w} = \frac{f_K}{r} = \frac{1}{\mu} \right)$$

$$Z_{\lambda} = X^{\circ} - f(K, L) = 0$$

### ملاحظة:

لتعظيم المنتج تحت مستوى تكلفة معين او لتقليل التكلفة لمستوى انتاج ما يجب على المقاول ان يساوي بين المعدل الحدي للحال التقني ونسبة الاسعار.

### 1 - 4 - 4 - تعظيم الربح

إذا كان هدف المقول ممثلا في تعظيم الربح سوف يحقق ذلك كالتالي :

$$\text{Max } \pi = pf(K, L) - (rK + wL)$$

وتكتب شروط المرتبة الاولى :

$$\pi_L = pf_L - w = 0$$

$$\pi_k = pf_k - r = 0$$

أو

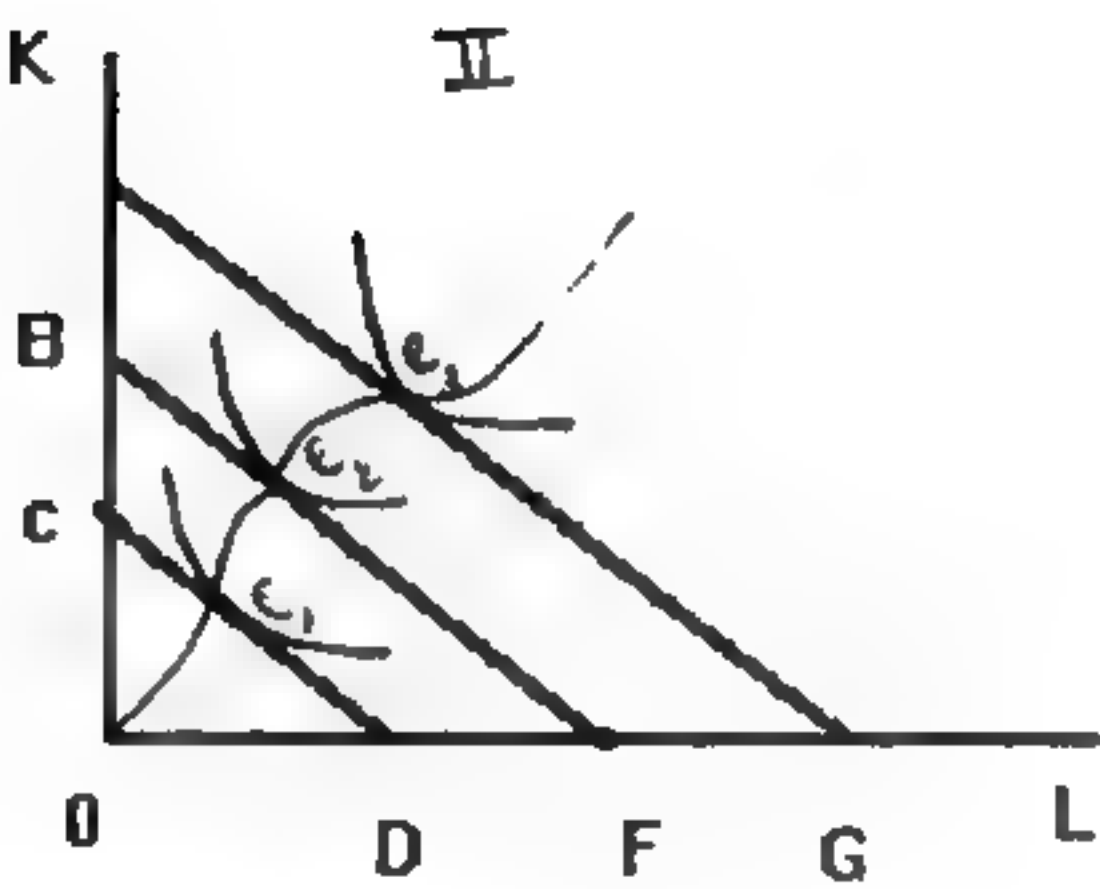
$$pf_L = w$$

$$pf_k = r$$

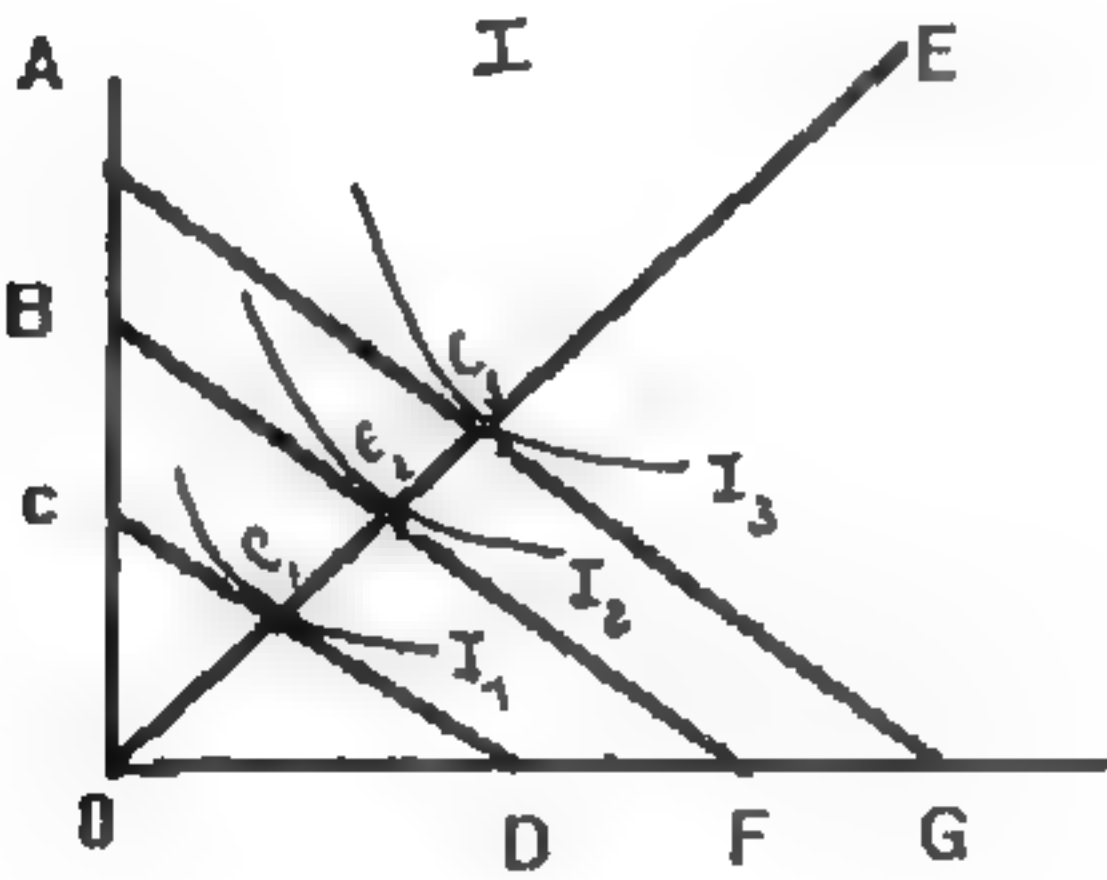
في التوازن يستعمل كل عنصر انتاج لدرجة تتميز بتساوي قيمة الانتاجية الحدية مع سعره.

1 - 4 - 5 - المسار الامثل للتطور (المدى الطويل)

اعتبر البيانات التالية



دالة انتاج غير متجانسة



دالة انتاج متجانسة

اعتبر البيان I.

إذا كان المقول يريد إنتاج المستوى  $I_1$  يختار النقطة المثلى  $e_1$  حيث  $TMST$  يساوي نسبة الاسعار. إذا بقيت الاسعار ثابتة وأراد المقول ان ينتج المستوى  $I_2$  سوف يختار النقطة المثلى  $e_2$  الى غير ذلك. بما ان الاسعار بقيت ثابتة نتميز النقاط  $e_1$  و  $e_2$  و  $e_3$  بنفس الميل والربط بين هذه النقاط يجسد منحنى التطور الامثل للمؤسسة.

### تعريف

يمثل منحنى المسار الامثل لتطور مستويات انتاج مثلى بالنسبة للمؤسسة عندما تكون اسعار عناصر الانتاج ثابتة ويشير الى كيفية تغير نسبة عناصر الانتاج عندما يتغير مستوى المنتج او تتغير التكلفة الكلية ، بينما تبقى اسعار عناصر الانتاج ثابتة.

### ملاحظة :

يكون المسار الامثل للتطور فيما يخص دالة انتاج متجانسة ممثلا في خط مستقيم.

على العموم يمكن استخراج دالة المسار الامثل للتطور من شروط الدرجة الاولى لتعظيم الانتاج .

مثال: اعتبر دالة الانتاج :

$$X = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

تكون الانتاجيات الحدية :

$$f_L = A\beta K^{\alpha}L^{\beta-1}$$

$$f_K = A\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}$$

وفي التوازن تحقق المعادلة

$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{w}{r}$$

أو

$$\frac{\beta}{\alpha} \frac{K}{L} = \frac{w}{r}$$

$$\alpha wL - \beta rK = 0$$

$$[g(K, L) = 0]$$

أو

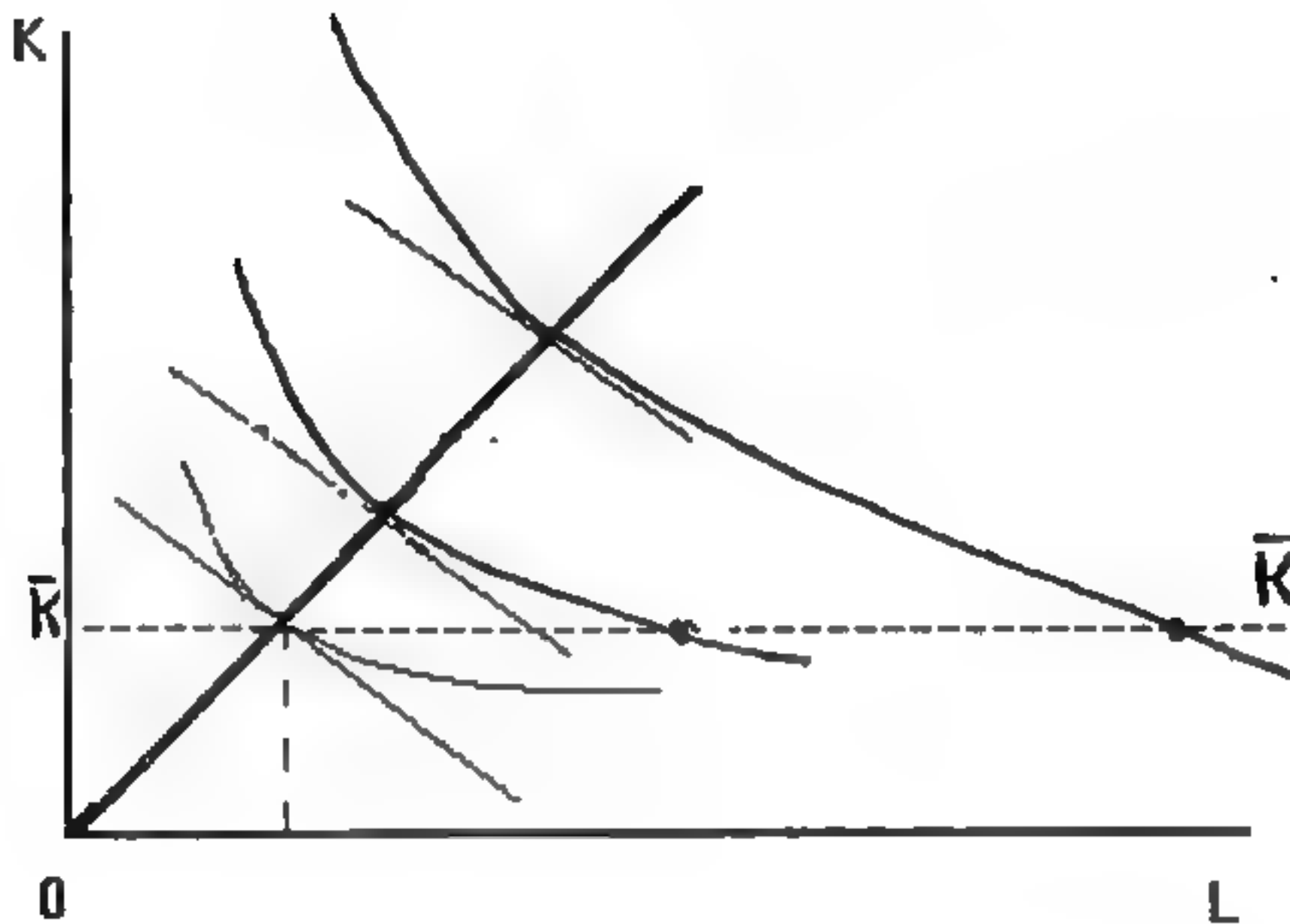
$$K = \frac{\alpha w}{\beta r} L$$

أو

تعتبر الدالة الاخيرة على خط مستقيم . وتمثل دالة المسار الامثل لتطور الانتاج (باعتبار اسعار ثابتة فيما يخص عناصر الانتاج).

# 1 - 4 - 6 - المسار الامثل للتطور (المدى القصير) :

اعتبر البيان التالي



في المدى القصير يكون الرأسمال ثابتا ولذلك يكون غير ممكن على المؤسسة ان تطور الانتاج حيث  $OA$  (الطريق الامثل في المدى الطويل) بل يكون الحل الوحيد ممثلا في التطور حسب  $\bar{K}\bar{K}$  حيث تكون المؤسسة في اللاتوازن ( $TMST \neq w/r$ ).

## 1 - 4 - 7 - مرونة الإنفاق :

تعريف:

اذا كان  $F$  يمثل عنصر انتاج تعرف مرونة لانفاق للعنصر  $F$  كالتغير النسبي في استعمال  $F$  عندما يحدث تغير في الانفاق الكلي  $C$  على عناصر الانتاج أي :

$$\eta_F = \frac{d \log F}{d \log C} = \frac{dF/F}{dc/C} \quad \text{II - 12}$$

$$= \frac{\text{تغير النسبي لـ } F}{\text{تغير النسبي لـ } C}$$

يدعى عنصر انتاج بعنصر رفيع ، عادي اودني إذا كانت مرونة الانفاق لهذا العنصر اكبر من واحد مابين 0 و 1 او سالبة .

1 - 4 - 8 - دوال الطلب على عناصر الانتاج :

على العموم تستخرج دوال الطلب على عناصر الانتاج من طرف المنتج باعتبار الطلب على المنتج الذي ينتجه المقاول وتكتب دوال الطلب على عناصر الانتاج على شكل:

$$K = D^K (P_X, r, w) \quad \text{II - 13}$$

$$L = D^L (P_X, r, w)$$

وتستخرج هذه الدوال من شروط الدرجة الاولى لتعظيم الربح

مثال: تكتب دالة الانتاج على شكل  $X = f(K, L) = AK^\alpha L^\beta$

$$\alpha + \beta < 1$$

$$\alpha, \beta > 0$$

وتكتب معادلة التكلفة على شكل :

$$C = rK + wL$$

تكتب دالة الربح على شكل :

$$\Pi = pAK^{\alpha}L^{\beta} - rK - wL$$

ويؤدي تعظيم الربح الى :

$$\left. \begin{array}{l} \Pi_L = p\beta AK^{\alpha} L^{\beta-1} - w = 0 \\ \Pi_K = p\alpha AK^{\alpha-1} L^{\beta} - r = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow L = \frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} K$$

وتعويض L بقيمته في المعادلة الاخيرة يؤدي الى :

$$p\beta AK^{\alpha} \left( \frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} K \right)^{\beta-1} - w = 0$$

أو

$$K = \left( \frac{\alpha}{r} \right)^{\frac{1-\beta}{1-\gamma}} \left( \frac{\beta}{w} \right)^{\frac{\beta}{1-\gamma}} (AP)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

$$\gamma = \alpha + \beta \text{ حيث}$$

بنفس الطريقة يمكن ايجاد دالة الطلب على L أي :

$$L = \left( \frac{\alpha}{r} \right)^{\frac{\alpha}{1-\gamma}} \left( \frac{\beta}{w} \right)^{\frac{1-\gamma}{1-\gamma}} (AP)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$



## ملاحظات :

- عندما يزداد سعر المنتج يزداد الطلب على عناصر الانتاج.
- عندما يزداد سعر احدى عناصر الانتاج ينخفض الطلب على كلا العنصرين .
- على العموم:
- تكون دوال الطلب على عناصر الانتاج متجانسة من الدرجة الصفر.
- يمكن تحديد مروّنات الطلب بالنسبة لكل سعر.
- تحدد دالة الطلب على كل عنصر بفرضية تغير سعره فقط.

## 2 - توازن مؤسسة ذات منتوجات عديدة :

في بعض الاحيان تملك مؤسسة ما كميات معينة من عناصر انتاج ويمكن لها انتاج عدة منتوجات باستعمال الكميات المحدودة من هذه العناصر. تشير هذه الحالة الى إلزامية تحكيم في استعمال عناصر الانتاج من طرف المؤسسة

اعتبر أن المؤسسة تستعمل العناصر  $K$  و  $L$  لانتاج السلعتين  $x$  و  $y$  وتكتب دوال الانتاج على شكل :

$$X = f(K_x, L_x)$$

14 - II

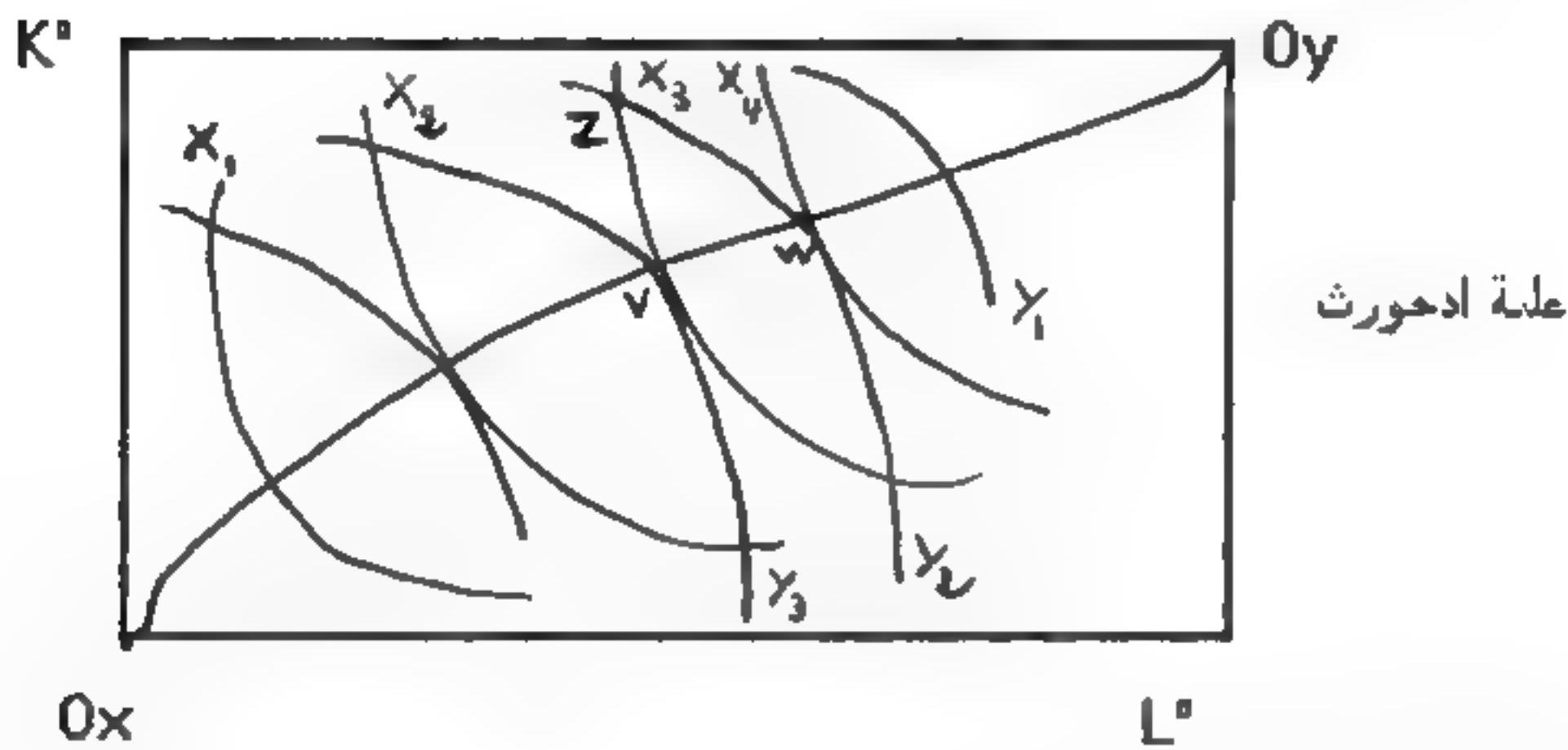
$$y = h(K_y, L_y)$$

حيث

$$K_x + K_y = K^0$$

$$L_x + L_y = L^0$$

إذا افترض ان المؤسسة تملك كميات  $K^0$  و  $L^0$  من العناصر  $K$  و  $L$  يمكن تحليل وضعية المؤسسات باستعمال علبة "ادجوث" أي :



تمثل اي نقطة داخل العلبة تشكيلة من  $X$  و  $Y$  منتوجة بعناصر الانتاج الموفرة للمؤسسة، يظهر انتاج  $X$  في المنحنيات  $X_i$  بينما المنحنيات  $Y_i$  تشير الى انتاج  $Y$ .

بسبب تحديدها العكسي تكون للمجموعتين  $X_i$  و  $Y_i$  نقاط مماس التي تمثل ما يسمى بمنحنى العقد، ويشير منحنى العقد الى كل النقاط المتلى التي يمكن اختيارها من طرف المؤسسة.

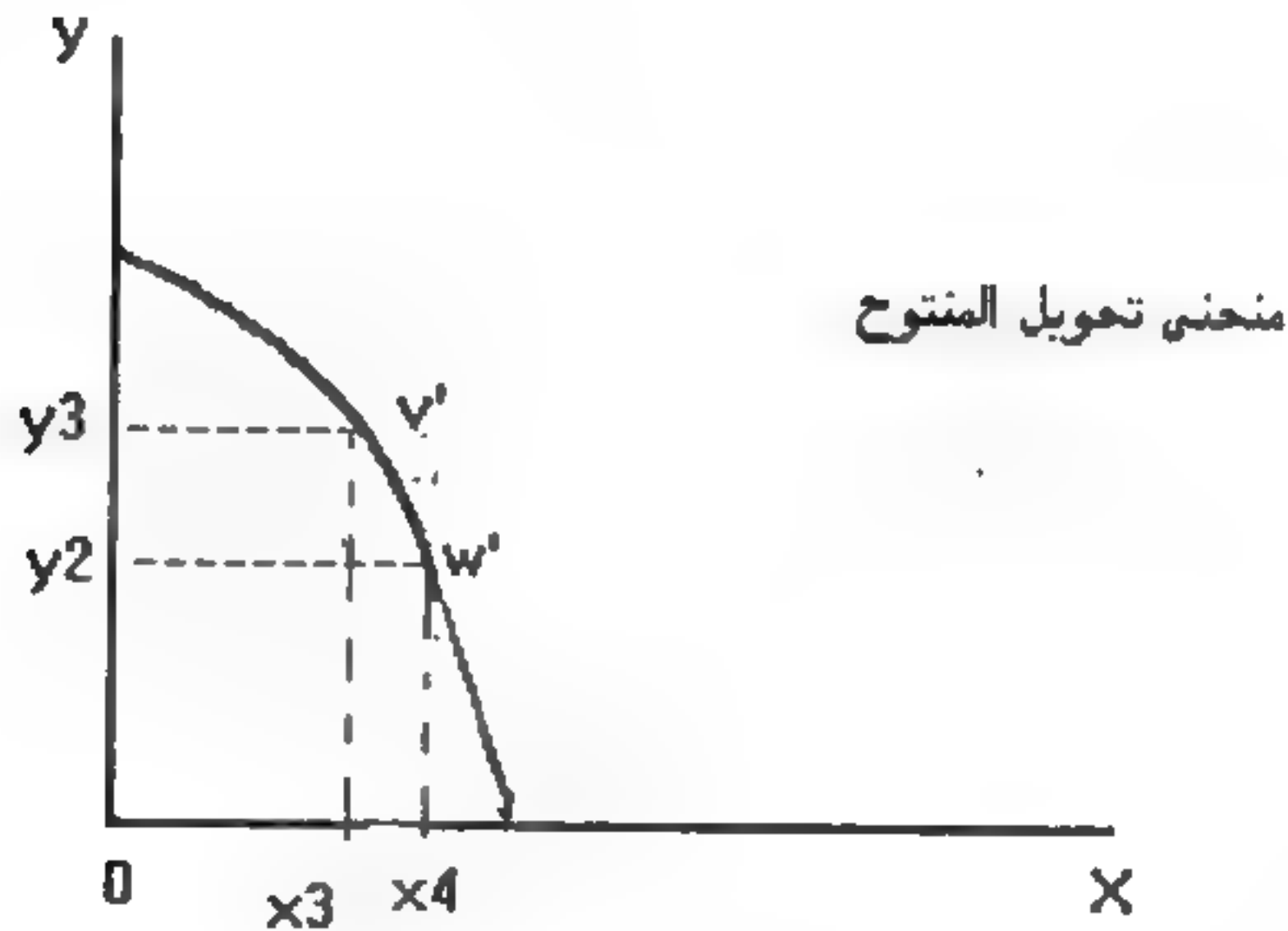
### ملاحظة :

تكون النقطة  $Z(X_3, Y_2)$  غير فعالة بحيث ان النقطة  $V$  تستعمل نفس الكميات من  $K$  و  $L$  وتنتج اكبر كمية من  $Y$ . تكون نقاط منحنى العقد فعالة حيث أي نقطة خارج المنحنى تعني مستوى انتاج

أقل من إحدى المنتجين على الأقل. يكون اختيار نقطة على المنحنى مرتبطا بأسعار السلعتين.

## 2 - 1 - منحنى تحويل المنتج

يشتق منحنى تحويل المنتج (أو منحنى الانتاج الممكن) من منحنى العقد ، ويمثل التشكيلات من  $X$  و  $Y$  التي تستعمل عناصر الانتاج بأكملها ( $K^0$  و  $L^0$ ) . تمثل كل نقطة على منحنى العقد زوج  $(X, Y)$  ممثل كذلك على منحنى تحويل المنتج ويأخذ هذا المنحنى الشكل التالي :



### ملاحظة :

تقابل النقطة  $v'$  على منحنى تحويل المنتج النقطة  $v$  على منحنى العقد ، كما تقابل النقطة  $w'$  النقطة  $w$  .  
- اشتقاق ميل منحنى تحويل المنتج.

يساوي ميل منحنى تساوي الكميات للسلعة X.

$$\frac{dK_x}{dL_x} = - \frac{f_L}{f_K} = -TMST_x \quad \text{II - 15}$$

بينما يساوي ميل منحنى تساوي الكميات للسلعة Y.

$$\frac{dK_y}{dL_y} = \frac{-h_L}{h_K} = -TMST_y \quad \text{II - 16}$$

تكون ميون المنحنيين متساوية في نقاط المماس أي :

$$\frac{dK}{dL} = \frac{-f_L}{f_K} = \frac{-h_L}{h_K} \quad \text{II - 17}$$

انطلاقا من دوال الانتاج يمكن كتابة :

$$dx = f_L dL_x + f_K dK_x \quad \text{II - 18}$$

$$dy = h_L dL_y + h_K dK_y$$

على طول منحنى العقد انخفاض في X سوف يؤدي الى ازدياد في Y، وإذا كانت عناصر الانتاج تستعمل دائما بأكملها يمكن كتابة المعادلتين :

$$dL_x = - dL_y \quad \text{II - 19}$$

$$dK_x = - dK_y$$

يعرف ميل منحنى تحويل المنتج على شكل :

$$\frac{d_y}{d_x} = \frac{h_L dL_y + h_K dK_y}{f_L dL_x + f_K dK_x} \quad \text{II - 20}$$

انطلاقا من المعادلة (II-17) يمكن كتابة :

$$f_L = f_K \left( \frac{h_L}{h_K} \right) \quad \text{II - 21}$$

$$h_L = h_K \left( \frac{f_L}{f_K} \right)$$

يؤدي تقسيم المعادلة (II-20) على  $dL_y$  واستعمال المعادلات (II-19) الى:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{h_L + h_K \left( \frac{dK_y}{dL_y} \right)}{f_L - f_K \left( \frac{dK_x}{dL_x} \right)}$$

ويؤدي تعويض  $h_L$  و  $f_L$  بقيمتيهما حسب (II-21) الى :

II - 22

$$\frac{dy}{dx} = \frac{h_K \left( \frac{f_L}{f_K} + \frac{dK_y}{dL_y} \right) - h_K}{-f_K \left( \frac{h_L}{h_K} + \frac{dK_x}{dL_x} \right)}$$

عبر نفس الاجراءات يمكن ايجاد :

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{h_L}{f_L} \tag{II - 23}$$

لذلك يظهر ميل منحنى تحويل المنتج على شكل :

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{h_K}{f_K} = - \frac{h_L}{f_L} = - TTP \tag{II - 24}$$

حيث TTP يدل على ما يسمى بمعدل تحويل المنتج.

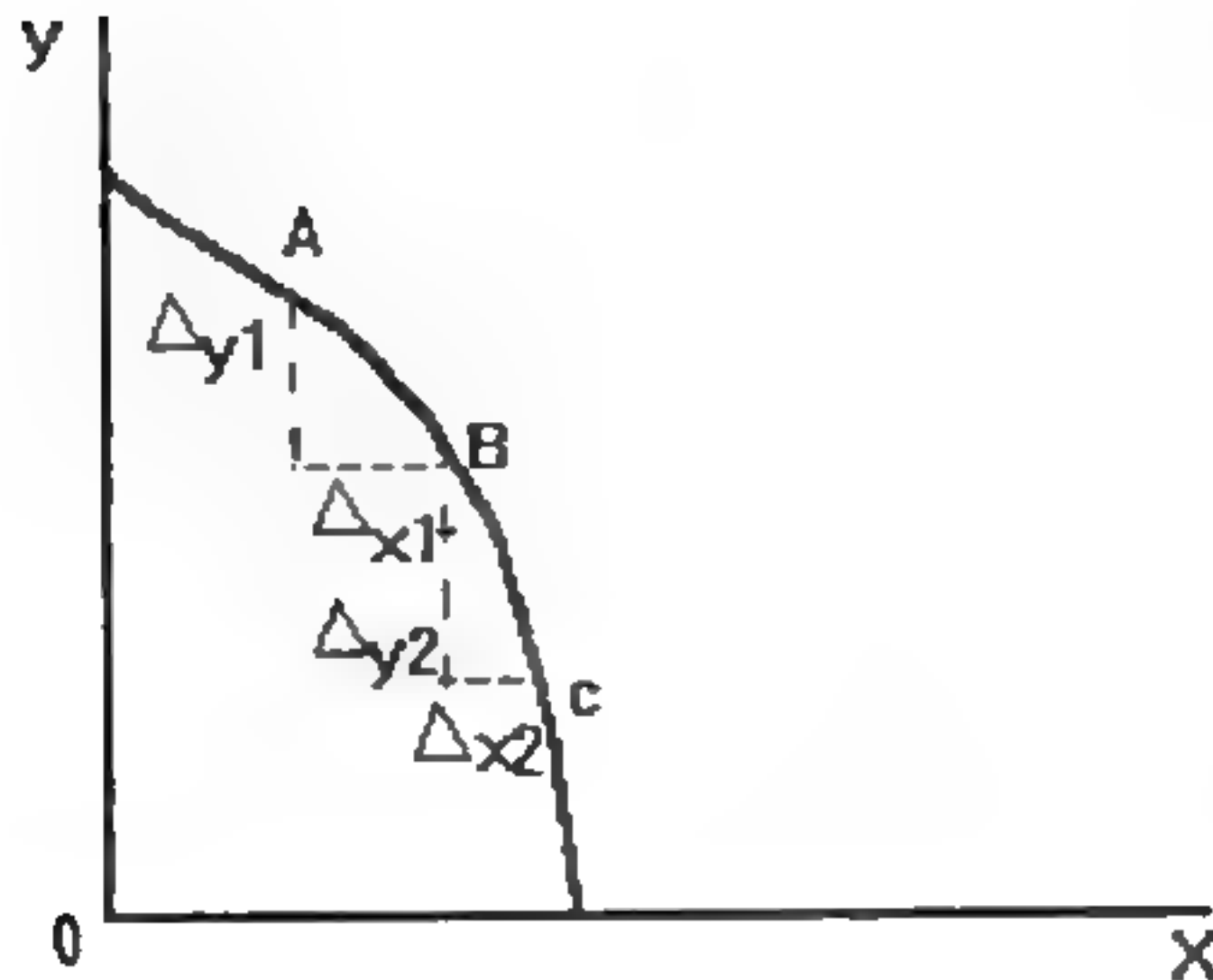
### تعريف:

يعرف معدل تحويل المنتج كنسبة الانتاجات الحدية للعنصرين K و L في انتاج السلعتين X و Y .

يفترض أن معدل تحويل المنتج يكون متزايدا من اليسار الى اليمين أو بعبارة أخرى يكون منحنى تحويل المنتج مقعر نحو نقطة الاصل 0 أي :

$$\frac{\delta TTP}{\delta K} , \frac{\delta TTP}{\delta L} > 0$$

### التفسير الاقتصادي



إذا كان الانتاج يحدث في النقطة A تكون الكمية المنتجة من X صغيرة نوعا ما. إذا اراد المنتج ان ينتقل الى النقطة B يجب عليه تحويل كميات من K و L من انتاج Y الى انتاج X. يفترض أن الكميات المحولة في

البداية تكون غير ضرورية (انتاجية حدية ضعيفة) في إنتاج  $Y$  وهذا يعني انخفاض ضئيلا في  $Y$  بينما انتاج  $X$  سوف يزداد بأكثر نسبة. اذا كان الانتقال يحدث من  $B$  الى  $C$  تكون الكميات (من  $K$  و  $L$ ) التي يجب التخلي عنها في انتاج  $Y$  اكثر ضرورة وهذا يعني انخفاض كبير في مستوى  $Y$  ، بينما يكون إزدیاد  $X$  ضعيف لأن الكميات الاضافية من  $K$  و  $L$  تكون مختصة بالدرجة الاولى في انتاج  $Y$  .

## 2 - 2 - منحنى تساوي الدخل

اذا كان المقاول يبيع منتوجاته بأسعار ثابتة يكتب دخله على شكل

$$R = P_x X + P_y Y$$

وتكتب هذه المعادلة على شكل

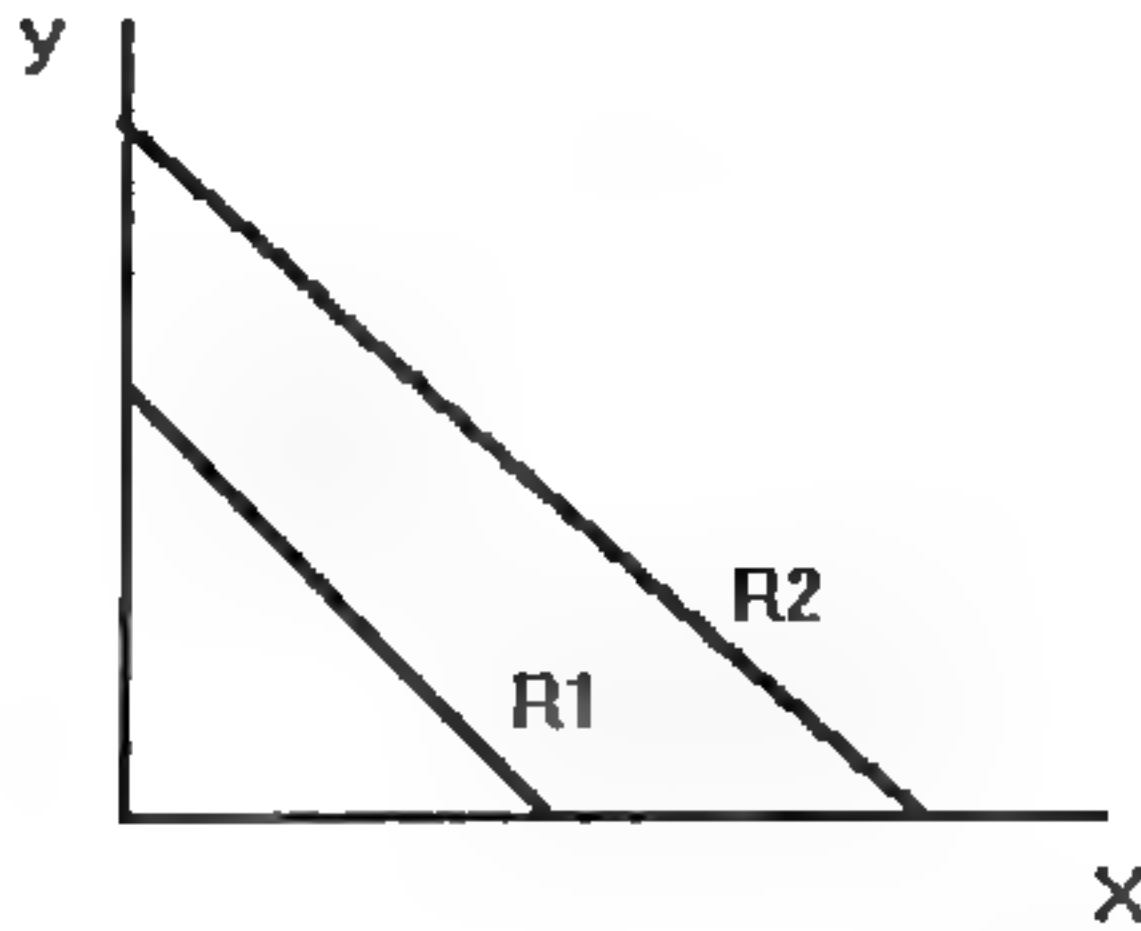
$$Y = \frac{1}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} X \quad \text{II - 25}$$

تمثل الدالة الاخيرة ما يسمى بدالة تساوي الدخل

### تعريف:

يشير منحنى تساوي الدخل الى كل المجموعات (الازواج) من المنتوجات التي تحقق نفس مستوى الدخل اي بيانيا :





2 - 3 - توازن المؤسسة :

توجد المعلومات التالية حول المؤسسة المدروسة.

- تكتب دوال الانتاج على شكل :

$$X = f (K_x , L_x) \quad \text{II - 26}$$

$$Y = h (K_y , L_y)$$

- تكون عناصر الانتاج مرتبطة بالعلاقات التالية :

$$K_x + K_y = K = G (x , y) \quad \text{II - 27}$$

$$L_x + L_y = L = H (x , y)$$

2 - 3 - 1 - حالة تكلفة ثابتة

إذا كانت المؤسسة تملك ميزانية محدود أو بعبارة أخرى إذا كانت المؤسسة تواجه تكلفة ثابتة سوف تصل إلى توازنها بتعظيم الدخل أي :

$$\max P_x X + P_y Y$$

تحت الشرط :

$$C^{\circ} - rG(x, y) - wH(x, y) = 0$$

حيث تمثل  $r$  و  $w$  أسعار العناصر  $K$  و  $L$  على التوالي يؤدي استعمال طريقة لاغرنج إلى

$$L(x, y, \lambda) = P_x X + P_y Y + \lambda [C^{\circ} - rG(x, y) - wH(x, y)]$$

و

$$L_x = P_x - \lambda rG_x - \lambda wH_x = 0$$

$$L_y = P_y - \lambda rG_y - \lambda wH_y = 0$$

$$L_{\lambda} = C^{\circ} - rG(x, y) - wH(x, y) = 0$$

انطلاقاً من المعادلتين الأولى يمكن كتابة :

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{rG_x + wH_x}{rG_y + wH_y}$$

$$\begin{aligned} & r \frac{\delta K}{\delta x} + w \frac{\delta L}{\delta x} \\ & = \frac{r \frac{\delta K}{\delta y} + w \frac{\delta L}{\delta y}}{\delta y} \end{aligned}$$

ومن (II - 26)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{r} \frac{1}{f_k} + w \frac{1}{f_L}}{\frac{1}{r} \frac{1}{h_k} + w \frac{1}{h_L}} \\ &= \frac{h_k}{f_k} \cdot \frac{rf_L h_L + wf_k h_L}{rh_L f_L + wh_k f_L} \end{aligned}$$

وباستعمال (II - 17)

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{h_k}{f_k}$$

بنفس الطريقة يمكن إيجاد

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{h_L}{f_L}$$

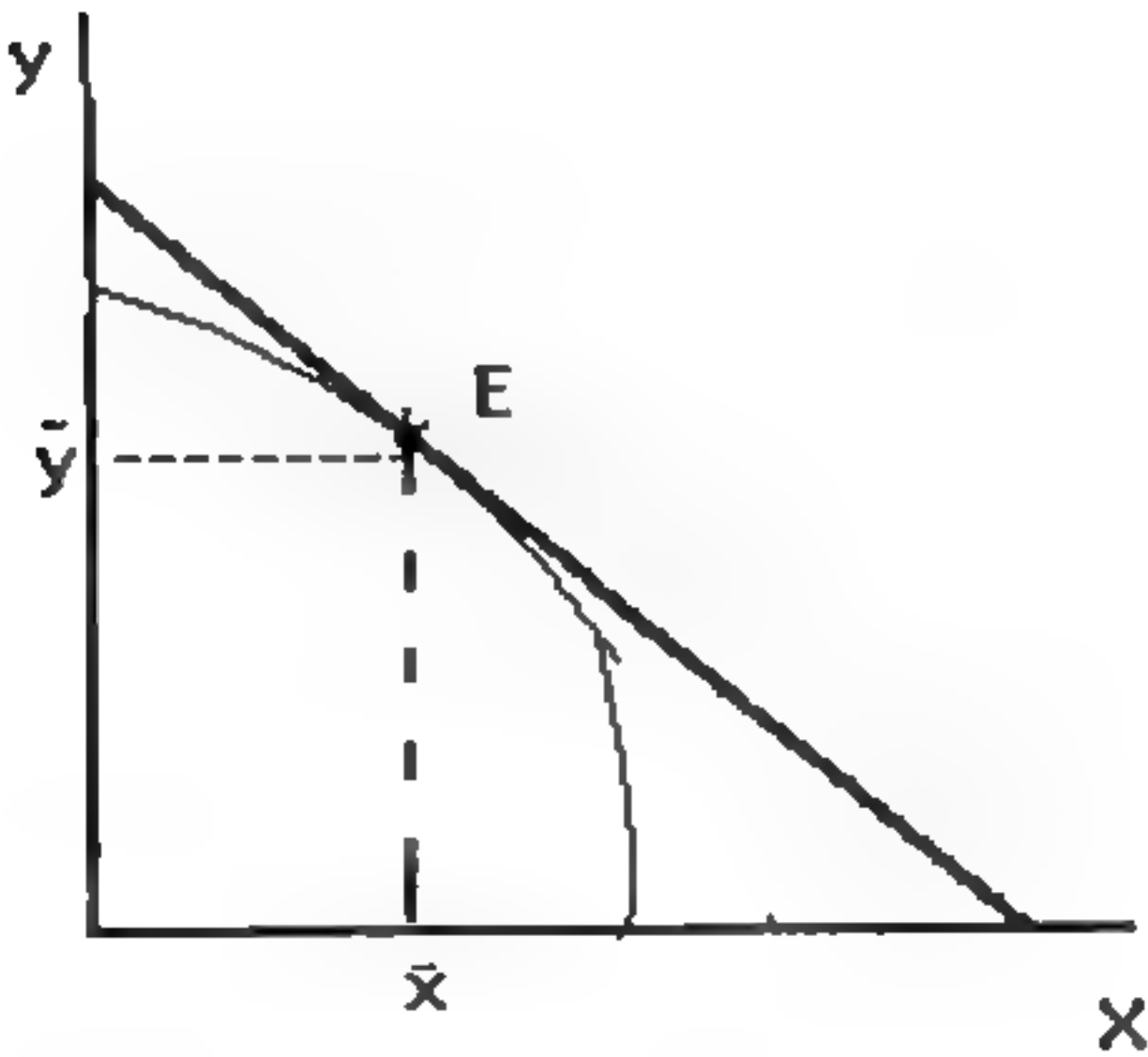
بما ان ميل منحنى تحويل المنتج يساوي

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-h_k}{f_k} = \frac{-h_L}{f_L}$$

تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين معدل تحول المنتج (TTP) ونسبة اسعار السلعتين أي :

$$\frac{h_L}{f_L} = \frac{h_k}{f_k} = \frac{P_x}{P_y} = TTP$$

ويظهر توازن المؤسسة في البيان التالي :



## 2 - 3 - 2 - حالة عامة :

إذا افترض ان كميات العناصر تكون غير محدودة تصل المؤسسة الى توازنها يتعظيم ربحها أي

$$\text{Max}\pi = P_x x + P_y y - r (K_x + K_y) - w (L_x + L_y)$$

وتؤدي شروط الدرجة الاولى لتعظيم الربح الى :

$$1) \quad \frac{\delta \pi}{\delta x} = P_x - r \frac{\delta K}{\delta x} - w \frac{\delta L}{\delta x} = 0$$

$$2) \quad \frac{\delta \pi}{\delta y} = P_y - r \frac{\delta K}{\delta y} - w \frac{\delta L}{\delta y} = 0$$

$$3) \quad \frac{\delta \pi}{\delta K_x} = P_x \frac{\delta x}{\delta K_x} - r = 0$$

$$4) \quad \frac{\delta \pi}{\delta K_y} = P_y \frac{\delta y}{\delta K_y} - r = 0$$

$$5) \quad \frac{\delta \pi}{\delta L_x} = P_x \frac{\delta x}{\delta L_x} - w = 0$$

$$6) \quad \frac{\delta \pi}{\delta L_y} = P_y \frac{\delta y}{\delta L_y} - w = 0$$

شروط توازن المؤسسة

- من 1 و 2 يساوي  $P_x$  جمع قيم التكاليف الحدية لانتاج  $x$  كما يساوي  $P_y$  جمع قيم التكاليف الحدية لانتاج  $y$  أي :

$$P_x = r \frac{\delta K}{\delta x} + w \frac{\delta L}{\delta x}$$

$$P_y = r \frac{\delta K}{\delta y} + w \frac{\delta L}{\delta y}$$

- من 3 و 4 و 5 و 6 يمكن كتابة :

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\delta y / \delta K_y}{\delta x / \delta K_x} = \frac{\delta y / \delta L_y}{\delta x / \delta L_x} = \frac{h_K}{f_K} = \frac{h_L}{f_L} = TTP$$

أي في التوازن يكون معدل تحويل المنتج متساويا مع نسبة اسعار السلعتين

- من 3 و 4 و 5 و 6 يمكن كتابة

$$\frac{w}{r} = \frac{\delta x / \delta L_x}{\delta x / \delta K_x} = \frac{\delta y / \delta L_y}{\delta y / \delta K_y} = \frac{f_L}{f_K} = \frac{h_L}{h_K} = TMST_x = TMST_y$$

أي في التوازن يكون المعدل الحدي للحلال التقني في إنتاج  $x$  متساويا مع مقابله في إنتاج  $y$  وتكون كلا المعدلين متساويين مع نسبة اسعار عناصر الانتاج.

## ملخص لنظرية الانتاج

### 1 - دالة الانتاج لمنتوج وحيد

تكتب دالة الانتاج على شكل :

$$X = f(K^0, L)$$

حيث :

$L$  : العمل

$K$  : الرأسمال

### a - الانتاج بعنصر متغير وحيد:

تكتب دالة الانتاج على شكل

$$X = f(K^0, L)$$

حيث  $K^0$  يمثل مستوى ثابت للرأسمال ويمكن تحويل شكل دالة لإنتاج الى:

$$X = g(L)$$

حيث  $K^\circ$  يمثل مستوى ثابت للرأسمال ويمكن تحويل شكل دالة لإنتاج الى:

$$X = g(L)$$

انطلاقا من الدالة السابقة يمكن تعريف :

$$PPmg_L = \frac{\delta g}{\delta L} = \frac{\delta X}{\delta L} : \text{الانتاجية الحدية للعمل}$$

$$PPM_L = \frac{g}{L} = \frac{X}{L} : \text{الانتاجية المتوسطة للعمل}$$

بدراسة تغير الانتاجية الحدية والمتوسطة للعمل يمكن تحديد المنطقة

الامتثل للانتاج وتعرف هذه الاخيرة بالمنطقة المحدد بـ  $PPmg_L = PPM_L$

على اليسار و  $PPmg_L = 0$  على اليمين.

أي المنطقة II :  $PPmg_L = 0 \longleftrightarrow PPM_L = PPmg_L$

b - الانتاج بعنصرين متغيرين :

نكتب دالة الانتاج على شكل

$$X = f(K, L)$$

وبحيث ان مستوى الانتاج يكون ثابت على طول منحنى تساوي الكميات

يمكن كتابة

$$f_K dK + f_L dL = 0$$



أو

$$- \frac{d_K}{d_L} = \frac{f_L}{f_K} = TMST$$

حيث :  $f_L$  تمثل الانتاجية الحدية للعمل.  
 $f_K$  تمثل الانتاجية الحدية للرأسمال

### c - توازن المؤسسة :

تكتب دالة الانتاج للمؤسسة على شكل :  $X = f(K, L)$

وتواجه المؤسسة معادلة التكلفة :  $C = rK + wL$

حيث :  $r$  : سعر كراء الرأسمال

$w$  : سعر العمل

- يمكن للمؤسسة أن تعظم إنتاجها في حدود ميزانياتها  $C$  أو ان تقلل في تكلفتها تحت الشرط ان مستوى الانتاج يكون محددا مبدئيا . في كلا الحالتين تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين المعدل الحدي للاحلال بين عناصر الانتاج ونسب اسعار هذه العناصر أي في التوازن..

$$TMST = \frac{f_L}{f_K} = \frac{w}{r}$$

في حالة تعظيم الربح يجب على المؤسسة ان تساوي بين قيمة الانتاجية الحدية لكل عنصر وسعره أي في التوازن :

$$Pf_L = w$$

$$Pf_K = r$$

حيث : P يمثل سعر المنتج

#### d - المسار الامثل لتطور المؤسسة :

تستخرج دالة المسار الامثل لتطور المؤسسة من شروط الدرجة الاولى لتعظيم الانتاج ويوضح كيفية تطور المؤسسة عندما اسعار عناصر الانتاج تبقى ثابتة ، بينما مستوى المنتج يتغير.

#### e - دوال الطلب على عناصر الانتاج:

تستخدم هذه الدوال من شروط الدرجة الاولى لتعظيم الربح وتقدم مستوى الطلب على عنصر انتاج كدالة لسعر المنتج ولأسعار عناصر الانتاج العديدة.

### 2 - توازن مؤسسة ذات منتوجات عديدة

إذا كانت المؤسسة تستعمل عنصرين K و L لانتاج سلعتين X و y تكتب المعلومات الضرورية لاختار القرار عي شكل :

$$X = f (K_x , L_x)$$

$$y = h (K_y , L_y)$$

حيث

$$K_x + K_y = K^o$$

$$L_x + L_y = L^o$$

إذا كانت المؤسسة تملك كميات محدودة من العناصر  $K$  و  $L$  يمكن بناء منحنى العقد بإستعمال علبة ادجورث كذلك انطلاقا من منحنى العقد يمكن بناء منحنى تحويل المنتج الذي يوضح الكيفية الامثل لاستعمال العنصرين  $K$  و  $L$ .

يعرف معدل تحويل المنتج كنسبة الانتاجات الحدية للعنصرين  $K$  و  $L$  في انتاج السلعتين  $x$  و  $y$  أي :

$$TTP = \frac{h_K}{f_K} = \frac{h_L}{f_L}$$

إذا كانت التكلفة ثابتة تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين معدل تحويل المنتج ( $TTP$ ) ونسبة اسعار السلعتين وإذا لم تحدد كمية عناصر الانتاج تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين معدل تحويل المنتج ونسبة اسعار السلعتين من جهة وبين المعدلات الحدية (الاحلال التقني) في انتاج  $x$  و  $y$  ونسبة اسعار عناصر الانتاج أي :

$$\frac{P_x}{P_y} = TTP$$

$$\frac{w}{r} = TMST_x = TMST_y$$

## تمارين

2 - 1 - اذا قدرت دالة الانتاجية المتوسطة لمؤسسة ما على شكل

$$PPM_L = 30 + 12L - L^2$$

حيث  $L$  يدل على عدد العمال المستعملين في سيرورة الانتاج.

- ماهي دالة الانتاجية الحدية للعمل؟

- ماهي المنطقة الامثل للانتاج؟

- اوجد عدد مناصب الشغل الموفرة في حدود المناطق I و II وفي حدود II و III .

2 - 2 - تكتب دالة الانتاج للمؤسسة "سو" على شكل

$$X = 20L + 16L^2 - L^3$$

- حدد دوال الانتاجية المتوسطة، الانتاجية الحدية للعنصر  $L$  والانتاجية المتوسطة للعنصر  $F$  اذا  $F$  يمثل 10 وحدات من العنصر الثابت.

- حدد للمناطق الثلاثة حسب  $L$  واحسب قيم  $PPM_L$  و  $PPM_{g_L}$  في حدود المناطق I و II وفي حدود المناطق II و III .

2 - 3 - اعتبر دالة الانتاج التالية:

$$X = aL^\beta K^\alpha$$

- احسب قيمة  $\alpha$  و  $\beta$  مع العلم ان مرونة الانتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ودالة الانتاج تكون متجانسة من الدرجة الثانية.

2 - 4 - تستعمل المؤسسة "تسوني" العنصرين K و L لانتاج السلعة X وتقدر دالة الانتاج على شكل

$$X = 2\sqrt{L} \sqrt{K}$$

- ماهي نسبة ارتفاع الانتاج اذا بقي K ثابتا بينما يرتفع L بـ 10% .
- اذا كانت اسعار K و L تساوي على التوالي  $r = 4$  ،  $w = 9$  ، حدد الكميات المثلى من عناصر الانتاج التي تساهم في انتاج الكمية  $X = 100$  (تحقق من شروط الدرجة الثانية).
- اذا كانت المؤسسة تملك ميزانية تساوي  $B = 504$  ماهي الكميات المستعملة من عناصر الانتاج وماهو مستوى الانتاج الامثل.

2 - 5 - اذا قدرت دالة الانتاج لمؤسسة ما على شكل :

$$X = f(K, L) = K^2 - KL + 2L^2$$

- اوجد دوال الطلب على عناصر الانتاج .
- ملاحظة: ارمز لاسعار K ، L و X بـ  $r$  ،  $w$  و P .

2 - 6 - قدرت دالة الانتاج للمؤسسة "سونا" كالتالي :

$$X = f(K, L) = 3K + 5L + 6KL$$

- اذا كانت اسعار عناصر الانتاج تساوي  $r_K = 5$  ،  $r_L = 3$
- حدد المسار الامثل لتطور المؤسسة.
- ماهو امثل انتاج اذا كانت ميزانية المؤسسة تساوي  $B = 600$
- اذا كان ازدياد السعر النسبي للعمل يؤدي الى ازدياد بـ 10% في النسبة  $K/L$  بينما مرونة الاحلال تقدر بـ 0.9 ماهي نسبة هذا الازدياد.

2 - 7 - دالة الانتاج لمؤسسة ما تقدر بالشكل التالي :  $X = A_0 L^{1-\alpha} K^\alpha$  :  
اثبت أن :

- ميل منحنى تساوي الكميات يأخذ الشكل :

$$\frac{dK}{dL} = - \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{L}{A_0} \right)^{1/\alpha} L^{-1/\alpha}$$

$$\frac{d^2K}{dL^2} = \left( \frac{1-\alpha}{\alpha^2} \right) \left( \frac{L}{A_0} \right)^{1/\alpha} L^{-(1+\alpha)/\alpha}$$

- الطريق الامثل للتطور تكون ممثلة في خط مستقيم يأخذ الشكل :

$$K = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{w}{r} L$$

حيث  $w$  و  $r$  تمثل اسعار  $L$  و  $K$ .

2 - 8 - لتقديم نفس مستوى الخدمات تستطيع المؤسسة "شلوفي" ان  
تختار بين عدة ازواج من آلات الميكانيكية والعمل أي :

عدد العمل	عدد الآلات	الزوج
1000	60	1
920	61	2
850	62	3
800	63	4
760	64	5
730	65	6
710	66	7

- إذا كانت المؤسسة تستعمل 60 آلة و 1000 عامل ماهو عدد العمال الذين يطردون من طرف المؤسسة إذا اشترت آلة إضافية وحافظت على نفس مستوى الانتاج.

- بماذا يدعى الجواب في السؤال السابق

- إذا كان سعر آلة يساوي 250000 وسعر عامل وحيد يساوي 6000 ماذا يكون موقف المؤسسة.

- ماهو الزوج الذي يحقق ادنى تكلفة .

- إذا كان سعر آلة يساوي 200000 وسعر عامل يساوي 7000 ماهو امثل زوج.

2 - 9 - اعتبر دالة الانتاج التالية:

$$X = 10 KL$$

إذا كانت اسعار K و L تساوي على التوالي 2 و 4

- اوجد الكميات من K و L التي تحقق مستوى انتاج يساوي 500 بأقل تكلفة.

- ماذا تكون التكلفة.

- حدد المعدل الحدي للحلال التقني في نقطة التوازن وفسر معناه.

2 - 10 - افترض ان مؤسسة ما تنتج منتوجا ماعبر دالة الانتاج

$$X = 2K^{1/2}L^{1/2}$$

اذا كان سعر الرأسمال K يساوي 5 وسعر العمل L يساوي 4 .

- ماهي افضل كمية من K و L لانتاج كمية تساوي 10 .

- اوجد المسار الامثل للتطور.

2 - 11 - تكتب دالة الانتاج لمؤسسة "زهرة" على شكل :

$$X = 2K^{1/4} L^{1/4}$$

اذا كانت اسعار X ، K و L على التوالي P ، r و w

- اوجد دوال الطلب على العناصر K و L.

- ماهو الانتاج الامثل والكميات المستعملة من K و L اذا  $P = 2$  ،  $r = 2$  ،

$$w = 1$$

2 - 12 - تستعمل مؤسسة ما عامل وحيد (عنصر انتاج) لانتاج منتوجين

وتكتب علاقة الانتاج على شكل

$$F = A(x_1^\alpha + x_2^\beta)$$

$$\alpha , \beta > 1$$



- اذ كانت المؤسسة تشتري  $F$  وتبيع  $x_1$  و  $x_2$  بأسعار ثابتة حدد مستويات المنتجين ، الذين يعظمان الربح كدوال للأسعار.

- اثبت ان منحنى علاقة الانتاج مقعر نحو نقطة الاصل.

2 - 13 - تملك المؤسسة "ميش" كمية  $K^*$  من الرأسمال وكمية  $L^*$  من العمل ، وتنتج كميات من المنتجين  $X$  و  $Y$ .  
تقدر دوال الانتاج كالتالي

$$x = f(K_x, L_x)$$

$$y = f(K_y, L_y)$$

مع

$$K_x + K_y = K^*$$

$$L_x + L_y = L^*$$

اذا حددت المؤسسة مستوى انتاج  $y$  بـ  $y^*$  :

- ماذا تكون شروط توازن المؤسسة.

- وضح نقطة التوازن باستعمال علبة ادجورث.

2 - 13 - اعتبر دالة الانتاج التالية

$$x^2 + y^2 - F = 0$$

حيث :  $x$  ،  $y$  تمثل منتوجات ، بينما  $F$  يمثل العنصر الوحيد المستعمل في انتاج  $x$  و  $y$ .

- اوجد معدل تحويل المنتج واثبت تزايد هذا المعدل.

- إذا كانت  $P_x$  ،  $P_y$  و  $r$  تمثل على التوالي اسعار  $X$  ،  $Y$  و  $F$  حدد شروط تعظيم الربح.

### III - نظرية التكاليف

تقدم دالة الانتاج المعلومات التي تساعد في بناء خريطة منحنيات تساوي الكميات ، كما تساعد المعلومات حول اسعار عناصر الانتاج في بناء منحنيات التكاليف المتسوية .

وأخيرا يخار المداول العقلاني المستوي المميز بتساوي المعدل الحدي للاحلل ونسبة الاسعار .

كل نقطة توازن تحدد مستوى إنتاج معين والتكلفة الكلية المرتبطة بهذا المستوى.

بهذه المعلومات يمكن بناء جدول او منحنى يربط التكلفة الكلية ومستوى المنتج ، أي :

$$C = \phi (X)$$

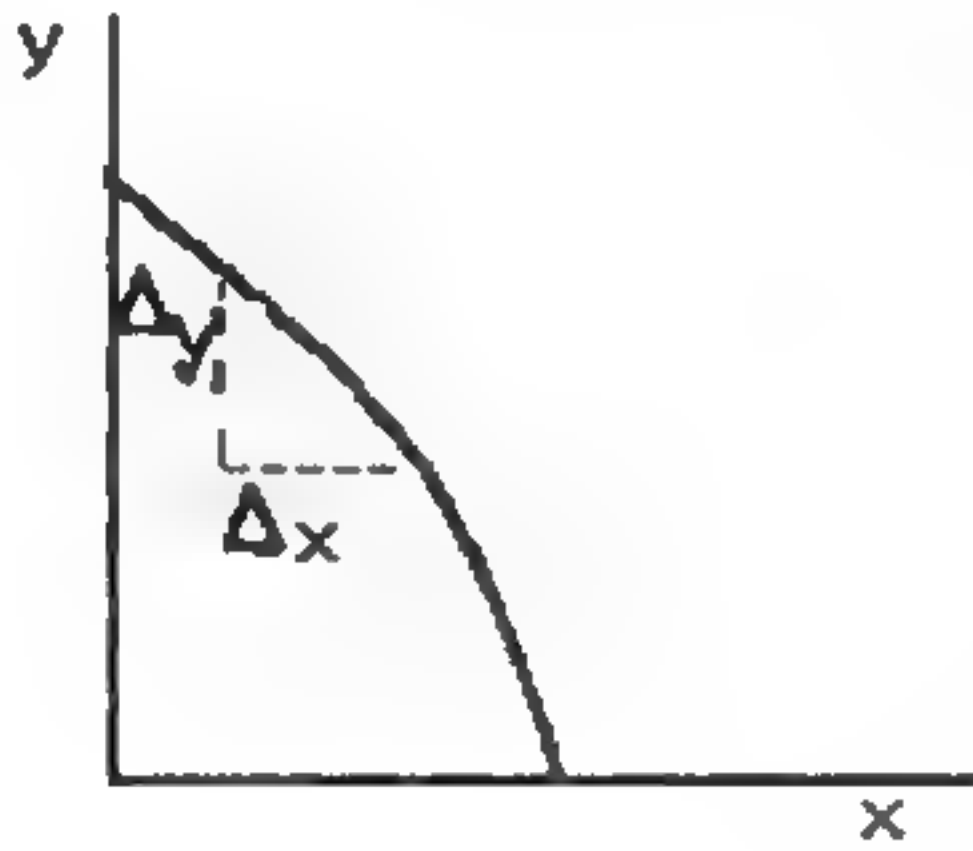
#### 1 - التكلفة الاجتماعية للانتاج :

يتطرق الاقتصادي الى ما يسمى بالتكلفة الاجتماعية للانتاج أي التكلفة التي يتحملها المجتمع عندما تستعمل مواد إنتاج لإنتاج منتج معين .  
إذا كانت مواد الانتاج تستعمل لإنتاج المنتجات X و Y تكون المواد التي تستعمل لإنتاج X غير موفرة لإنتاج Y او منتج آخر . إذا كان "روبذس كروزو" مستقرا فوق جزيرة ويعيش بصيد السمك او البحث (وأكل) فواكه تكون تكلفة سمكة إضافية ممثلة في كمية الفواكه التي يجب التخلي عنها في الوقت الذي يستعمل للقبض على هذه السمكة .

### تعريف:

التكلفة الاجتماعية (تكلفة الفرصة) : تساوي تكلفة الفرصة لانتاج وحدة واحدة من  $X$  الكمية من  $Y$  التي يجب التخلي عنها عندما تستعمل الموارد لانتاج  $X$  عوض  $Y$ .

ملاحظة : تكون تكلفة الفرصة ممثلة في معدل تحويل المنتج أي بيانيا :



$$\text{تكلفة الفرصة لـ } x = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

يؤدي استعمال الموارد لانتاج  $X$  عوض  $Y$  الى تكلفة اجتماعية ، لكن يؤدي انتاج  $X$  الى تكلفة خاصة كذلك بحيث ان المنتج يسدد قيمة معينة لشراء الموارد المستعملة لانتاج  $X$  .

بعد انتاج  $X$  وبيعه في السوق يقارن المقاول بين دخل البيع وتكلفة الموارد حتى يحدد "الربح الحسابي". لكن ينظر الاقتصادي نظرة اخرى أي يتساءل عن وجود تكاليف غير مباشرة.

من الممكن أن المنتج يكون قادرا على استعمال وقته وثروته في ميدان آخر للحصول على ربح معين.

### تعريف :

التكاليف غير المباشرة : تمثل التكاليف غير المباشرة لانتاج منتج معين القيم التي كانت في استطاعة المنتج ان يتحصل عليها إذا استثمر وقته وثروته في افضل استعمال منافس.

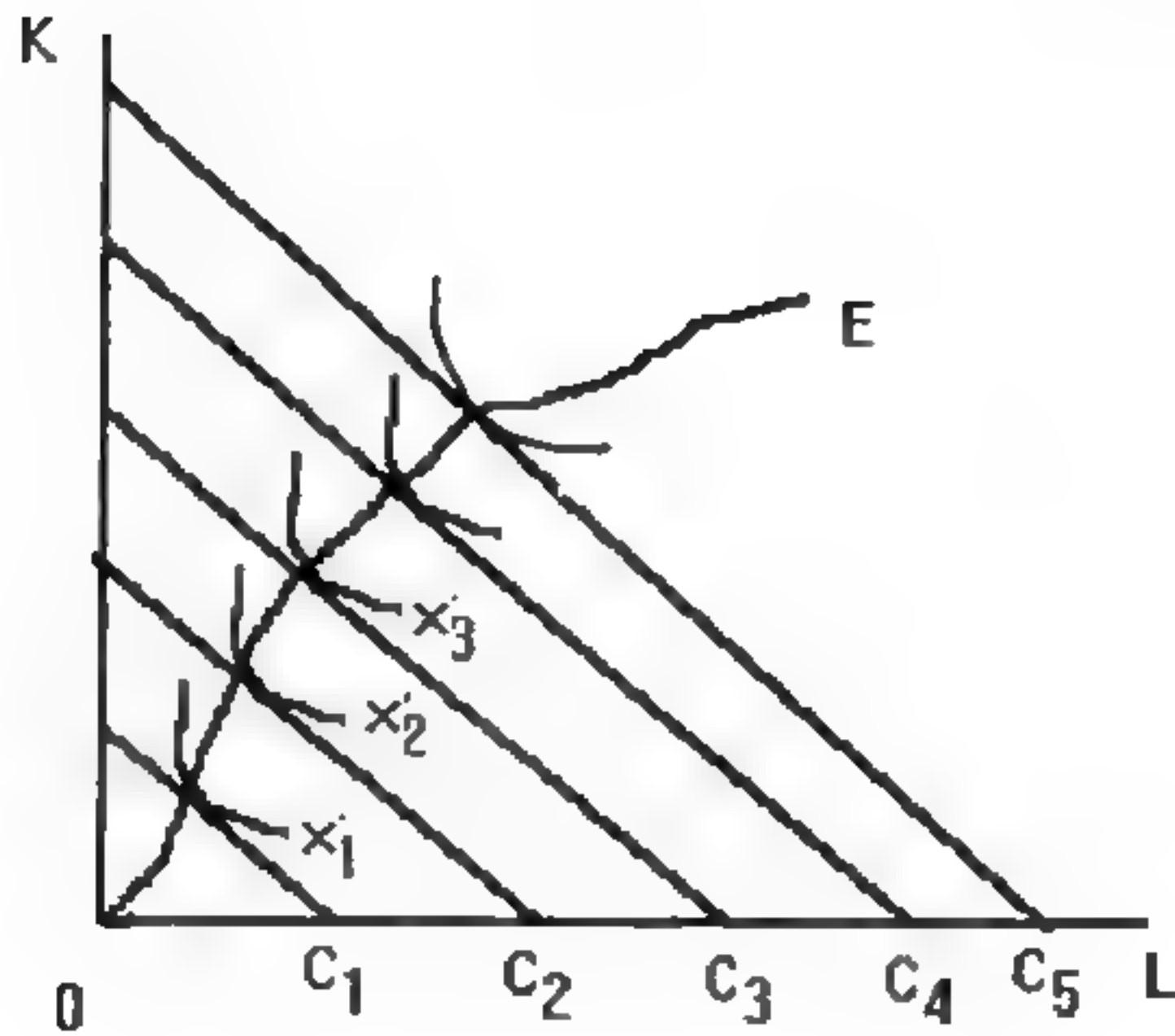
ويتحصل المقاول على ربح اقتصادي بحت إذا وفقط إذا كان المدخول الكلي اكبر من جمع التكاليف المباشرة وغير المباشرة.  
مثال: اعتبر ان مقاول ما يواجه مشروعين A و B.

إذا استثمر 50 في A يتحصل على دخل يساوي 100 .  
إذا استثمر 50 في B يتحصل على دخل يساوي 80 .  
يختار المقاول العقلاني الاستثمار في A و يكون الربح الحسابي 50 لكن الربح الاقتصادي سوف يقيم بـ  $100 - 80 - 20 = 0$  حيث تكلفة الفرصة تساوي التكلفة المباشرة (50) زائد التكلفة غير المباشرة  $(80 - 50 = 30)$  .

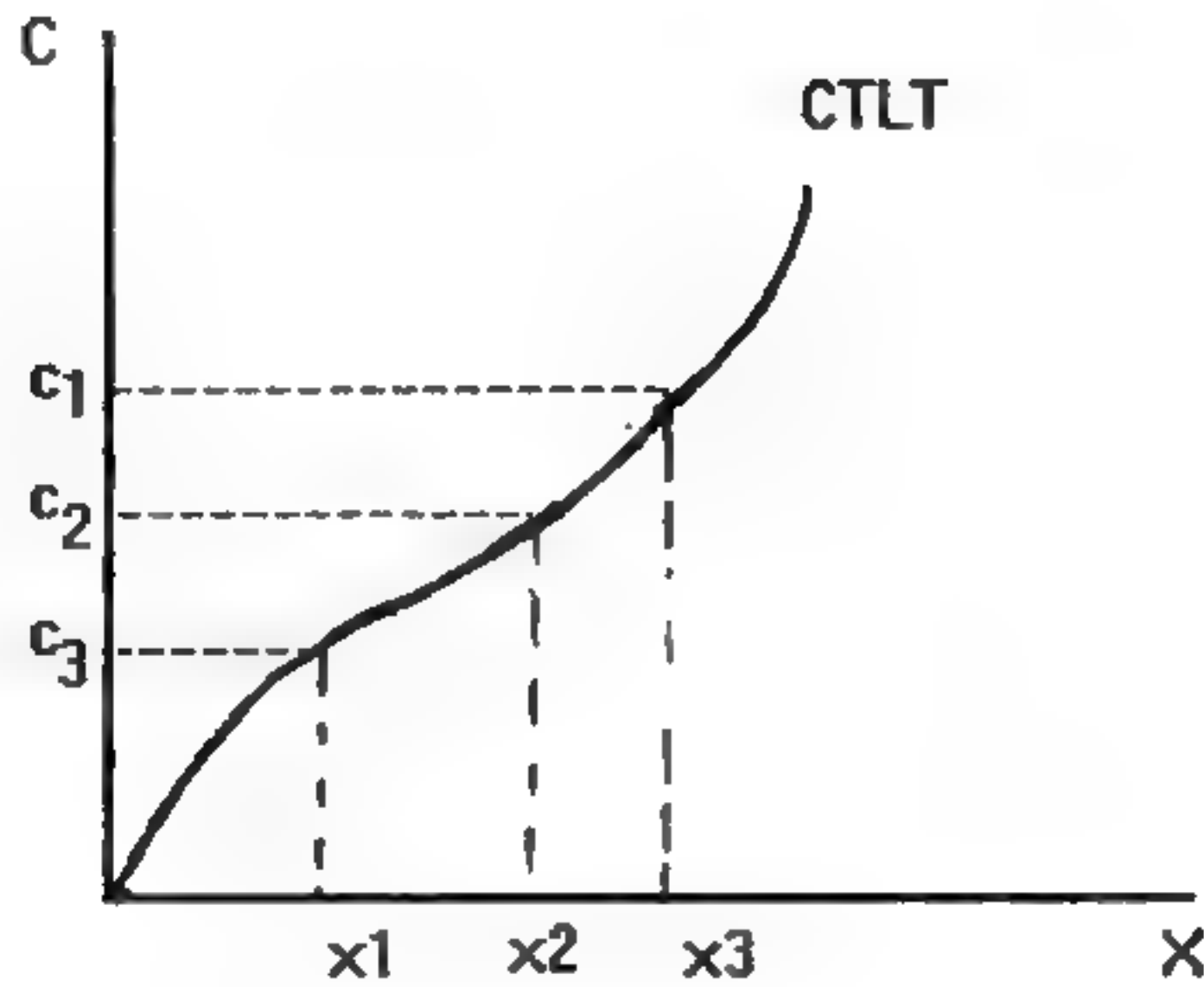
## 2 - تكاليف المدى الطويل ودالة الانتاج :

إنطلاقا من تعريف المسار الامثل للتطور يمكن تحديد التكلفة الادنى للحصول على مستوى معين من المنتج.

اعتبر البيان التالي :



ينتج  $x_1$  بتكلفة  $C_1$  كما ينتج  $x_2$  بتكلفة  $C_2$  الى غير ذلك ، ويلاحظ ان كلما ازداد مستوى المنتج ازدادت التكلفة وهذا يؤدي الى البيان :



يمثل المنحنى CTLT منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل.

### ملاحظة

يستخرج المنحنى CTLT مباشرة من منحنى المسار الامثل للتطور ، ويربط بين مستوى الانتاج والتكلفة الادنى الضرورية لانتاج هذا المستوى.

### 3 - تكاليف المدى القصير ودالة الانتاج

إذا كان المدى الطويل له تعريف واضح يطالب مفهوم المدى القصير بتدقيق حيث الاجراءات في يوم شهر او سنة تختلف تماما. إذا اضطر المفاوض الى رفع الانتاج يستطيع في يوم واحد استعمال الآلات بأكثر فعالية ويستطيع كراء آلات إضافية في مدة شهر ، بينما يمكن له

شراء الآلات الإضافية في مدة سنة، لذلك توجد عدة انواع من المدى القصير.

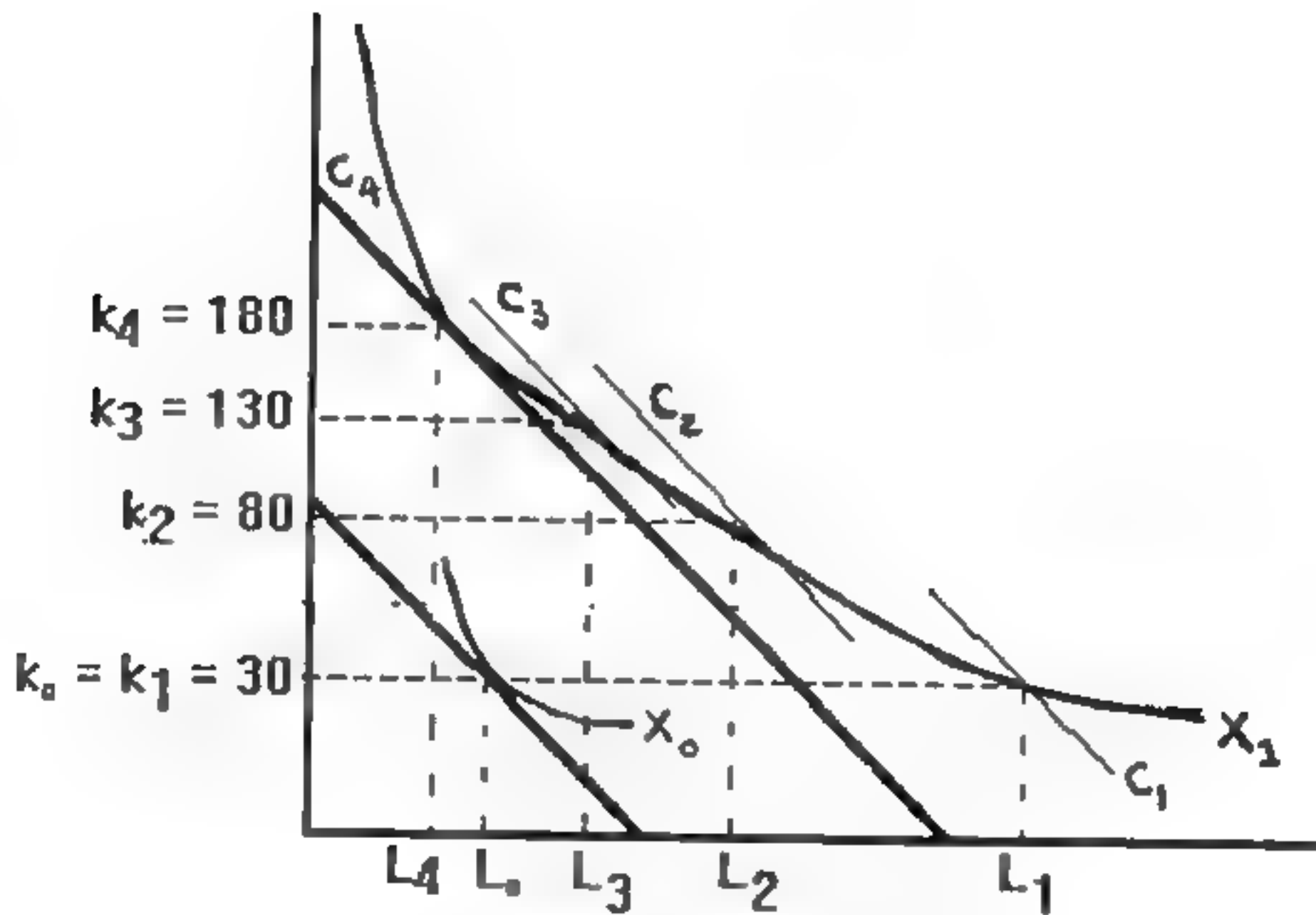
اعتبر المثال التالي : تتوي مؤسسة الى رفع انتاجها ولذلك يجب عليها شراء 150 آلة إضافة لانتاج بأدنى تكلفة .

افترض ان الشراء يحدث كالتالي :

$t_1$	$t_2$	$t_2$	$t_4$
0	50	50	50

للحصول على المستوى المرغوب فيه يفترض ان المؤسسة تستطيع استعمال الكميات اللازمة من العمل بدون المساس بمستوى الاجرة.

اعتبر البيان التالي



في البداية تنتج المؤسسة  $X_0$  باستعمال  $K_0 = 30$  و  $L_0$  وتكون في التوازن. في الوقت  $t_1$  تنتج المؤسسة  $X_1$  باستعمال  $K_1 = 30$  و  $L_1$  تكون التكلفة الكلية ممثلة في  $C_1$  ويلاحظ ان المؤسسة ليست في توازن.

في الوقت  $t_2$  تستعمل المؤسسة  $k_2 = 80$  و  $L_2$  وتكون في لاتوازن الى غير ذلك حتى تتحصل على الكمية من الرأسمال المطلوبة  $k_4 = 180$  وتحقق التوازن.

يؤدي المثال السابق الى الخلاصة التالية.

### خلاصة

كلما كان المدى قصير كان إنتاج مستوى غير مستوى التوازن مكلفا .

### ملاحظة

تكون تكلفة المدى الطويل لإنتاج منتج ما دائما اقل ( او تساوي في حالات خاصة) من تكلفة المدى القصير لإنتاج نفس المستوى.

## 4 - نظرية تكلفة المدى القصير:

تحلل التكلفة الكلية في المدى القصير انطلاقا من عرضين :

(1) - الشروط التقنية للإنتاج واسعار العناصر التي تحدد تكلفة الإنتاج لكل مستوى من المنتج.

(2) - التكلفة الكلية التي تقسم الى تكلفة ثابتة وتكلفة متغيرة.



اعتبر الجدول التالي :

## انتاج وتكاليف

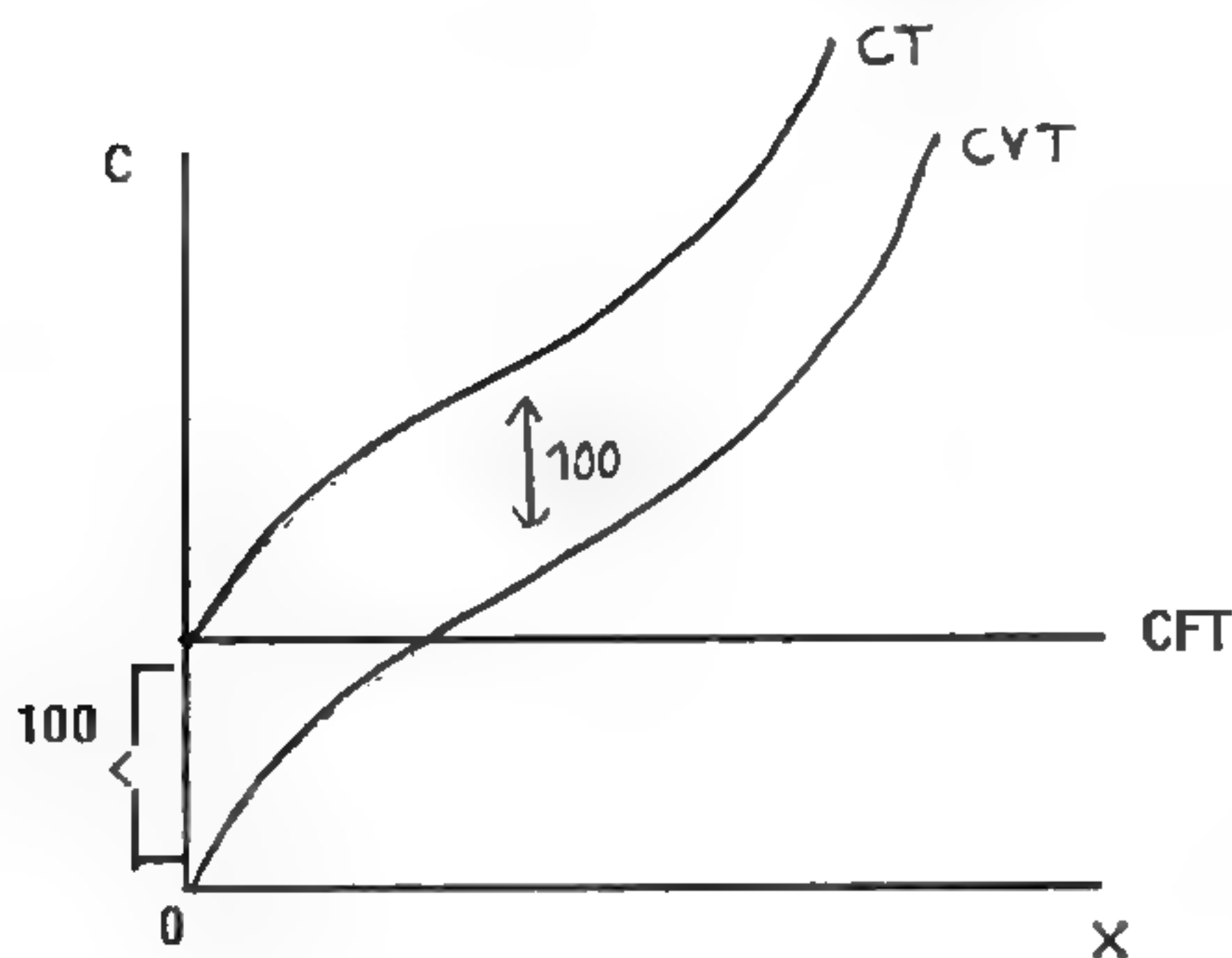
كمية المنتج	CFT	CVT	CT	CFM	CVM	CTM	Cmg
1	100	10	110	100	10	100	10
2	•	16	116	50	8	58	6
3	•	21	121	33.33	7	40.33	5
4	•	26	126	25	6.5	31.5	5
5	•	30	130	20	6	26	4
6	•	36	136	16.67	6	22.67	6
7	•	45	145	14.29	6.5	20.79	9.5
8	•	56	156	12.50	7	19.5	10.5
9	•	72	172	11.11	8	19.11	16
10	•	90	190	10.00	9	19	18
11	•	109	209	9.09	9.91	19	19
12	•	130.4	230.4	8.33	10.87	19.20	21.4

ينتج المقاول منتج معيناً ويواجه تكلفة ثابتة (CFT) تساوي 100 (هذه التكلفة تسدد من طرف المقاول مهما كان مستوى الانتاج).

كلما ازداد مستوى الانتاج تزداد التكلفة المتغيرة الكلية (CVT) وتزداد

كذلك التكلفة الكلية (CT) حيث  $CT = CFT + CVT$

تظهر المعلومات السابقة في البيان



ملاحظة

الفرق العمودي بين CT و CVT يساوي CFT (= 100) وكلا المنحنيين لهما نفس الميل.

ملاحظة

تعرف التكاليف المتوسطة CVM, CFM و CTM ك :

$$\frac{CT}{X} \text{ و } \frac{CV}{X} \text{ ، } \frac{CF}{X} \text{ على التوالي}$$

- تساوي التكلفة الحدية (Cmg) الازدياد في التكلفة الكلية الناتج عن انتاج وحدة إضافية من المنتج.

## 5 - دوال التكلفة :

في دراسة التكاليف تميز النظرية التقليدية بين المدى القصير وال المدى الطويل، يتميز المدى القصير بثبات بعض عناصر الانتاج، الرأسمال مثلا ويتميز المدى الطويل بإمكانية تغير كل عناصر الانتاج.

## 5 - 1 - دوال التكلفة في المدى القصير :

اعتبر عناصر الانتاج  $K$  و  $L$  بأسعار  $r$  و  $w$  والمنتوج  $X$  بسعر  $P$ . يكون تحضير استراتيجية الانتاج من طرف المداول مرتبطة بثلاثة انواع من المعلومات :

$$(1) \text{ دالة الانتاج } X = f(K, L)$$

$$(2) \text{ القيد الميزاني او معادلة التكلفة } C = rK + wL + b$$

$$(3) \text{ الكثافة الرأسمالية للانتاج التي تظهر في دالة المسار الامثل للتطور } 0$$

$$g(K, L) =$$

يؤدي استعمال المعلومات السابقة الى كتابة :

$$C = \phi(X) + b \quad \text{III - 1}$$

أي لكل مستوى انتاج توجد تكلفة وحيدة معينة.

مثال: اعتبر دالة الانتاج التالية

$$X = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

إذا كانت معادلة التكلفة

$$C = wL + rK + b$$

أوجد دالة التكلفة

$$C = \phi(X) + b$$

الحل

تكتب شروط المرتبة الاولى لتعظيم الانتاج تحت القيد الميزاني على شكل:

$$\alpha \frac{X}{L} - \lambda w = 0$$

$$\beta \frac{X}{K} - \lambda r = 0$$

$$c - wL - rK = 0$$

نقسم المعادلتين الاولتين سوف يؤدي الى :

$$K = \frac{w}{r} \cdot \frac{\beta}{\alpha} L$$

وتعويض K بقيمته في دالة الانتاج سوف يؤدي الى :

$$X = AL^{\alpha} [(w/r) (\beta/\alpha) L]^{\beta}$$

أو

$$L = \left( \frac{r\alpha}{w\beta} \right)^{\beta/(\alpha+\beta)} \times \frac{1}{A^{1/(\alpha+\beta)}}$$

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد المعادلة التالية.

$$K = \left( \frac{\beta w}{\alpha r} \right)^{\alpha/(\alpha+\beta)} \left( \frac{x}{A} \right)^{1/(\alpha+\beta)}$$

وبتعويض K و L بقيمتيهما في معادلة التكلفة يمكن كتابة (بعد تحويلات بسيطة).

$$C = \left( \frac{1}{A} \right)^{1/(\alpha+\beta)} \left[ \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\beta/(\alpha+\beta)} + \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\alpha/(\alpha+\beta)} \right] w^{\alpha/(\alpha+\beta)} r^{\beta/(\alpha+\beta)} x^{1/(\alpha+\beta)} + b$$

أو

$$C = \phi(X) + b$$

5 - 1 - 1 - أشكال دوال التكلفة :

تقسم التكلفة الكلية الى قسمين :

$$CT = CVT + CFT \quad \text{III - 2}$$

حيث : CFT : تكلفة ثابتة (كراء العمارات مثلا)

CVT : تكلفة متغيرة (اجور ، مواد اولية..)

تكتب دالة التكلفة الكلية على شكل :

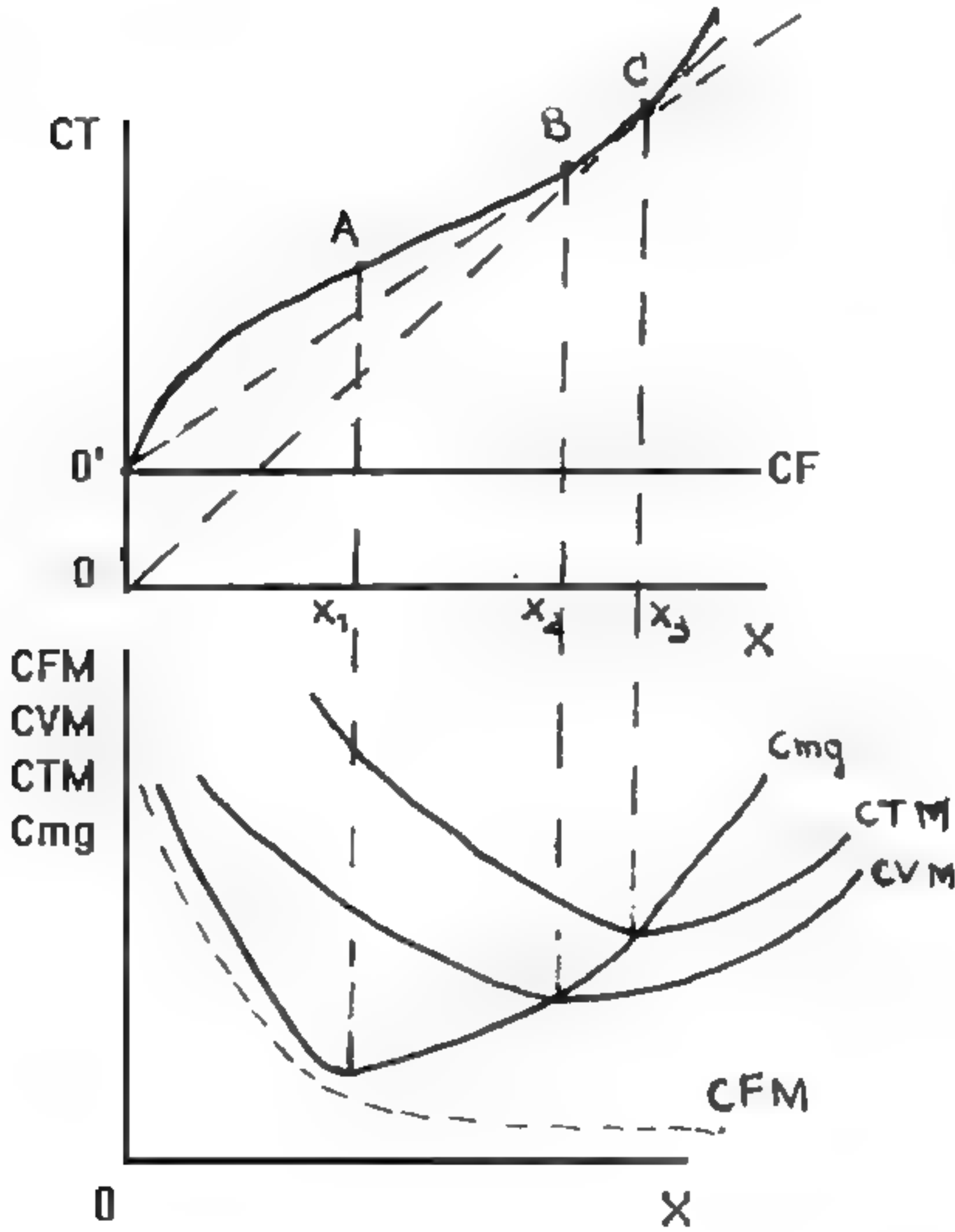
$$CT = \phi(X) + b$$

انطلاقا من هذه المعادلة يمكن كتابة :

$$CTM = \frac{\phi(X) + b}{X} \quad CFM = \frac{b}{X} \quad II - 3$$

$$CVM = \frac{\phi(X)}{X} \quad Cmg = \frac{dC}{dX} = \phi'(X)$$

وترسم الدوال السابقة في البيانات التالية :



ملاحظة:

تأخذ دالة التكلفة شكل عكسي بالنسبة لدالة الانتاج (انتاج متزايد سرف يؤدي الى تكلفة متناقصة والعكس صحيح كذلك). تحدد

المحاور  $O'CT$  و  $O'CF$  مجال منحنى التكلفة المتغيرة الكلية  $CVT$  ،  
بينما يحدد مجال التكلفة الكلية  $CT$  بالمحاور  $OCT$  و  $OX$  .  
يمثل المنحنى  $Cmg$  ميل المنحنى  $CT$  (أو  $CVT$ ) ، كما تدل  
المنحنيات  $CTM$  و  $CVM$  على  $tg \theta$  و  $tg \alpha$  على التوالي :

### ملاحظات

- تكون التكلفة الكلية متناقصة حتى النقطة  $A$  (نقطة انعطاف)  
ومتزايدة بعد  $A$  .
- تقطع التكلفة الحدية المنحنيات  $CVM$  و  $CTM$  في نقطتهما  
الادنية.

$$(CTM)' = 0 \longrightarrow \frac{\phi'X - (\phi + b)}{X^2} = 0 \quad \phi' = \frac{\phi + b}{X}$$

$$(CVM)' = 0 \longrightarrow \frac{\phi'X - \phi}{X^2} = 0 \quad \phi' = \frac{\phi}{X}$$

5 - 1 - 2 - العلاقات بين الانتاجيات والتكاليف :

اعتبر الدالة  $X = f(K, L)$

حيث  $K$  يمثل عنصر ثابت

تكتب التكلفة الثابتة على شكل  $CF = rK$

تكتب التكلفة المتغيرة على شكل  $CV = wL$

وأخيرا تكتب التكلفة الكلية على شكل  $CT = rK + wL$

انطلاقا من المعلومات السابقة يمكن كتابة :

$$CFM = \frac{CF}{X} = r \frac{K}{X} = \frac{r}{PPM_f} \quad \text{III - 4}$$

$$CVM = \frac{CV}{X} = w \frac{L}{X} = \frac{w}{PPM_v} \quad \text{III - 5}$$



$$CTM = \frac{w}{PPM_v} + \frac{r}{PPM_f} \quad \text{III - 6}$$

$$Cmg = \frac{dCT}{dx} = \frac{d(CF + CV)}{dx} \quad \text{III - 7}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{dwL}{dx} = \frac{w dL}{dx} \\ &= \frac{w}{PPmg_v} \end{aligned}$$

### ملاحظة :

توجد علاقة عكسية بين الانتاجيات المختلفة والتكاليف المختلفة ن  
ويمكن تفسير شكل دوال التكلفة على أساس ما يسمى بقانون  
"الانتاجية الحدية المتناقصة".

### 5 - 1 - 3 - تعظيم الربح :

إذا كان المقاول ينوي تعظيم ربحه سوف يتبع الاستراتيجية التالية :  
تكتب دالة الربح على شكل :

$$\pi = Px - [\phi (X) + b)$$

ويؤدي تعظيم الربح الى

$$\frac{d \pi}{dX} = P - \phi' (X) = 0$$

أو  $P = \phi' (X)$

ملاحظة

لتعظيم الربح يجب على المفاعل ان ينتج لدرجة تتميز بتساوي  
التكلفة الحدية وسعر المنتج تكون شروط الدرجة الثانية.

$$\frac{d^2\pi}{dX^2} = - \phi'' (X) = - \frac{d^2C}{dX^2} < 0$$

أو

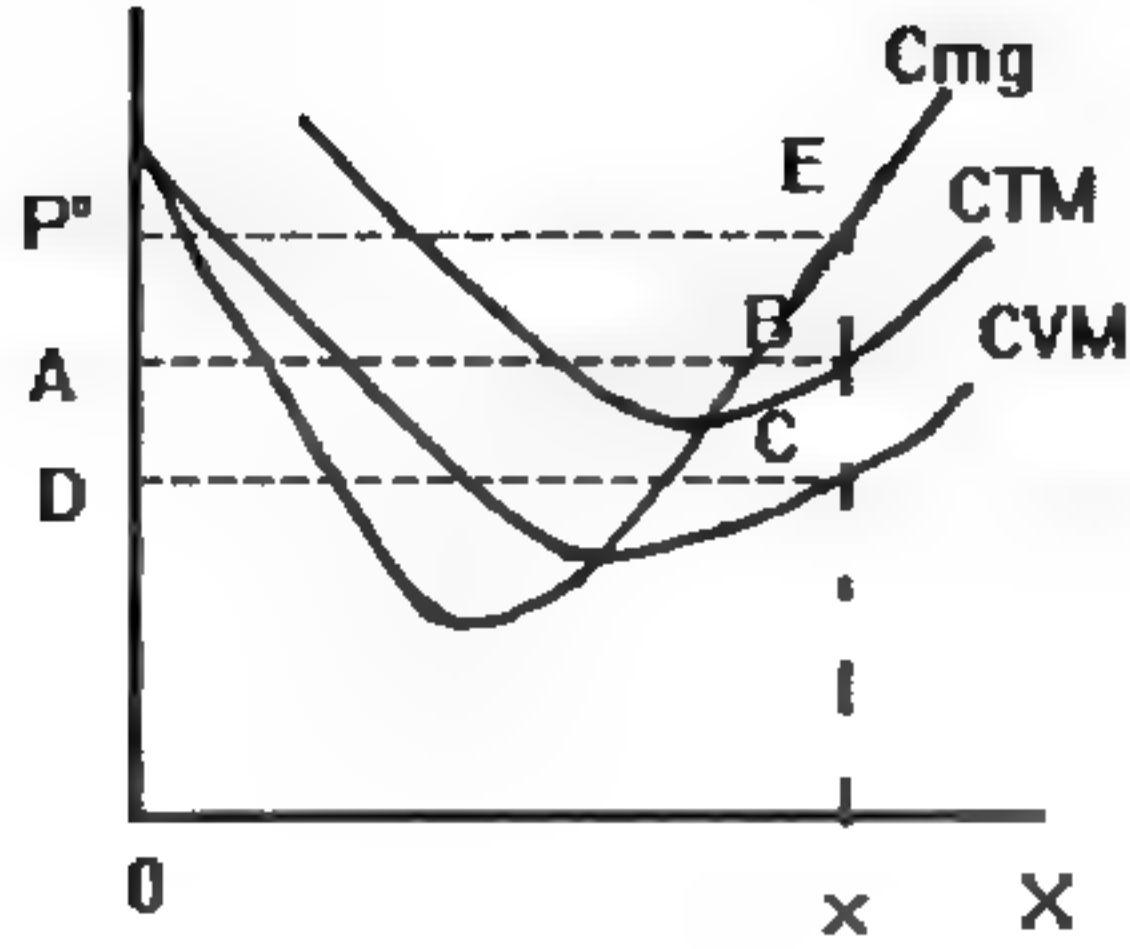
$$\frac{d^2C}{dX^2} > 0$$

ملاحظة :

في التوازن التكلفة الحدية تكون في تزايد او بعبارة اخرى يكون  
منحنى التكلفة الحدية مميز بميل موجب .

وتظهر نقطة التوازن في البيان

:



ملاحظة:

يكون الدخل الكلي ممثل في المستطيل  $OP \cdot EX$  بينما تكون التكلفة الكلية ممثلة في المستطيل  $oABX$  ولذلك يظهر الربح كالمستطيل.

$$AP \cdot EB = OP \cdot EX - oABx$$

ملاحظة:

يدعى الفرق بين الدخل الكلي  $RT$  ( $OP \cdot EX$ ) والتكلفة المتغيرة  $CV$  ( $ODCx$ ) "شبه الربح" وينقسم "شبه الربح" الى قسمين :

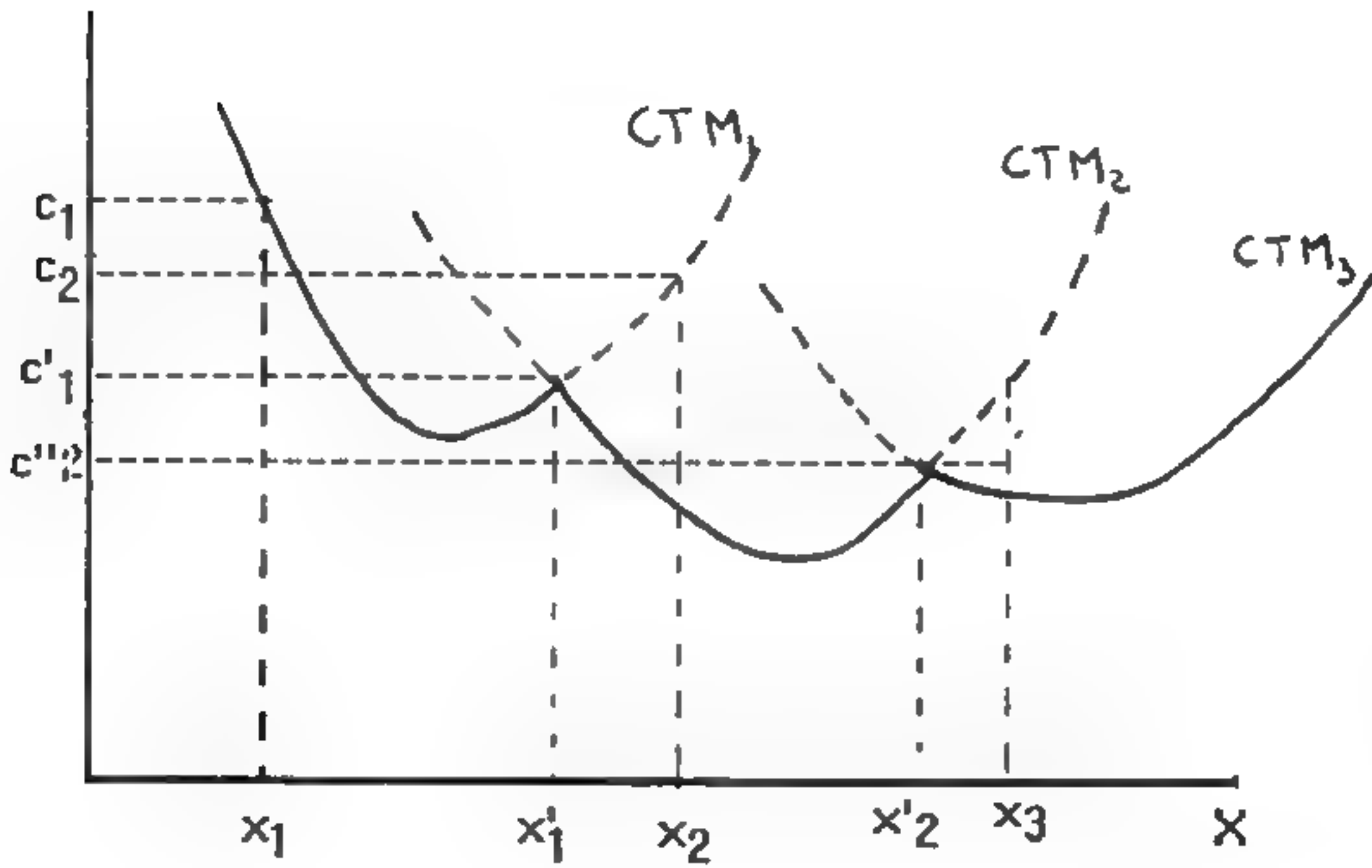
الربح البحث ( $AP \cdot EB$ ) و تكلفة الفرصة للعناصر الثابتة ( $DABC$ ) .

أخيرا تكون تكلفة الفرصة للعنصر المتغير ممثلة في المستطيل  $ODCx$  .

## 6 - منحنيات التكاليف في المدى الطويل :

يمثل المدى الطويل افق تخطيط المؤسسة ، وبحيث ان في المدى الطويل تكون كل العناصر قابلة للتغيير سوف يختار المقاول الحجم الامثل المرتبط بمستوى الانتاج المخطط .

اعتبر ان لدى المقاول اختيار بين ثلاثة احجام  $k_1$  ,  $k_2$  و  $k_3$  ترسم دوال التكلفة المتوسطة المناسبة على شكل :



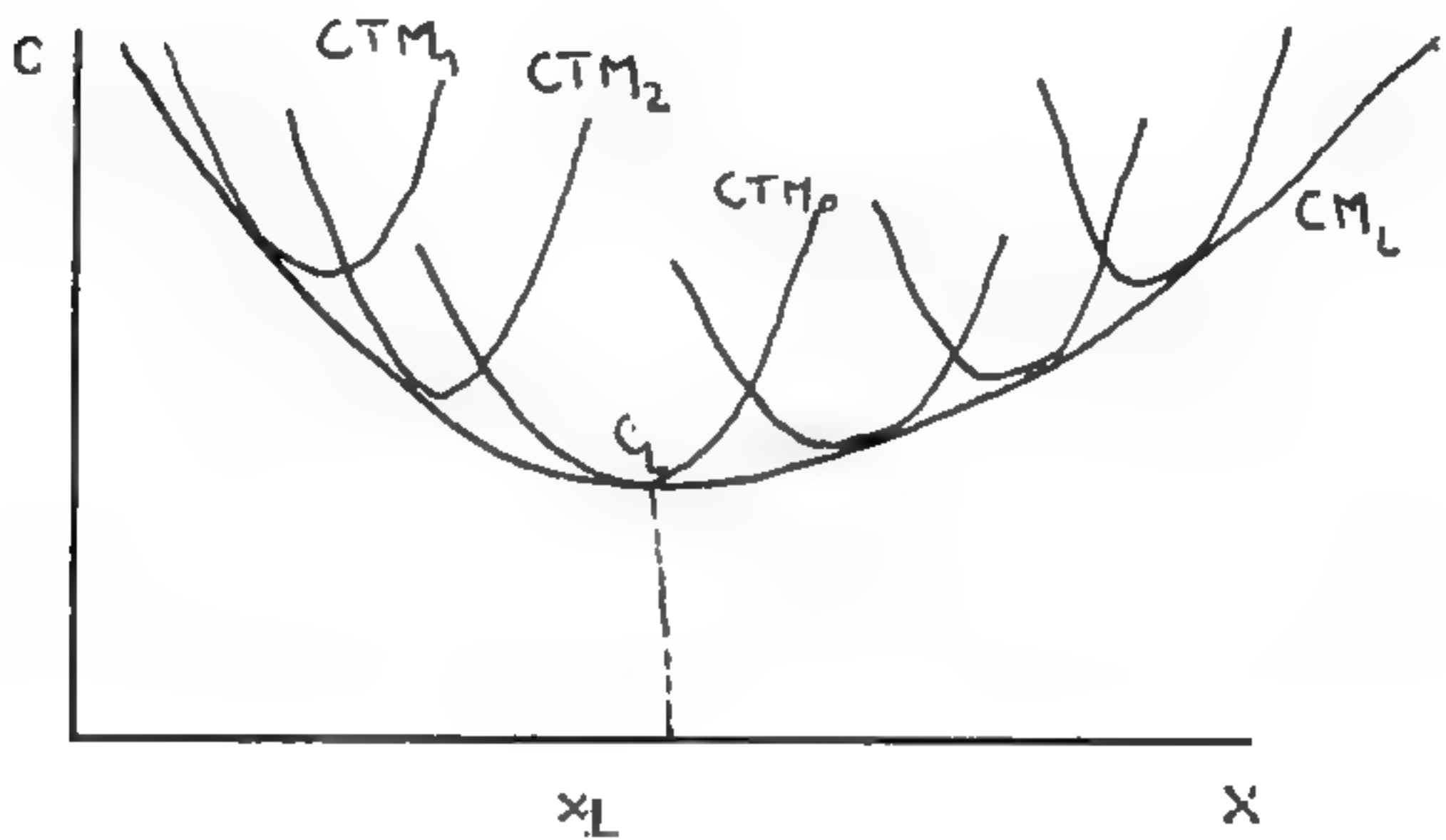
### ملاحظات:

- اذا كان المقاول ينتظر طلب بمستوى  $x_1$  سوف يفضل بناء مصنع بحجم  $k_1$  ، بينما اذا كان ينتظر طلب بمستوى  $x_2$  يكون بناء مصنع بحجم  $k_2$  مفضل الى غير ذلك.
- إذا كان المقاول يستعمل مصنع بحجم  $k_1$  ويواجه طلب بمستوى  $x'_1$  تغيير حجم المصنع من  $k_1$  الى  $k_2$  ، يحدث اذا كان المقاول

ينتظر إزدياد في الطلب، يحدث نفس الموضوع اذا كان المقاول يستعمل مصنع بحجم  $k_2$  لانتاج المستوى  $x'_2$  .

#### 6 - 1 - دالة التكلفة المتوسطة في المدى الطويل :

في العموم يفترض ان المقاول يواجه عدد كبير من الاحجام ولذلك يمكن تصور افق تخطيط الانتاج عبر البيان التالي :



اذا كانت الاحجام عديدة جدا يمكن بناء المنحنى  $CM_L$  الذي يمثل "غلاف" للمنحنيات  $CTM_i$  المرتبطة بالمدى القصير .

تمثل كل نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل ( $CM_L$ ) نقطة مثلى (ادنى تكلفة) بالنسبة لمستوى الانتاج المناسب ، وتوضح كيفية اختيار الحجم المناسب من طرف الكقاول حسب مستوى الطلب المنتظر .

## ملاحظات

- يأخذ المنحنى  $CM_L$  شكل U (حسب النظرية التقليدية) بسبب وجود اقتصاديات الحجم لدرجة معينة (الحجم المناسب لـ  $CTM_0$  في البيان السابق )

- تحدث اقتصاديات الحجم في المؤسسة الكبيرة عبر عدة جوانب منها :

- تخصص اليد العامة ، استعمال التسيير الآلي، مردودية الآلات الضخمة، شراء المواد الأولية بأقل تكلفة الى غير ذلك.

- تحدث "لا اقتصاديات" الحجم (حسب النظرية التقليدية) اذا تجاوزت المؤسسة حجم معين ، وهذه الحالة راجعة خاصة لتدهور كيفية التسيير وتعبده.

- كل نقطة على  $CM_L$  تمثل نقطة مماس مع منحنى تكلفة متوسطة في المدى القصير ( $CTM_i$ ) على يسار  $e_L$  (البيان السابق) يكون ميل المنحنيين سالب وهذا يعني أن المصنع يستعمل لمستوى اقل من قدرته (النقطة الدنيا لـ  $CTM_i$ ) ، بينما على يمين  $e_L$  يتجاوز المصنع قدرته.

أخيرا تتميز النقطة  $e_L$  بتساوي النقاط الدنيا لـ  $CTM_i$  و  $CM_L$ .

- يشير الشكل U الى فرضية وجود مستوى انتاج امثل وحيد لكل حجم.

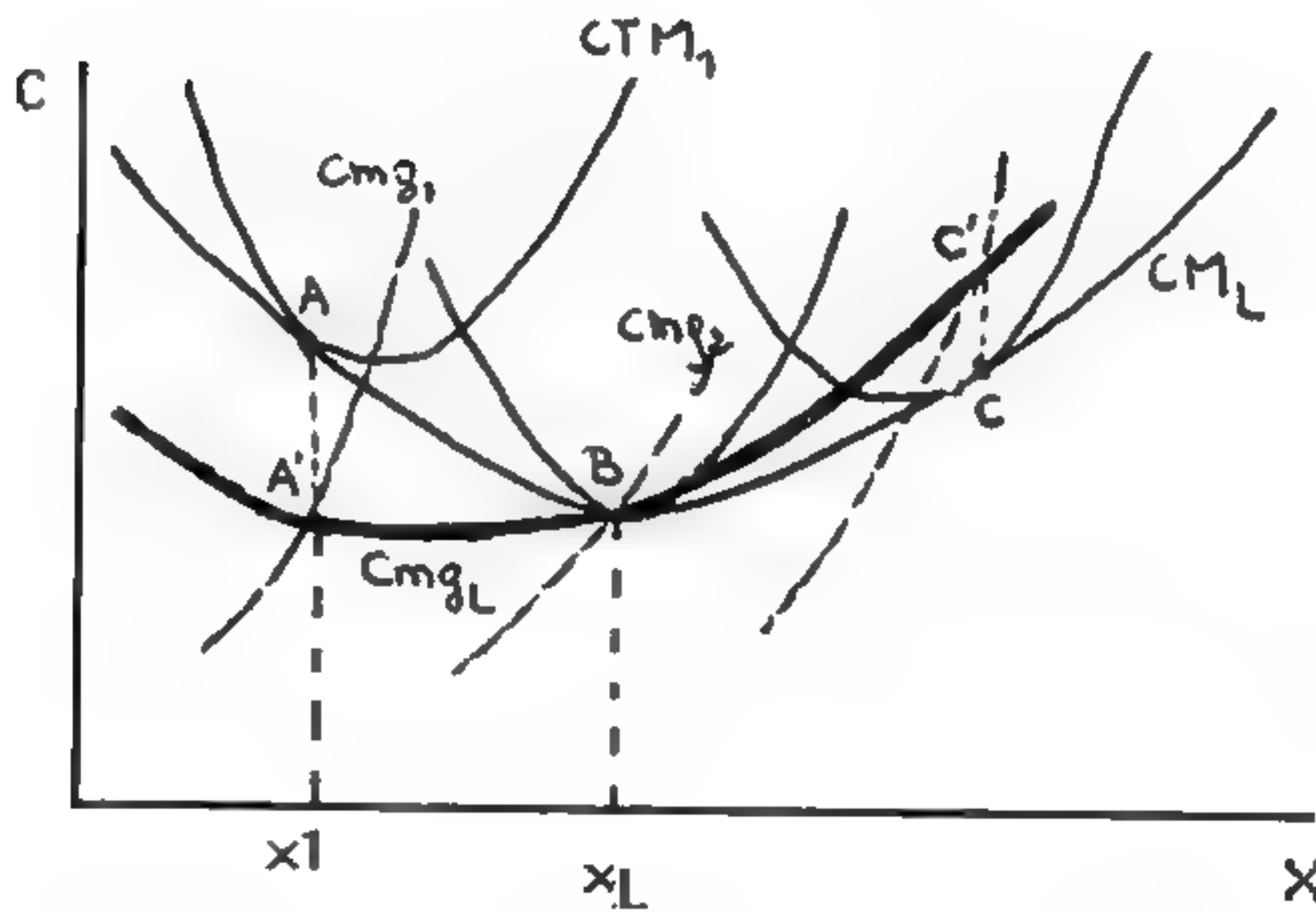
- تأخذ منحنيات التكاليف المتوسطة في المدى الطويل وفي المدى القصير نفس الشكل U لكن الشكل U المفترض على  $CM_L$  يكون مرتبط بإقتصاديات الحجم ، بينما الشكل U المرتبط بالمنحنى  $CTM_i$

ينشأ من قانون الانتاجية الحدية المتناقصة (الناتج عن وجود عنصر ثابت).

## 6 - 2 - دالة التكلفة الحدية في المدى الطويل :

يكون منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل عبارة عن منحنى يربط ما بين نقاط على منحنيات التكاليف الحدية في المدى القصير، تحدد هذه النقاط كقيمة التكلفة الحدية (في المدى القصير) في النقاط المثلّية.

اعتبر البيان التالي



### ملاحظات

- في النقطة A التي تتاسب مستوى الانتاج  $Ox_1$  يمكن كتابة.

$$CTM_1(x_1) = CM_L(x_1)$$

وهذا يعني ان التكاليف الكلية في المدى القصير  $[CT_i(x_1)]$  وفي المدى الطويل  $[CT_L(x_1)]$  تكون متساوية.

- على يسار النقطة A يكون  $CTM_1$  اكبر من  $CM_L$  وهذا يعني ان التكلفة الكلية في المدى القصير تكون اكبر من التكلفة الكلية في المدى الطويل ، لذلك عندما يحدث إزدياد في مستوى المنتج نحو  $OX_1$  يجب على التكلفة الحدية في المدى الطويل ان تكون اكبر من التكلفة الحدية في المدى القصير.

- على يمين A يكون  $CTM_1$  اكبر من  $CM_L$  . لذلك الانتقال نحو يمين A يعني الانتقال من حالة تساوي التكلفة الكلية في المدى الطويل ، وفي المدى القصير الى حالة تتميز بتكلفة كلية في المدى القصير أكبر من التكلفة الكلية في المدى الطويل.

لذلك على يمين A يجب على التكلفة الحدية في المدى القصير ان تكون اكبر من التكلفة الحدية في المدى الطويل .

- على يسار A  $Cmg_L > Cmg_i$

على يمين A  $Cmg_L < Cmg_i$

وهذا يؤدي الى :

في النقطة A  $A'x_1 = Cmg_L = Cmg_i$

- بنفس الفكرة يمكن ايجاد نقاط اخرى (B و C على البيان السابق) ويؤدي ربط هذه النقاط الى منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل.



### ملاحظة :

يقطع المنحنى  $Cmg_L$  المنحنى  $CM_L$  في نقطته الأدنى (B) وهذا يعني وجود حجم وحيد يتميز بتساوي النقاط الدنيا لمنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير وفي المدى الطويل.

## ملخص لنظرية التكلفة

### a - التكلفة الاجتماعية للانتاج:

عندما يتطرق الاقتصادي الى مسألة التكاليف ينظر دائما الى ما يسمى بالتكلفة الاجتماعية او تكلفة الفرصة وتعرف التكلفة الاجتماعية كما يلي :

تساوي تكلفة الفرصة لانتاج وحدة واحدة من X الكمية من Y التي يجب التخلي عنها عندما تستعمل الموارد لانتاج X عوضا Y.

### b - منحنيات التكاليف في المدى القصير:

تنقسم التكلفة الكلية الى قسمين :

$$CT = CVT + CFT$$

حيث CVT و CFT تمثل على التوالي التكلفة المتغيرة الكلية والتكلفة الثابتة الكلية.

باستعمال معلومات حول دالة الانتاج ، القيد الميزاني والمسار الامثل لتطور المؤسسة يمكن كتابة دالة التكلفة على شكل :

$$CT = \phi(x) + b$$

انطلاقا من هذه الدالة يمكن تعريف عدة تكاليف متوسطة :

$$CTM = \frac{\phi(x) + b}{x}$$

$$CVM = \frac{\phi(x)}{x}$$
$$CFM = \frac{b}{x}$$

والتكلفة الحدية

$$Cmg = \frac{dC}{dx} = \phi'(x)$$

c - تعظيم الربح في المدى القصير :

إذا اراد المفاوض أن يعظم ربحه فيجب عليه أن يساوي بين السعر المعطى من طرف السوق وتكلفته الحدية أي :

$$P = \phi'(x) = Cmg$$

## b - منحنيات التكاليف في المدى الطويل

لانتاج سلعة ما يفترض ان المقاول يواجه احجام عديدة لمصنعه وكل مصنع يلائم مستوى معين من المنتج.

بهذه الفكرة يمكن بناء منحنيات التكلفة الكلية والمتوسطة في المدى الطويل كعلائف لمنحنيات التكاليف المناسبة في المدى القصير.

تأخذ منحنيات التكاليف المتوسطة في المدى القصير والمدى الطويل الشكل U . لكن الشكل U المفترض على  $CM_L$  يكون مرتبط بإقتصادات الحجم ، بينما الشكل U المرتبط بالمنحنى  $CTM_j$  ينشأ من قانون الانتاجية الحدية المتناقصة.

## تمارين

3 - 1 - تتوي المؤسسة "طوطو" في انتاج 1000 طن من المنتج X وتوجد ثلاثة تقنيات لانتاج هذا المنتج.

	K	L	X
I	100	200	1000
II	120	180	1000
III	80	212	1000

- اذا كانت اسعار الرأسمال K والعمل L مساوية على التوالي 10 و 20 ماذا تكون التقنية المفضلة.

- نفس السؤال اذا كانت الاسعار 30 و 20.

- اذا كانت ميزانية المؤسسة تساوي 3320 ماذا تكون التقنية المستعملة وما هو مستوى الانتاج بأسعار السؤال السابق.

3 - 2 - يمكن لمؤسسة ما ان تختار بين عدة دوال لانتاج السلعة X وتكتب هذه الدوال على شكل :

$$X_1 = L^{1/4} K^{1/4}$$

$$X_2 = 2L^{1/2} K^{1/2}$$

$$X_3 = KL$$

إذا كتبت معادلة التكلفة على شكل

$$C = 10K + 4L$$

- اوجد دوال التكلفة الكلية ، المتوسطة والحدية المرتبطة بكل دالة  $X_i$  ،  
وضح النتائج في بيان .

- ماهي العلاقة الموجودة بين شكل المنحنيات و غلة الحجم.

3 - 3 - إذا كانت المعلومات التالية متوفرة :

\*  $PPmg$  للعنصر المتغير  $L$  تساوي 10 .

\* خمسة وحدات من العنصر الثابت  $F$  مستعملة.

\* اسعار العناصر  $F$  و  $L$  تكون 10 و 20 على التوالي.

- حدد التكلفة الكلية الثابتة ، التكلفة الحدية والتكلفة المتغيرة.

- ماهي دالة التكلفة الكلية ؟

- ماهي دالة الانتاج ؟

3 - 4 - يكتب منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير للمؤسسة "موش"

على شكل

$$CT = f(X) = x^3 - 3x^2 + 4x$$

- اوجد مستوى الربح الاعظم اذا كان سعر السوق يساوي 8.

3 - 5 - قدرت دالة الانتاج للمؤسسة "سودي" على شكل :

$$X = f(K, L) = 2KL + K^2 - 3L^2$$

- حدد التكلفة المثلى التي تساعد في انتاد يساوي 5.28، هذا مع العلم ان

اسعار عناصر الانتاج  $K$  و  $L$  تساوي على التوالي 100 و 100 .

- اشتق دوال الطلب على عناصر الانتاج .
- اشتق دالة التكلفة في المدى الطويل.
- اشتق دالة العرض للمؤسسة "سودي".

3 - 6 - اعتبر ان دالة التكلفة في المدى القصير للمؤسسة بيثية تأخذ الشكل التالي :

$$C = x^3 - 10x^2 + 17x + 66$$

- حدد مستوى المنتج الذي يعظم الربح اذا كان سعر السوق "يساوي 5".
- احسب مرونة التكلفة بالنسبة للانتاج في نقطة التوازن.

3 - 7 - اذا كانت دالة التكلفة الكلية في المدى القصير للمؤسسة "س" ممثلة في :

$$CT = 0.04 x^3 - 0.9 x^2 + 10x + 5$$

- وكان سعر السوق يساوي 4
- حدد قيمة اقصى ربح ممكن.
- ماذا يكون موقف المؤسسة.

3 - 8 - يستعمل المقاول "توتي" مصنع بحجم k لانتاج السلعة X. يواجه هذا المقاول

دالة تكلفة بالشكل :

$$CTk = 0.35 x^3 - 59.6 x^2 + 3420 x + 4000$$

عبر دراسات معمقة قدر مكتب الدراسات العليا دالة التكلفة في المدى الطويل لانتاج السلعة X على شكل :

$$CT_L - 0.25x^3 - 40x^2 + 2500 x$$

- حدد قيمة X التي تكون فيها التكلفة الكلية في المدى القصير ( $CT_K$ ) متساوية مع التكلفة الكلية في المدى الطويل.

- ارسم المنحنيات  $CT_L$  و  $CT_K$ .

- ماهو مستوى الانتاج الذي يميز توازن المؤسسة في المدى الطويل.

- ماذا يكون موقف المقاول العقلاني فيما يخص حجم المصنع المستعمل.

3 - 9 - اعتبر مجموعة ذوال التكلفة في المدى القصير التي تأخذ الشكل التالي

$$C = 0.04 x^3 - 0.9 x^2 + (11 - k) x + 5k^2$$

(حيث k يمثل حجم المصنع وحالة  $k = 1$  تؤدي الى دالة التمرين 3- 7).

- اوجد دالة التكلفة في المدى الطويل .

- اذا كان سعر السوق يساوي 4 ماذا يكون مستوى الانتاج لامثل وماهو الحجم الامثل للمصنع.

- ماذا يكون موقف المؤسسة.

- اذا كان سعر السوق يساوي 6 ماذا يكون مستوى الانتاج الامثل، ربح المؤسسة والحجم الامثل للمصنع.



## B - تكوين الاسعار ونظام السوق

تسعى النظرية الاقتصادية الى بناء نماذج لوصف السلوك الاقتصادي الذي تميز اعوان مختلفة (مستهلكين، منتجين ، مؤسسات حكومية الى غير ذلك) ، ولدراسة العلاقات بين الاعوان التي تؤدي الى تنبؤات حول مسار نظام اقتصادي ما. يمثل النموذج عرض او صورة مبسطة للواقع وينطلق من فرضيات تساعد على فهم الواقع بدون التطرق الى كل مظاهره . لذلك يختار المثل الجوانب الاساسية (او ما يضمنها اساسية) لواقع ما ويبني النموذج عن تلك الجوانب.

يمكن لنموذج ما ان يكون جد بسيط او معقد لدرجة معينة وتشير المستويات العديدة في تعقد النموذج الى كيفية تحليل واقع ما والى هدف النموذج بالدرجة الاولى .

على العموم يبني نموذج ما لاحد الهدفين الاساسيين : للتحليل او للتنبؤ. يقتضي التحليل دراسة سلوك وحدات اقتصادية (مستهلكين ، منتجين..). انطلاقا من فرضيات تبني "قوانين" توضح نوعا ما سلوك الاعوان الاقتصاديين بينما يحتوي التنبؤ على امكانية تحديد (بدقة معينة) اثر تغير عامل ما على واقع معين (سوق، اسواق او الاقتصاد ككل).

كمنطلق أساسي يجب على المحلل ان يوضح هدفه او أهدافه قبل بناء النموذج ، وفي هذا الاطار عدد ونوعية الفرضيات وتعدد النموذج ستقيد بالدرجة الاولى بالهدف المنشود لذلك التحليل المعروض من طرف اي نموذج كون محدود واستعمال النموذج لاغراض غير الاعراض الاصلية يكون غير مقبول منطقيا .

أخيرا ينتظر ان يكون النموذج قابل لمواجهة الواقع حيث توضح وتحدد قدرته على التحليل او التنبؤ.

توجد عدة معايير (او فرضيات) لترتيب الاسواق وكل معيار او مجموعة معايير تؤدي الى بناء نموذج معين بميزاته الخاصة.

انطلاقا من العرض ان السوق تمثل مكان لقاء بين مشترين (مستهلكين) وبائعين (منتجين) يمكن دراسة سوق معينة عبر نموذج يلخص المعايير او الفرضيات الاساسية لهذه السوق.

في هذا الصدد تميز النظرية الاقتصادية (النيوكلاسيكية) الاسواق التالية : المنافسة المثلى، الاحتكار ، المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة.

## IV المنافسة المثلى

يحتوي جوهر مفهوم المنافسة المثلى على ميزة أساسية : تكون السوق سوقا لأشخاصيا وهذا يعني عدم وجود صراع بين البائعين في السوق وكذلك بين المشترين او بعبارة اخرى تصف المنافسة المثلى سوق مميز بعدم وجود منافسة مباشرة بين الاعوان الاقتصاديين كمفهوم نظري ، المنافسة المثلى تعاكس تماما كلمة المنافسة الخاصة بالمقاول الفردي الذي ينظر الى المقاول الآخر كخصم. عندما يستعمل مفهوم المنافسة المثلى تحدد كل ميزات السوق من طرف قوى لأشخاصية.

### 1 - فرضيات المنافسة المثلى

لفهم مفاهيم المنافسة المثلى والتوازن في السوق ينطلق التحليل من السيناريو التالي :

اعتبر ان سوق سلعة معينة يكون مقسما الى مجموعتين : مجموعة البائعين ومجموعة المشترين يحدث التبادل بين المجموعتين عبر منادي بالطريقة التالية :

يعلن المُنَادِي على سعر معين : يختار كل مُشْتَرِي الكمية التي يشتريها كما يختار كل بائع الكمية التي يبيعها بالسعر المعلن عليه. فيجمع المُنَادِي طلبات كل المُشْتَرِينَ وعروض كل البائعين :

- إذا كان الطلب الكلي يساوي العرض الكلي يدعى السعر المعلن عليه بسعر التوازن ، ويحدث التبادل بهذا السعر.

- إذا كان الطلب الكلي والعرض الكلي غير متساويين يعلن المُنَادِي على سعر آخر وتكرر العملية حتى يوجد سعر التوازن.

### ملاحظة :

لا يوجد أي صراع بين الاعوان الاقتصادية المختلفة.  
لتحديد المنافسة المثلى تستعمل أربعة شروط (معايير) أساسية.

### - الاسعار معطاة للبائعين وللمشتريين

يفترض ان في غطار المنافسة المثلى كل عون اقتصادي يمثل جزء صغير جدا في السوق ولايستطيع أي عون ان يؤثر على سيرورة السوق وخاصة على السعر.

### - السلعة متجانسة

يضمن شرط تجانس السلعة ان المشتري لايفرق بين المؤسسات التي تنتج السلعة المعينة.

## - حرية الخروج والدخول

تكون حرية الدخول والخروج متوفرة لكل الموارد وكذلك للبائعين والمشتريين ، بعبارة اخرى تعني هذه الحرية ان المؤسسة (او العمال) تستطيع ان تدخل وتخرج من فرع معين بسهولة تامة.

## - شفافية السوق

تكون كل المعلومات الاقتصادية متوفرة لدى كل اعوان السوق (بائعين ومشتريين) خاصة السعر - التكاليف - الاجور الى غير ذلك.

## تعريف

تمثل المنافسة المثلة نموذج اقتصادي لسوق يتميز بالميزات التالية :

- يتصرف كل عون اقتصادي كأن السعر معطى.

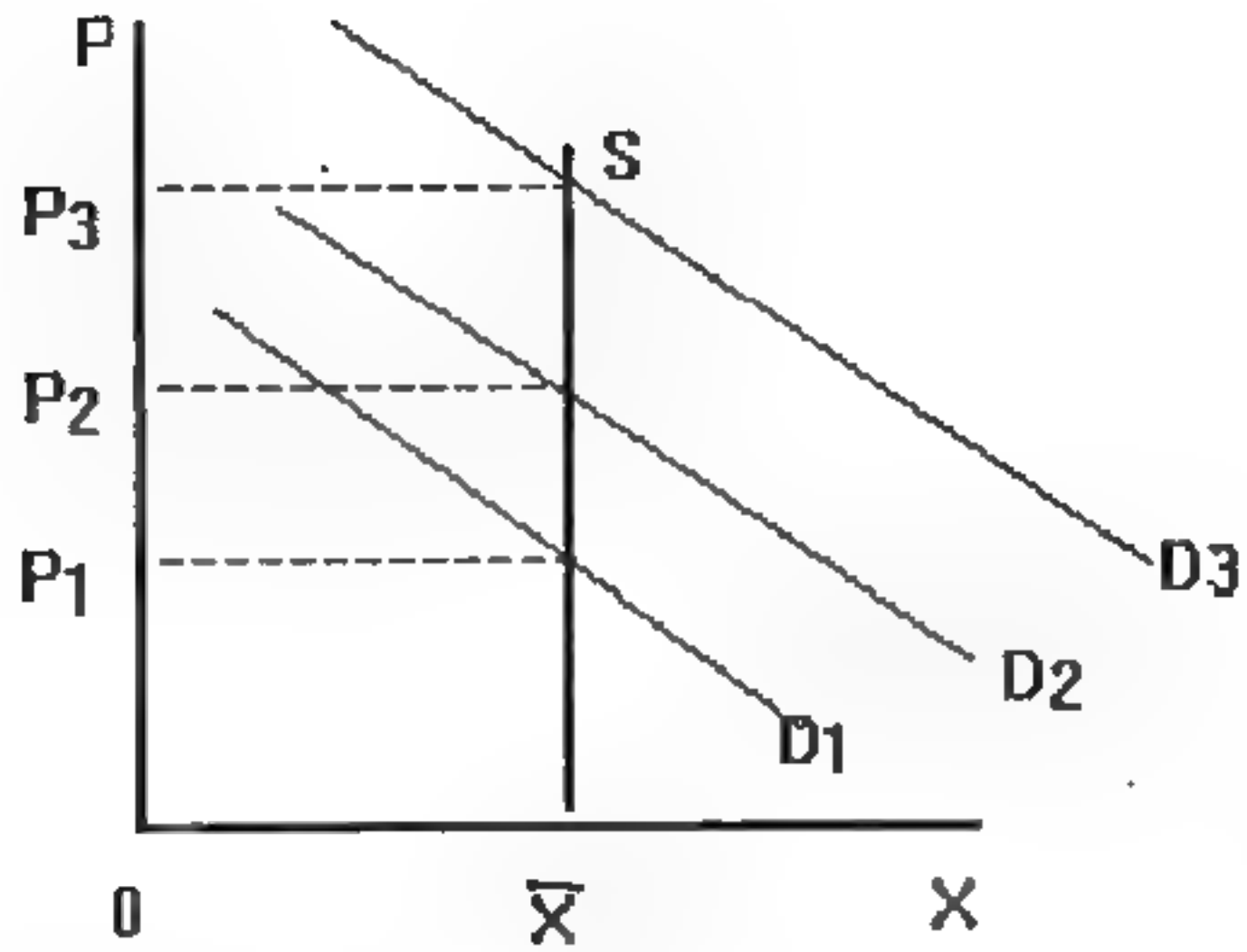
- تكون السلعة متجانسية.

- يكون الدخول والخروج موفر لكل الموارد.

- تكون كل الاعوان بعلم حول كل ميزات السوق.

2 - التوازن في فترة التسويق (مدى جد قصير) .

في فترة زمنية قصيرة تكون الكمية الموجهة للبيع ثابتة تماما ولهذا تكون دالة العرض للمؤسسة او دالة العرض الكلي للفرع ممثلة في خط عمودي مستقيم اي بيانيا.



تساوي الكمية الموفرة للبيع  $O\bar{X}$  ويكون منحنى العرض ممثلاً في المنحنى  $S$ . يحدث التوازن في نقطة التقاطع بين منحنى العرض والطلب. إذا كان الطلب ممثل في المنحنى  $D_i$  يكون سعر التوازن ممثل في  $P_i$ .

### ملاحظات:

- يعرف الفرع كمجموعة من المؤسسات تنتج سلعة متجانسة.
- في فترة التسويق يحدد سعر توازن السوق من طرف الطلب فقط بينما تحدد كمية التوازن من طرف العرض فقط.
- يلعب سعر سلعة معينة عدة ادوار:
- \* يمثل اشارة للمنتجين لرفع او لتخفيض مستوى الانتاج.
- \* يمثل وسيلة توزيع العرض على المشترين .

### 3 - توازن المؤسسة في المدى القصير

في المدى القصير يغير مستوى الانتاج بتغير استعمال عناصر الانتاج المتغيرة . ولهذا يكون لدى المؤسسة مجال للبحث عن أقصى ربح ممكن.

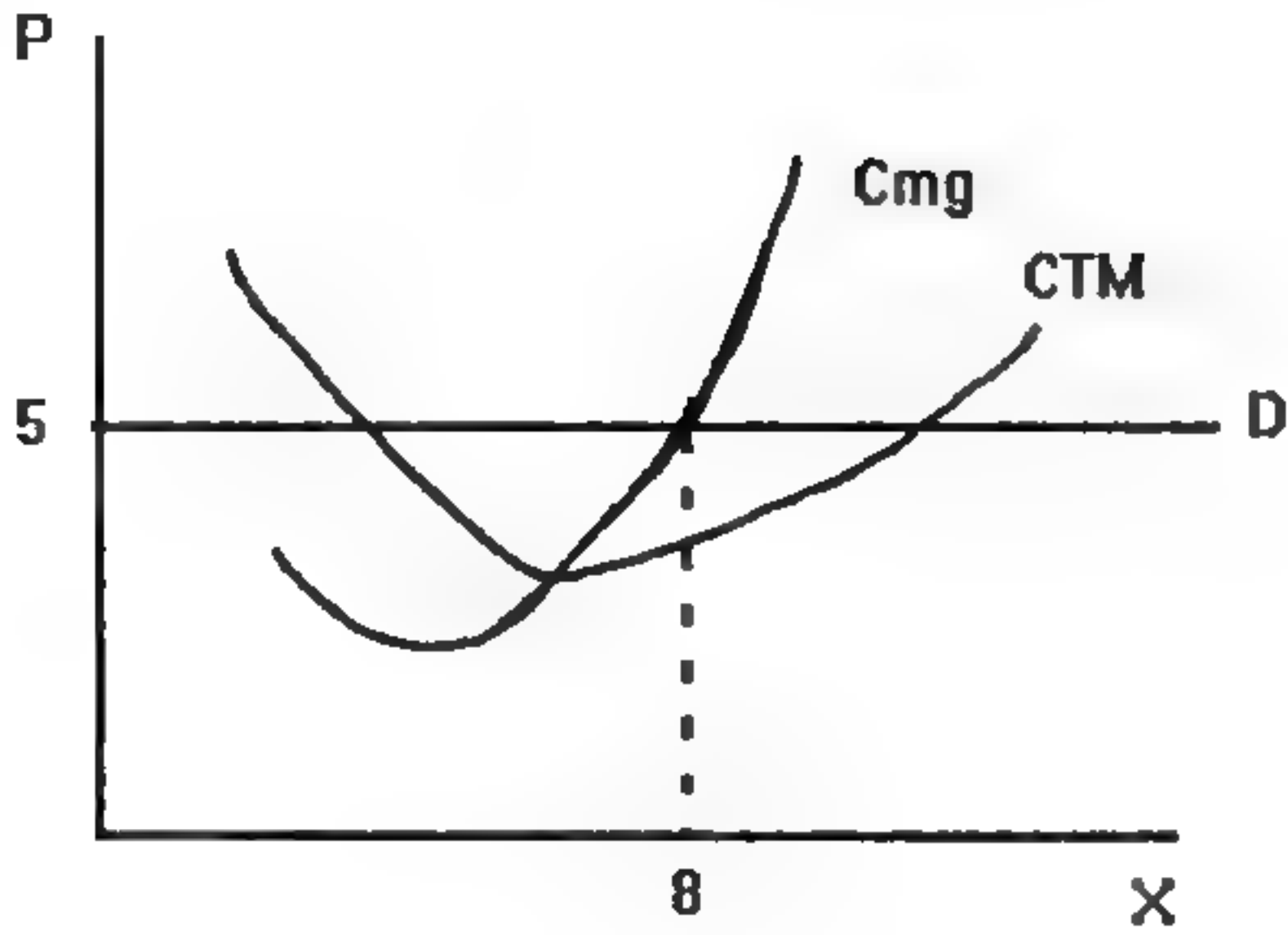
اعتبر الجدول التالي

ربح $\pi$	تكلفة متوسط CTM	تكلفة حدية Cmg	تكلفة كلية CT	تكلفة متغيرة CV	تكلفة تامة CF	سعر دخل حدي Px	انتاج وبيع x
- 12	17	2	17	2	15	5	1
-8.5	9.25	1.5	18.5	3.5	"	"	2
-4.5	6.50	1	19.5	4.5	"	"	3
-0.75	5.19	1.25	20.75	5.75	"	"	4
+2.75	4.45	1.50	22.75	7.25	"	"	5
+5.25	4.04	2	24.75	9.25	"	"	6
+7.50	3.93	3.25	27.75	12.50	"	"	7
+7.50	4.06	5	32.50	17.50	"	"	8
+4.50	4.5	8	40.50	25.50	"	"	9
-2.50	5.25	12	52.50	37.50	"	"	10

#### ملاحظات

- يلاحظ ان انتاج 8 وحدات من المنتج يؤدي الى أقصى ربح ممكن.

- المستوى الاعظم للربح يناسب تساوي السعر والتكلفة الحدية اي بيانيا.



### ملاحظات :

- في اطار المنافسة المثلى تصل المؤسسة الى توازنها (اعظم ربح) في المدى القصير عندما تنتج الى حد يتميز بتساوي التكلفة الحدية وسعر السوق.

- في اطار المنافسة المثلى تتنظر المؤسسة الفردية الى الخط الافقي D (البيان السابق) كمنحنى الطلب الموجه لها لان السعر يكون معطى من طرف السوق وتضمن المؤسسة انها قد تستطيع بيع اي كمية بهذا السعر.

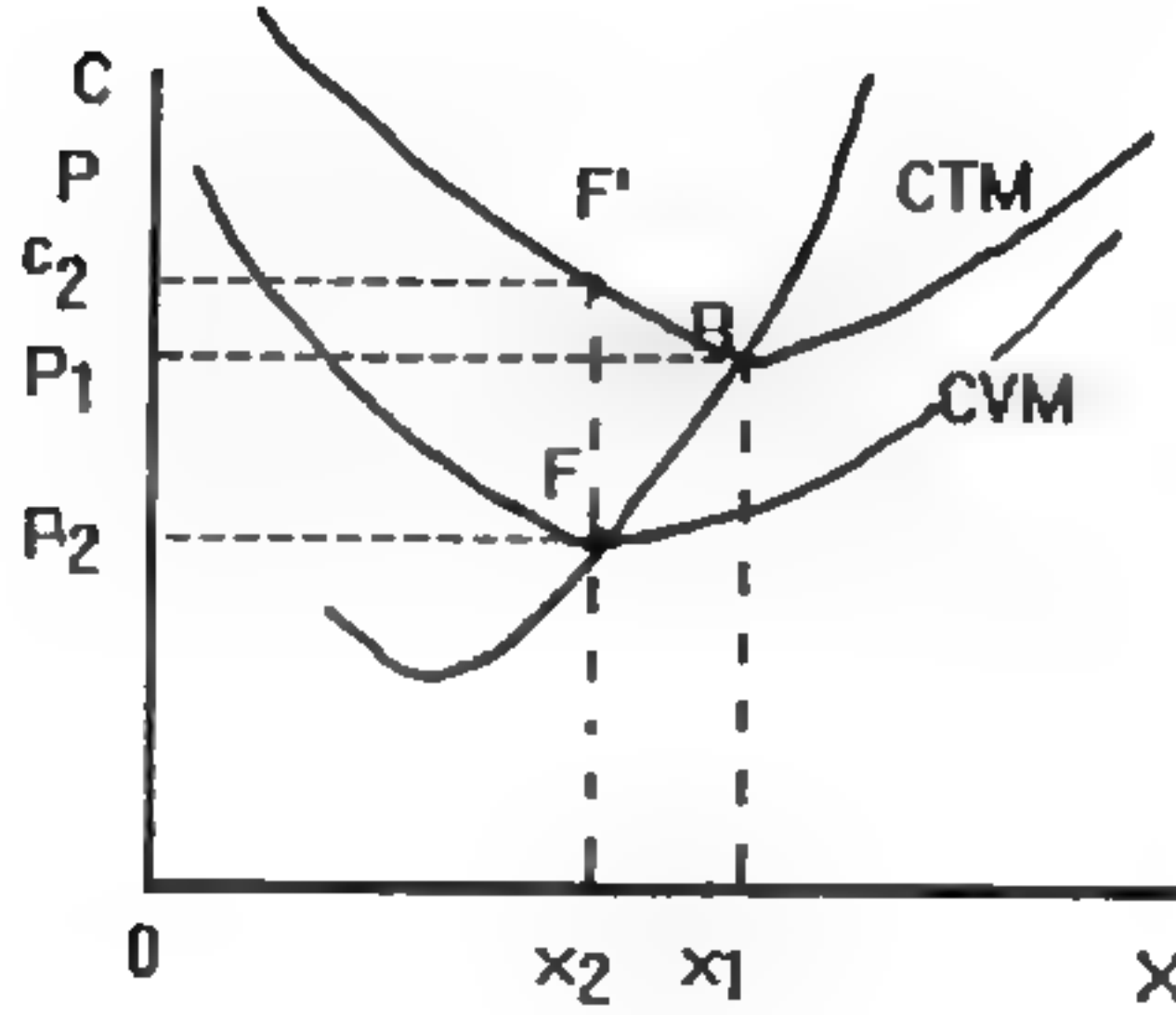
### 4 - دالة العرض في المدى القصير

تكون الاستراتيجية الاساسية التي تقود المؤسسة في انتاج وعرض منتوجاتها ممثلة في المقارنة بين الدخل الكلي والتكلفة الكلية المتغيرة. كلما كان الدخل الكلي اكبر من التكلفة المتغيرة الكلية تفضل المؤسسة المواصلة



في الانتاج أو بعبارة اخرى تواصل المؤسسة في انتاج طالما كان السعر اكبر من التكلفة المتغيرة المتوسطة.

اعتبر البيان التالي



#### ملاحظات

- اذا كان سعر السوق يساوي  $P_1$  تنتج المؤسسة المستوى  $x_1$  تحصل على دخل كلي (RT) يساوي المستطيل  $OP_1Rx_1$  وتواجه تكلفة كلية (CT) تساوي المستطيل  $OP_1Rx_1$ .
- وأخيرا نتحصل على ربح يساوي الصفر .

$$\pi = RT - CT = OP_1Rx_1 - OP_1Rx_1 = 0$$

– إذا لم تنتج تواجه خسارة بمستوى التكلفة الثابتة.

– إذا كان سعر السوق يساوي  $P_2$  تنتج المؤسسة الكمية  $x_2$  و

$$\pi = RT - CT = OP_2 Fx_2 - OC_2 F'x_2 = - P_2 C_2 F' F = CF$$

تواجه المؤسسة خسارة تساوي التكلفة الثابتة (CF) وهذا يعني ان المواصلة او التوقف عن الانتاج يؤديان الى نفس النتيجة.

على العموم ينتظر ان المؤسسة قد تفصل الاستمرار في الانتاج لتحافظ على زبائنها.

– إذا كان السعر اكبر من  $P_1$  تواجه المؤسسة ربح بحث بينما اذا كان السعر اقل من  $P_2$  تواجه المؤسسة خسارة اكبر من التكلفة الثابتة (في الحالة الاخيرة يفضل ان المؤسسة تعلق ابوابها).

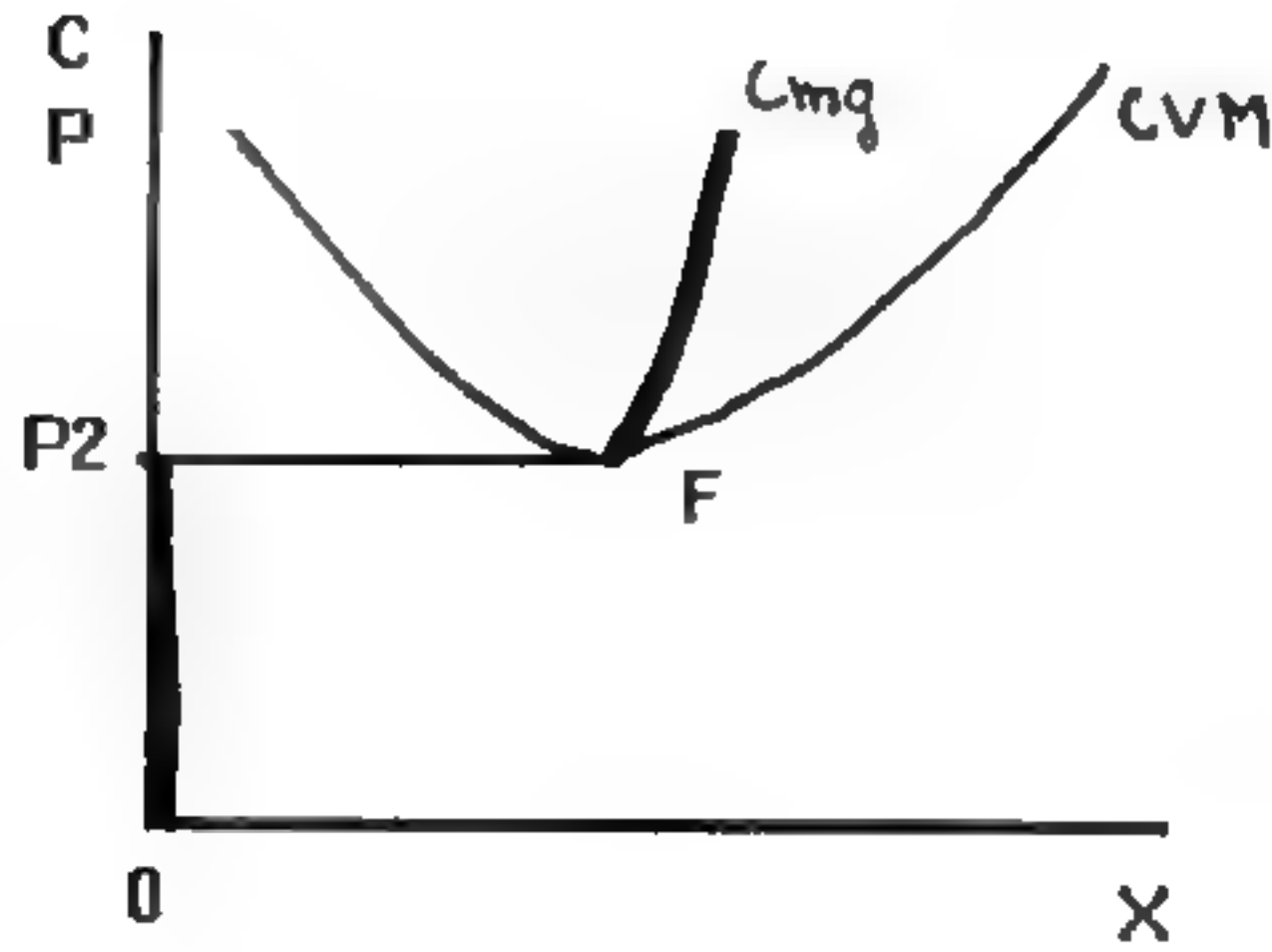
### ملاحظة :

تدعى النقطة  $R$  بحد المردودية ، بينما تدعى النقطة  $F$  بحد الاغلاق.

### خلاصة:

إذا كان السعر اكبر من النقطة الدنيا ( $F$ ) لمنحنى التكلفة المتغيرة المتوسطة تواصل المؤسسة في الانتاج ، بينما اذا كان السعر اقل من هذه النقطة تتوقف المؤسسة عن الانتاج.

ويبني منحنى عرض المؤسسة على شكل :



### تعريف :

يعرف منحنى العرض في المدى القصير لمؤسسة في منافسة مثلى كمنحنى التكلفة الحدية لكل مستويات الانتاج التي تتميز بتكلفة حدية أكبر أو تساوي النقطة الدنيا للتكلفة المتغيرة المتوسطة.

حسب البيان السابق تكون دالة عرض المؤسسة ممثلة في :

$$P < P_2 \quad \text{اذا كان} \quad OP_2$$

$$P \geq P_2 \quad \text{اذا كان} \quad FCmg$$

وتكتب دالة العرض للمؤسسة بإستعمال الشرط  $P = Cmg$  وتعويض  $x_i$  بـ  $S_i$  أي

$$S_i = S_i(P) \quad \text{اذا كان} \quad P \geq \text{Min CVM}$$

IV - 1

$$S_i = 0 \quad \text{اذا كان} \quad P < \text{Min CVM}$$

5 - دالة عرض السوق

تقدر دالة عرض السوق كجمع دوال العرض الفردية أي

$$S = \sum_{i=1} S_i (P) = S (P) \quad \text{IV - 2}$$

مثال: اعتبر ان دالة التكلفة الكلية للمؤسسة  $i$  تكتب على شكل :

$$C_i = 0.1 x_i^3 - 2x_i^2 + 15 x_i + 10$$

تكون التكلفة الحدية

$$C_{mg} = \frac{dC_i}{dx_i} = 0.3x_i^2 - 4x_i + 15$$

ويؤدي تعظيم الربح الى

$$C_{mg} = P$$

وتكون قيمة  $x_i$  بالنسبة لـ  $P$

$$x_i = \frac{4}{0.6} + \frac{\sqrt{1.2P - 2}}{0.6}$$

تكون دالة التكلفة المتغيرة المتوسطة

$$CVM = 0.1x_i^2 - 2x_i + 15$$

وتكون النقطة الادنى لهذه الدالة

$$\frac{dCVM}{dx_i} = 0.2x_i - 2 = 0$$

أي

$$x_i = 10$$

$$\text{Min CVM} = 5 \quad \text{و}$$

تكتب دالة العرض للمؤسسة i على شكل

$$S_i = \frac{4}{0.6} + \frac{\sqrt{1.2p - 2}}{0.6} \quad (P \geq 5)$$

$$S_i = 0 \quad (P < 5)$$

إذا اعتبر ان مائة (100) مؤسسة من نوع i تمول السوق المدروس تكون  
دالة عرض السوق :

$$S = 100 [4/0.6 + (\sqrt{1.2 p - 2}) / 0.6] \quad [p > 5]$$

$$S = 0 \quad [P < 5]$$

## 6 - دالة طلب السوق

تستخرج دالة طلب السوق بجمع طلبات المستهلكين الفرديين وتكتب دالة  
طلب المستهلك الفردي على شكل :

$$D_i = D_i (P) \quad [D_i' < 0] \quad \text{IV - 3}$$

وتأخذ دالة طلب السوق الشكل التالي

$$D = \sum D_i (P) = D (P) \quad [D' < 0] \quad IV - 4$$

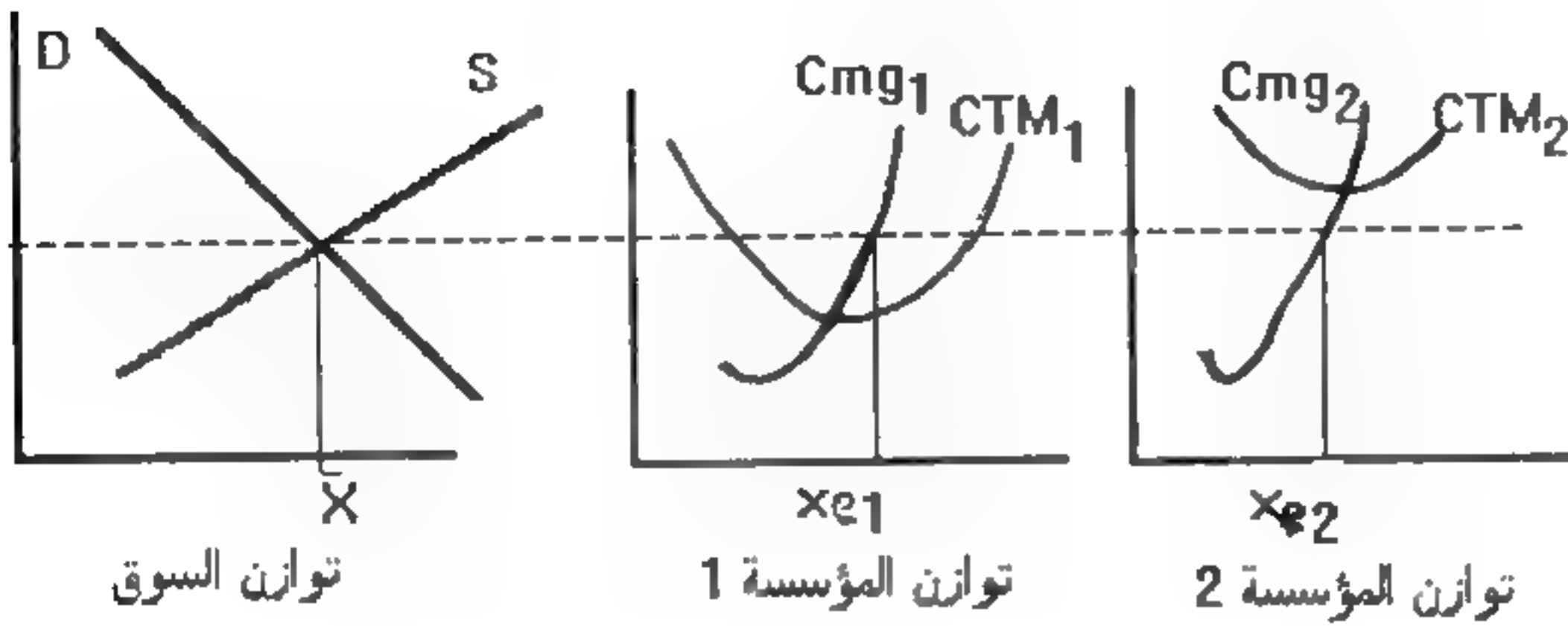
ملاحظة :

في هذا الاطار تؤخذ اسعار سلع اخرى ودخل المستهلك كثوابت .

## 7 - توازن السوق (المدى القصير)

في المدى القصير يحدد توازن السوق بتقاطع دوال العرض والطلب الكلية، لكن سعر السوق وكمية التوازن لا ترضي جميع المؤسسات .

اعتبر البيانات التالية



يكون السوق في توازن عندما  $D = S = X$

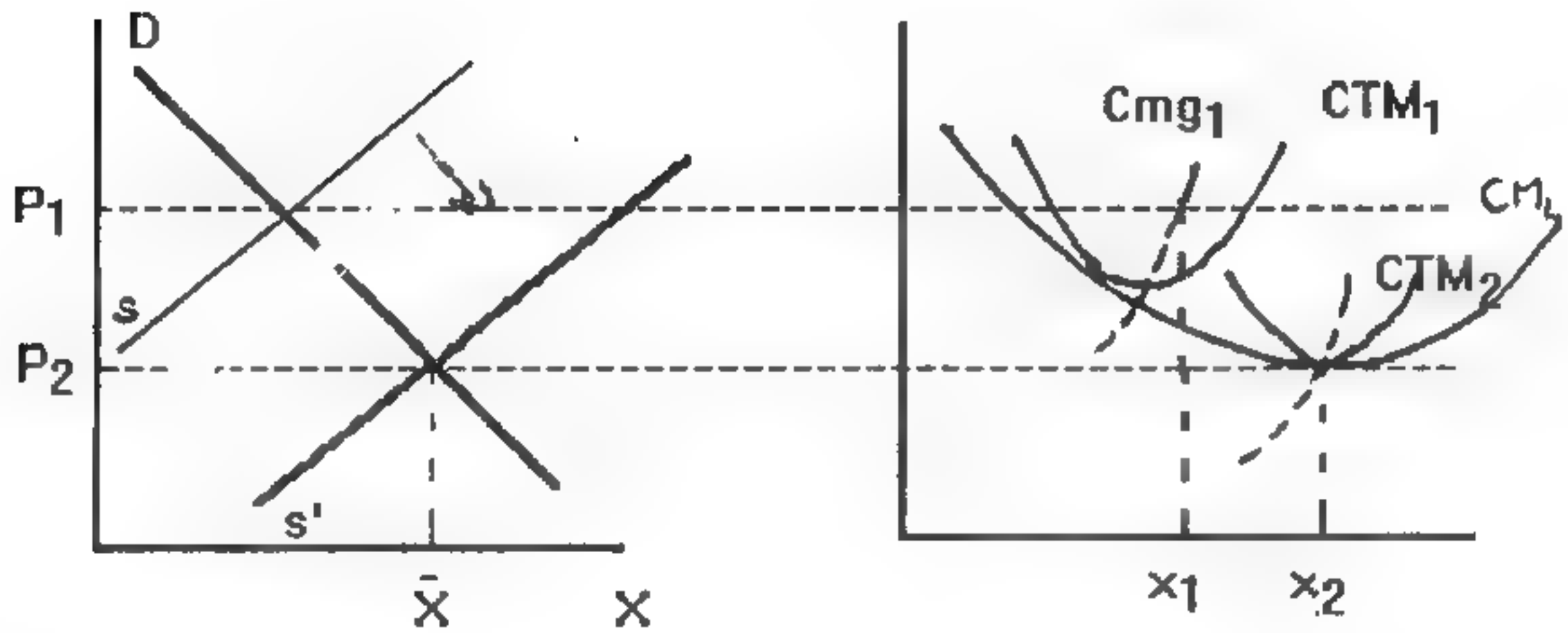
تواجه المؤسسات من نوع (1) ارباح بينما تواجه المؤسسات من نوع (2) خسارة . لذلك تتطور المؤسسات من نوع (1) وتتسحب المؤسسات من نوع (2) .

وأخيرا سوف تدخل مؤسسات جديدة بسبب وجود ربح في انتاج السلعة  $X$ .  
في النهاية خروج مؤسسات ودخول مؤسسات اخرى يؤدي الى التوازن  
في المدى الطويل.

#### 8 - توازن السوق (المدى الطويل)

في المدى الطويل تكون المؤسسات في توازن عندما هذه المؤسسات تنتج  
في النقطة الادنى من منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل ( $CM_L$ ).

اعتبر البيان التالي.



إذا كان سعر السوق يساوي  $P_1$  تواجه المؤسسة ربح معين ويؤدي وجود  
الربح البحث الى تطور المؤسسة كما يؤدي الى دخول مؤسسات جديدة  
الى السوق.

يحتوي تطور المؤسسة على انتقالها على المنحنى  $CM_L$  حتى النقطة  
الادنى من هذا المنحنى .

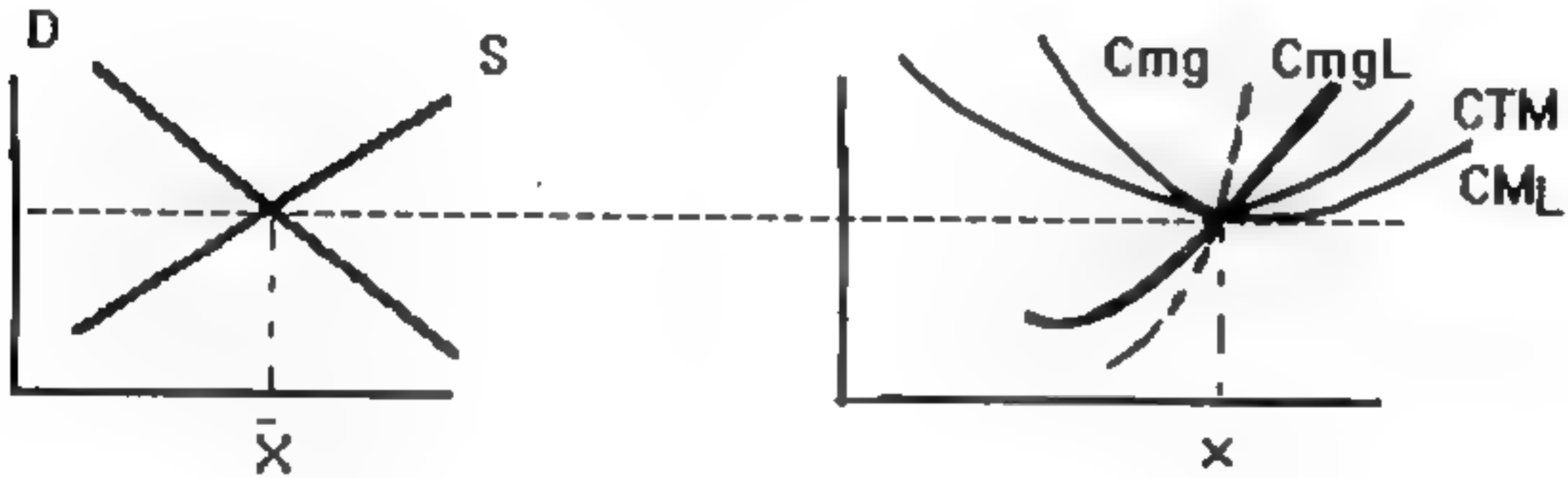
تطور المؤسسة ودخول مؤسسات جديدة يعني ارتفاع في مستوى العرض ولهذا ينتقل المنحنى  $S$  الى  $S'$  ويخفض سعر السوق الى  $P_2$  في المدى الطويل تختار المؤسسة الحجم الذي يمكنها من إنتاج  $x_2$  وهذا المستوى يحقق الشروط التالية :

$$C_{mg} = C_{mgL} = C_{ML} = C_{TM} = P$$

#### ملاحظة:

في المدى الطويل يكون السعر متساوي مع النقطة الدنيا للتكلفة المتوسطة وهذا يعني ان الربح البحث يساوي الصفر لكن تضمن التكلفة المتوسطة ما يسمى "بربح عادي" (لولا هذا الربح العادي يكون الاستمرار في الانتاج غير منطقيا)

يكون السوق في توازن عندما يصل سعر السوق الى مستوى يحقق توازن كل المؤسسات أي كل المؤسسات تنتج في النقطة الأدنى من منحنياتهم .  
اي بيانيا



في هذه الحالة يكون الدعم للخروج او للدخول غير موجود ويكون السوق مستقرا .



ملاحظة : بسبب كيفية بناء منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل  $(C_{mgL})$  ، يمثل هذا المنحنى منحنى عرض المؤسسة في المدى الطويل أي :

$$S_L = C_{mgL} \quad \text{---} \quad P \geq \text{Min } CM_L$$

$$S_L = 0 \quad \text{---} \quad P < \text{Min } CM_L$$

## 9 - إستقرار التوازن

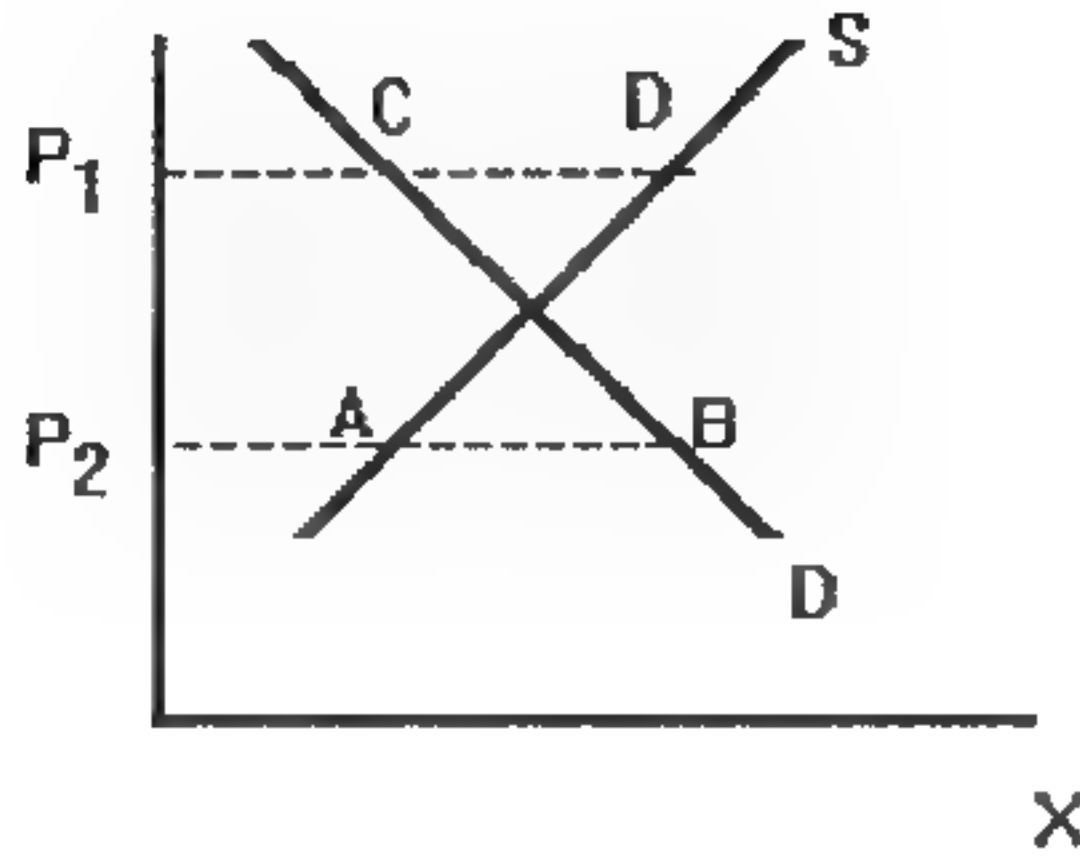
تحدد كمية وسعر التوازن بتساوي العرض والطلب وهذا يعني اتفاق البائعين والمشتريين على هذا السعر وهذه الكمية، لكن وجود نقطة توازن لا يضمن الوصول إليها إذا انطلق المنادي من سعر غير سعر التوازن. إضافة الى ذلك تغيرات في ميول المستهلكين سوف تغير موقع منحنى الطلب بينما التطور التقني يغير موقع منحنى العرض. في هذا الإطار يدعى توازن ما بتوازن مستقر اذا كان خلل في السوق يؤدي الى الرجوع الى نقطة التوازن. ويدعى توازن بتوازن غير مستقر اذا حدث العكس.

على العموم يؤدي اي خلل في السوق الى "سيرورة تسوية" . اذا كان السعر الحالي اقل من سعر التوازن من الممكن ان بعض المشتريين يكونون مستعدين لشراء السلعة بسعر اكبر وهذا يؤدي الى الاتجاه نحو سعر التوازن.

اذا كانت  $D(p)$  و  $S(p)$  تمثل مستويات الطلب والعرض للسعر  $P$  يعرف "الطلب الفائض" على شكل :

$$E(p) = D(p) - S(p)$$

اي بيانيا



$$E (P_0) = AB > 0$$

$$E (P_1) = CD < 0$$

9 - 1 - شروط الاستقرار حسب ولراس (Walras) :

ينطلق شرط الاستقرار حسب ولراس من الفرضية التالية :

- يرفع المشترون السعر المرضي اذا كان الطلب الفائض موجب.

- يخفض البائعون السعر المرضي اذا كان الطلب الفائض سالب.

وهذا يعني ان السوق سيكون مستقرا اذا كان ارتفاع في السعر يؤدي الى

انخفاض في الطلب الفائض أي :

$$\frac{dE (P)}{dp} = E'(P) = D'(P) - S'(P) < 0 \quad \text{IV - 5}$$

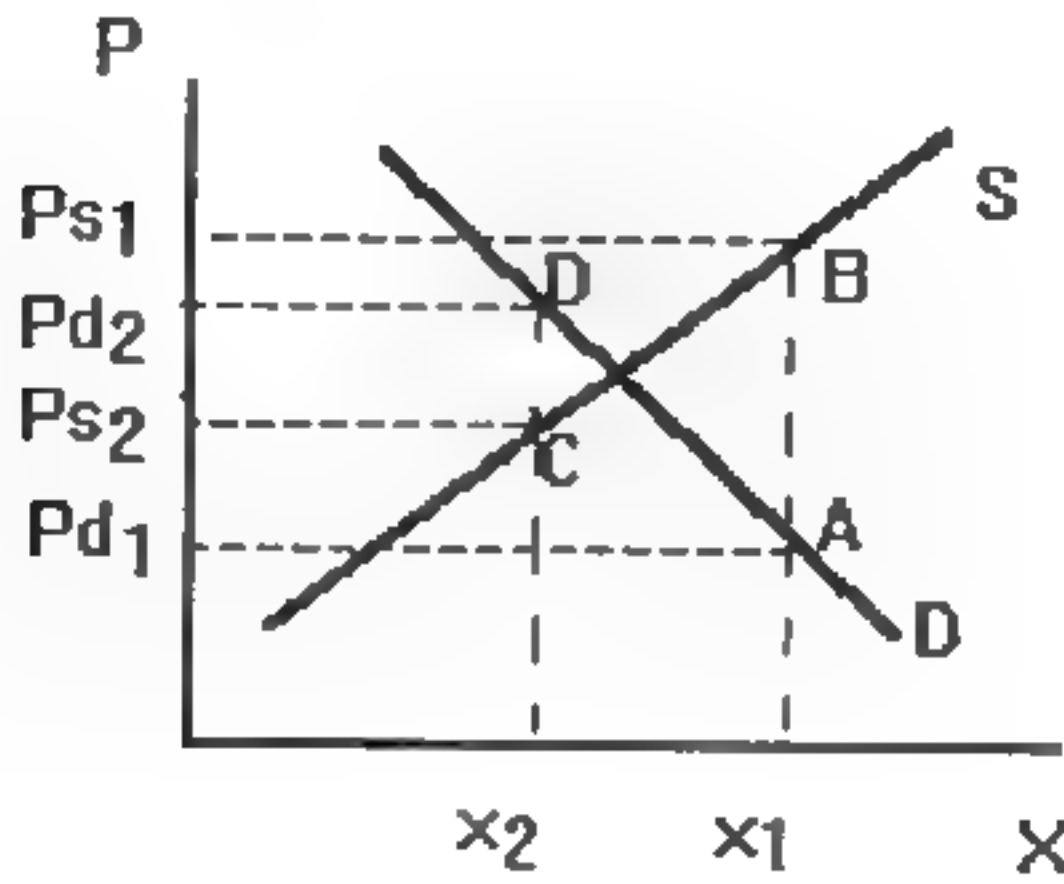
## 9 - 2 - شرط الاستقرار حسب مارشل (Marshall) :

إذا كان  $P_d$  يمثل السعر المرتبط بالكمية المطلوبة و  $P_s$  يمثل السعر المرتبط بنفس الكمية المعروضة وإذا وضع  $D = S = x$  تكتب دوال الطلب والعرض على شكل :

$$P_d = D^{-1}(x)$$

$$P_s = S^{-1}(x)$$

حيث  $D^{-1}$  و  $S^{-1}$  تمثل الدوال المعاكسة للدوال  $D$  و  $S$  على التوالي. وتظهر هذه الحالة في البيان التالي



ويعرف سعر الطلب الفائض على شكل

$$F(x) = D^{-1}(x) - S^{-1}(x)$$

يلاحظ حسب البيان أن :

$$F(x_1) = AB < 0$$

$$F(x_2) = CD > 0$$

## تعريف:

يعرف سعر الطلب الفائض كالفرق بين السعر المرضي للمشتري والسعر المرضي للبائعين لكمية معينة من السلعة.

ينطلق شرط استقرار السوق حسب مارشل من الفرضية التالية

- يرفع الانتاج من طرف البائعين اذا كان سعر الطلب الفائض موجب ويخفض الانتاج اذا كان سعر الطلب الفائض سالب. ويكون السوق مستقر حسب مارشل اذا ادى الارتفاع في الانتاج الى انخفاض سعر الطلب الفائض أي :

$$\frac{d F(x)}{dx} = F'(x) = D^{-1'}(x) - S^{-1'}(x) < 0 \quad \text{IV - 6}$$

## ملاحظة:

اذا كان ميل منحنى الطلب سالب وميل منحنى العرض موجب شروط ولرأس ومارشل تحقق في نفس الوقت (السوق يكون مستقر حسب كلا التحليلين).

## 9 - 3 - حالات استثنائية

في بعض الحالات تأخذ منحنيات العرض والطلب اشكال غير طبيعية (ميل سالب لمنحنى العرض او ميل موجب لمنحنى الطلب)  
- إذا كان كل من المنحنيين بميل سالب يحدث تناقص بين تحليل ولرأس وتحليل مارشل.

اعتبر المعادلة IV-6 المقسمة بـ  $D^{-1'}(x) S^{-1'}(x)$  أي

$$\frac{1}{S^{-1'}(x)} - \frac{1}{D^{-1'}(x)} < 0 \quad \text{IV-7}$$

وباستعمال قانون الدالة المعاكسة تكتب IV-7 على شكل :

$$S'(P) - D'(P) < 0 \quad \text{IV-8}$$

### ملاحظات:

- يكون تحقيق الشروط IV-5 و IV-8 غير ممكن في نفس الوقت.
- إذا كان التوازن مستقرا حسب ولراس يكون غير مستقر حسب مارشل والعكس يكون صحيح كذلك.
- إذا كان ميل كل من المنحنيين موجب، الاستقرار المارشلي يحقق بالعلاقة (IV-8)، بينما الاستقرار ولراس يحقق بالعلاقة (IV-5) ويحدث تناقض بين الشرطين.
- إذا كان ميل منحنى الطلب موجب وميل منحنى العرض سالب فإن كل من الشرطين تقدم نفس النتيجة.

مثال : اعتبر ان دوال الطلب والعرض تكتب على شكل :

$$x_d = -P + 3000$$

$$x_s = 3P + 600$$

- دراسة استقرار التوازن حسب ولراس .

يكتب الطلب الفائض على شكل :

$$E(P) = x_d - x_s$$

$$= -4P + 2400$$

$$\frac{dE(P)}{dp} = -4 < 0$$

نتيجة:

يكون التوازن مستقر حسب ولراس .

- دراسة التوازن حسب مارشل

تكتب دوال الطلب والعرض على شكل :

$$D^{-1}(x) = P_d = -x + 3000$$

$$S^{-1}(x) = P_s = + \frac{1}{3}x - 200$$

ويكتب سعر الطلب الفائض على شكل :

$$F(x) = -\frac{4}{3}x + 3200$$

و

$$\frac{dF(x)}{dx} = -\frac{4}{3} < 0$$

نتيجة: يكون التوازن مستقر حسب مارشل .

خلاصة:

يكون الاختيار بين شروط ولراس وشروط مارشل غير ممكن مبدئيا بدون دراسة الفرضيات حول سيرورة السوق وسلوك الاعوان الاقتصادية .

على العموم ينتظر ان منهجية ولراس تتاسب المدى القصير (تعبير في السعر)، بينما منهجية مارشل تساعد في دراسة المدى الطويل (تغير في الكمية).

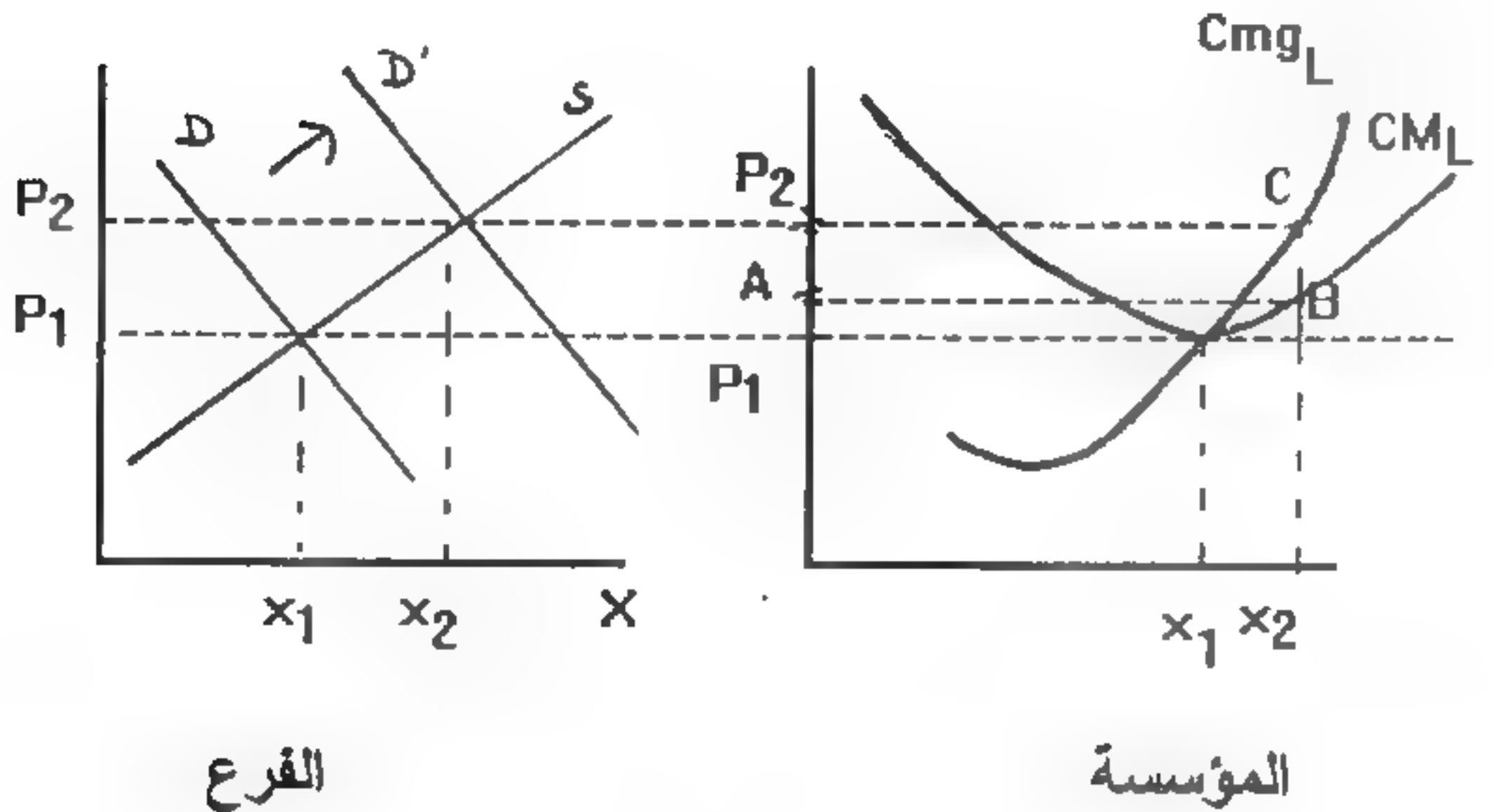
## 10 - تغيرات ديناميكية وتوازن السوق :

تقع تغيرات ديناميكية عبر عدة جوانب منها :

- تغير في طلب السوق
  - تغير في التكاليف الناتج عن تغير في اسعار عناصر الانتاج.
  - خصائص فيما يخص تكاليف النقل
- يكون نموذج المنافسة المثلى قادر على تتبؤات بعد التغيرات السابقة.

### 10 - 1 - تغير في طلب السوق

انطلاقا من حالة توازن الفرع والمؤسسة اعتبر ان منحنى الطلب ينتقل الى اليمين لسبب ما (ازدياد في دخل المستهلكين او في عددهم..).



في المدى القصير تكون دالة العرض معطاة . لهذا يرتفع سعر السوق من  $P_1$  الى  $P_2$  وتزداد الكمية المعروضة من  $X_1$  الى  $X_2$  برفع الانتاج الكلي للفرع .

تواجه كل مؤسسة في الفرع ارباح إضافية (المساحة  $AP_2CB$ ) . يؤدي وجود الارباح الاضافية الى دخول مؤسسات جديدة الى الفرع ويؤدي هذا الدخول الى انتقال منحنى العرض الى اليمين وإنخفاض السعر تحت  $P_2$  من الممكن ان سعر التوازن الجديد يكون اكبر من  $P_1$  او يساوي  $P_1$  . يكون مستوى السعر الجديد مرتبط بحالة تكاليف الفرع.

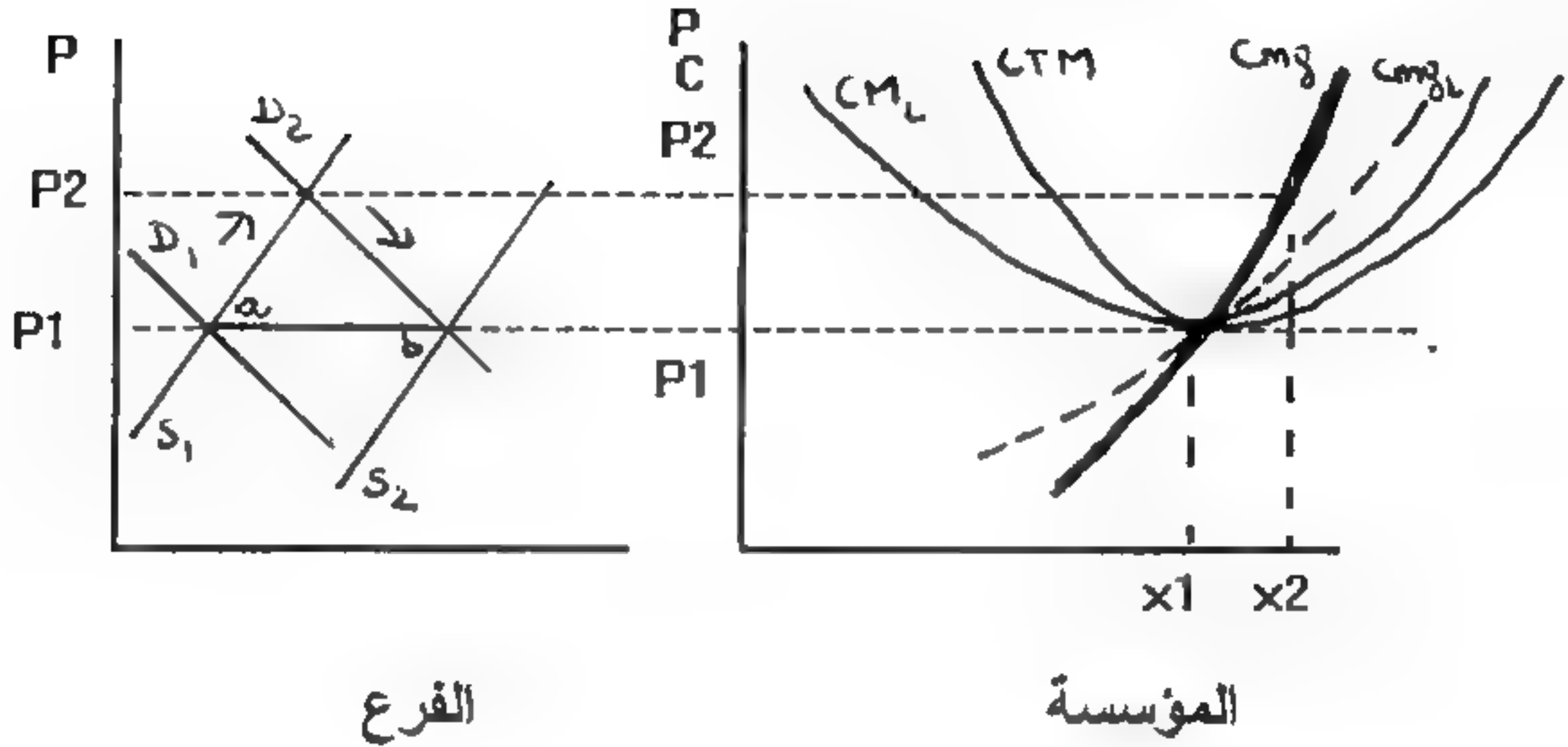
### تعريف:

يدعى فرع بفرع ذوي تكلفة ثابتة اذا بقيت اسعار عناصر الانتاج ثابتة عندما يحدث تطور في الانتاج بينما يدعى بفرع ذوي تكلفة متزايدة إذا ارتفعت اسعار عناصر الانتاج عندما يتطور مستوى الانتاج.



## 10 - 1 - 1 - فرع ذوي تكلفة ثابتة

اعتبر البيان التالي



يكون التوازن في المدى الطويل ممثل في تقاطع  $D_1$  و  $S_1$  انتاج  $x_1$  من طرف المؤسسة.

افترض ان منحنى الطلب ينتقل الى  $D_2$ . في المدى القصير يرتفع سعر السوق الى  $P_2$  وهذا يؤدي الى رفع الانتاج من طرف المؤسسات المنتجة على طول  $S_1$ . لكن تكون هذه الحالة غير مستقرة بحيث ان وجود ارباح اضافية يؤدي الى دخول مؤسسات جديدة الى الفرع بحيث ان ازدياد الطلب على عناصر الانتاج لا يؤدي الى ارتفاع سعرها يكون المنحنى  $CM_L$  مستقرا،

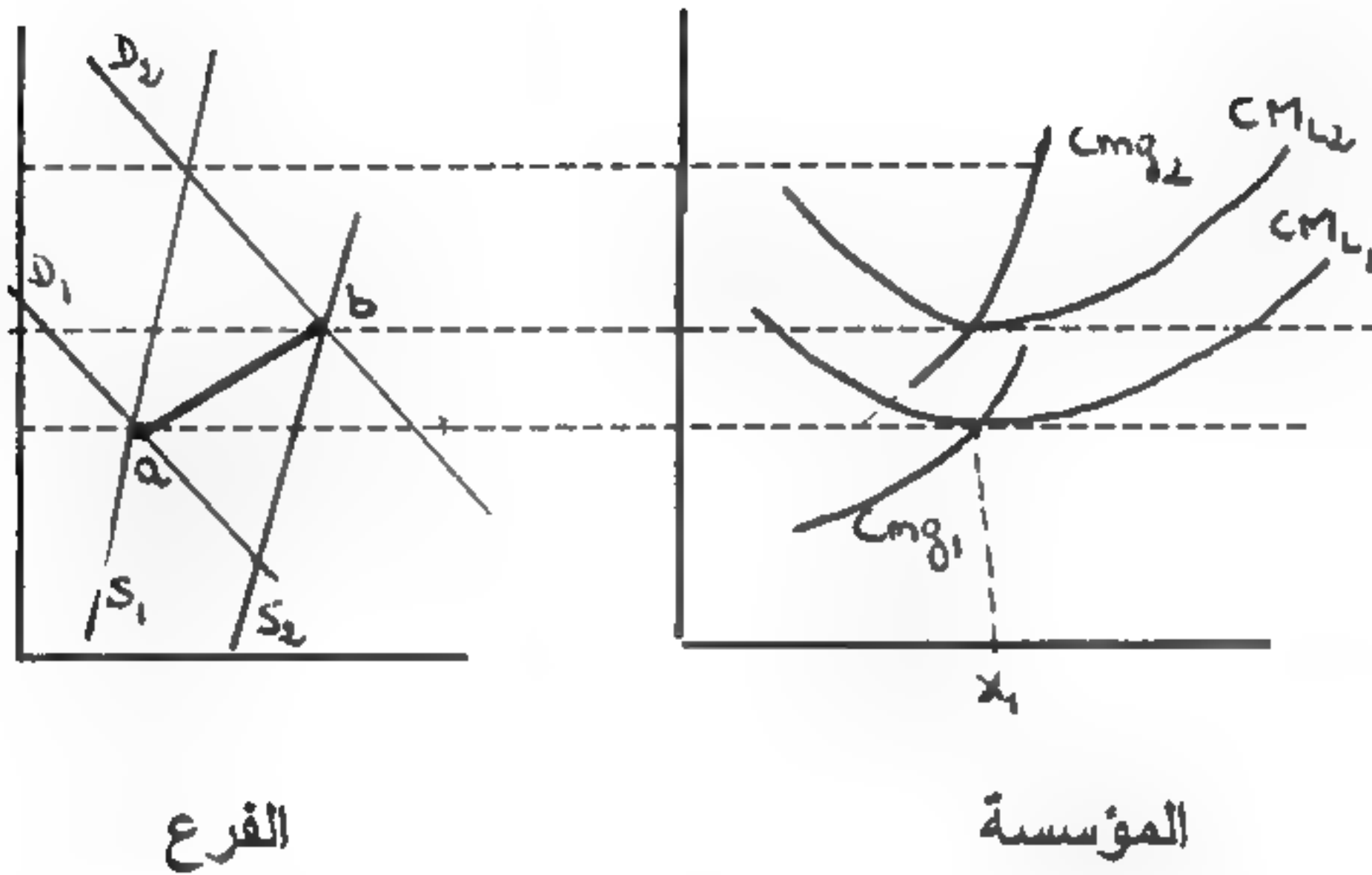
ولهذا يستمر الدخول حتى يقطع منحنى العرض الجديد  $S_2$  المنحنى  $D_2$  في مستوى السعر  $P_2$

### ملاحظة:

تحت فرضية تكلفة ثابتة يكون منحنى العرض في المدى الطويل ممثل في الخط الأفقي a-b

10 - 1 - 2 - فرع ذوي تكلفة متزايدة :

اعتبر البيان التالي



يكون التوازن في المدى الطويل ممثل في تقاطع  $D_1$  و  $S_1$  وإنتاج  $x_1$  من طرف المؤسسة.

اعتبر ان منحنى الطلب ينتقل الى  $D_2$  . في المدى القصير يرتفع سعر السوق الى  $P_2$  وهذا يعني رفع مستوى الانتاج من طرف مؤسسات الفرع، يؤدي وجود ارباح إضافية الى دخول مؤسسات جديدة.

إذا افترض أن أسعار عناصر الإنتاج سوف ترتفع بسبب ازدياد الطلب عليها تواجه كل المؤسسات المنتجة ارتفاع منحنياتها  $CM_L$ ، كما ينتقل منحنى التكلفة الحدية لكل مؤسسة إلى اليسار، لكن دخول مؤسسات جديدة يدعم تنقل منحنى عرض السوق إلى اليمين.

في النهاية يحدث التوازن في النقطة  $b$  المتناسبة مع سعر السوق  $P_3$  الذي يساوي النقطة الأدنى لمنحنى التكلفة المتوسطة الجديدة في المدى الطويل.

### ملاحظات :

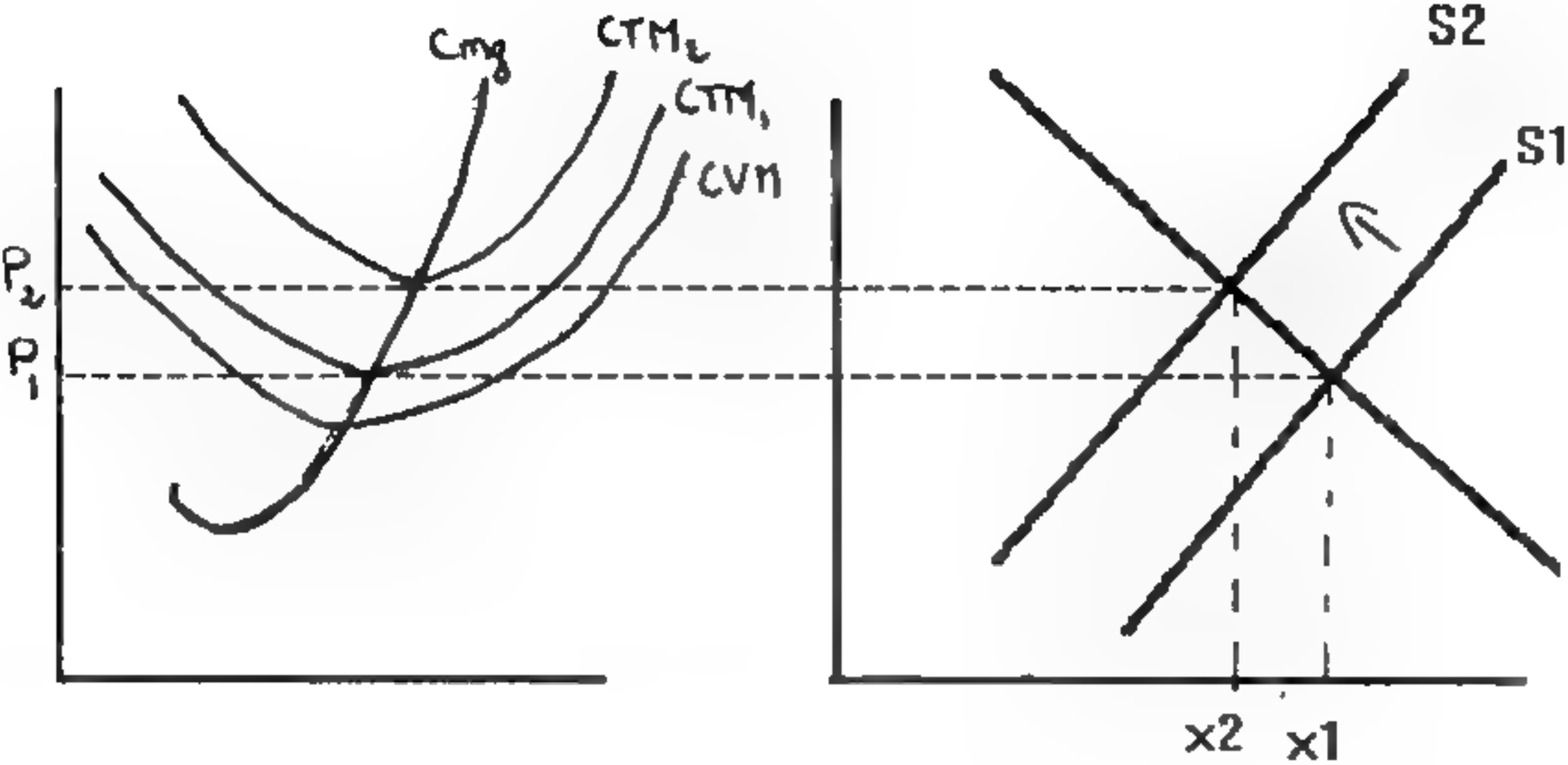
- تحت فرضية تكلفة متزايدة يكون منحنى العرض في المدى الطويل ممثل في المنحنى  $ab$  ذو الميل الموجب.
- في التوازن الجديد يكون مستوى إنتاج المؤسسة الفردية أقل ، أكبر أو يساوي المستوى الأصلي حسب موقع منحنيات التكلفة.

## 10 - 2 - تغير تكاليف الإنتاج

تتغير تكاليف الإنتاج إذا تغيرت التكلفة الثابتة أو تغيرت التكلفة المتغيرة.

### 10 - 2 - 1 - إزدياد في التكلفة الثابتة :

اعتبر أن المؤسسة تواجه إزدياد في التكلفة الثابتة (إزدياد الكراء مثلاً) يؤدي هذا الإزدياد إلى انتقال المنحنيات  $CTM$  و  $CFM$  بينما تبقى المنحنيات  $CVM$  و  $Cmg$  ثابتة أي بيانياً



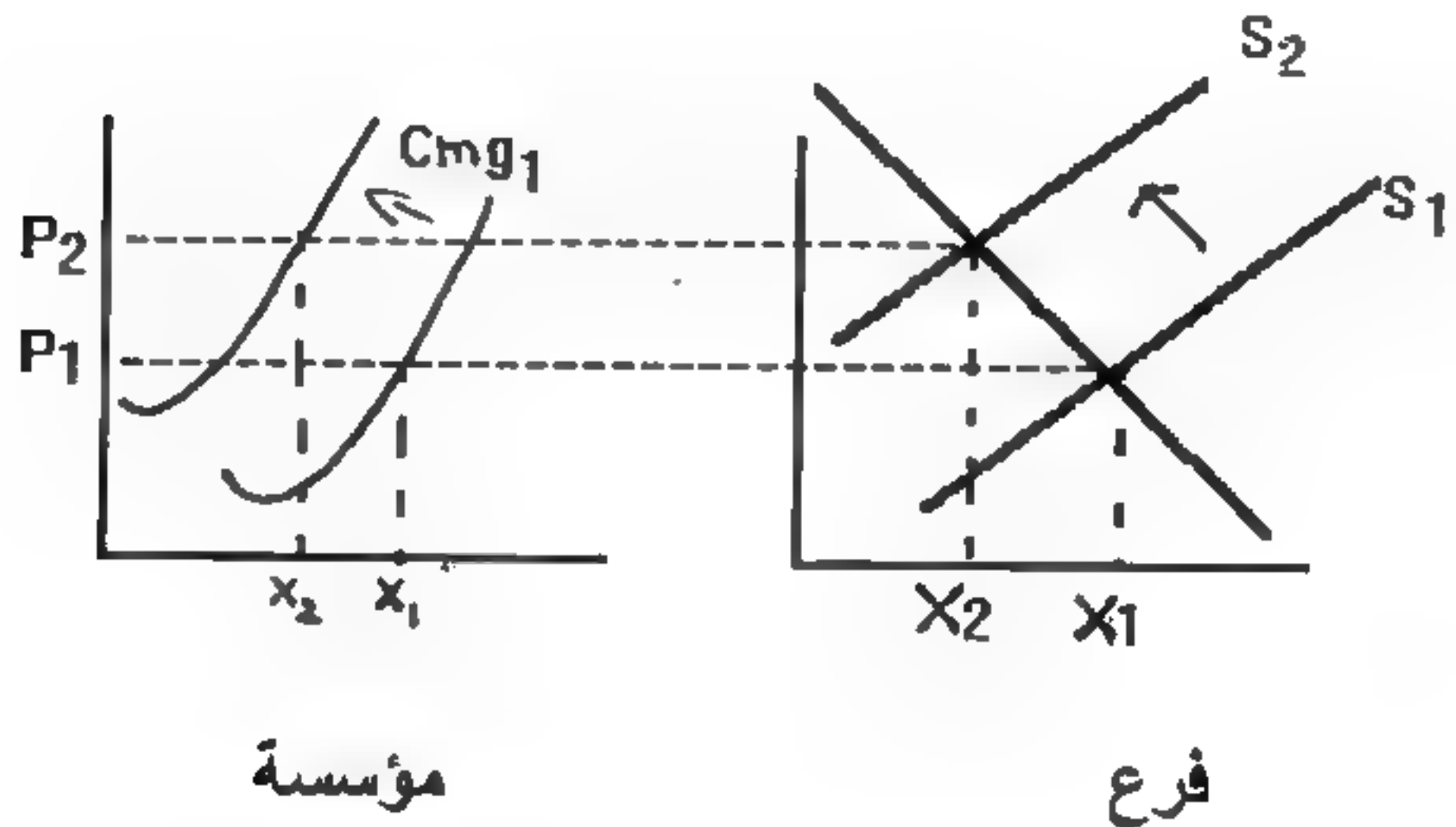
مؤسسة

فرع

بما ان المنحنى  $Cmg$  يمثل منحنى العرض للمؤسسة في المدى القصير لا يتأثر مستوى توازن المؤسسة لكن اذا كانت المؤسسة في توازن المدى الطويل التكلفة الاضافية لاتسمح لها بالبقاء في السوق ولذلك تتسحب. لذلك ينتقل منحنى عرض السوق الى اليسار (بسبب انسحاب المؤسسات الضعيفة) ويتميز التوازن الجديد بسعر اكبر وكمية اقل من البداية.

## 10 - 2 - 2 - تغير في التكلفة المتغيرة

اعتبر ان المؤسسة تواجه ازدياد في الاجور التي تسددها. يؤدي هذا الازدياد الى انتقال منحنيات  $CTM$  و  $CVM$  و  $Cmg$  الى الشمال الغربي وبحيث ان المنحنى  $Cmg$  يمثل منحنى عرض المؤسسة يؤدي ارتفاع الاجور الى انخفاض في الكمية المعروضة بسعر السوق الحالي اي بيانيا.



يؤدي الارتفاع في الاجور الى انخفاض انتاج كل مؤسسات الفرع اي الى انخفاض العرض على مستوى السوق وهذا يؤدي الى انتقال منحنى العرض من  $S_1$  الى  $S_2$ .

في النهاية يستقر التوازن عندما كل مؤسسة تنتج الكمية  $x_2$  وتبيعها بالسعر  $P_2$ .

### 10 - 3 - توازن السوق وتكاليف النقل:

في الواقع الاقتصادي تمول الاسواق من طرف مؤسسات تقع على مسافات مختلفة من السوق .

اذا كانت مؤسسة ما تمول سوق معين من مسافة محددة تكون تكلفتها الكلية عبارة عن جمع تكلفة الانتاج وتكلفة النقل اي :

$$C_i = \phi_i(x_i) + b_i + \beta_i x_i$$

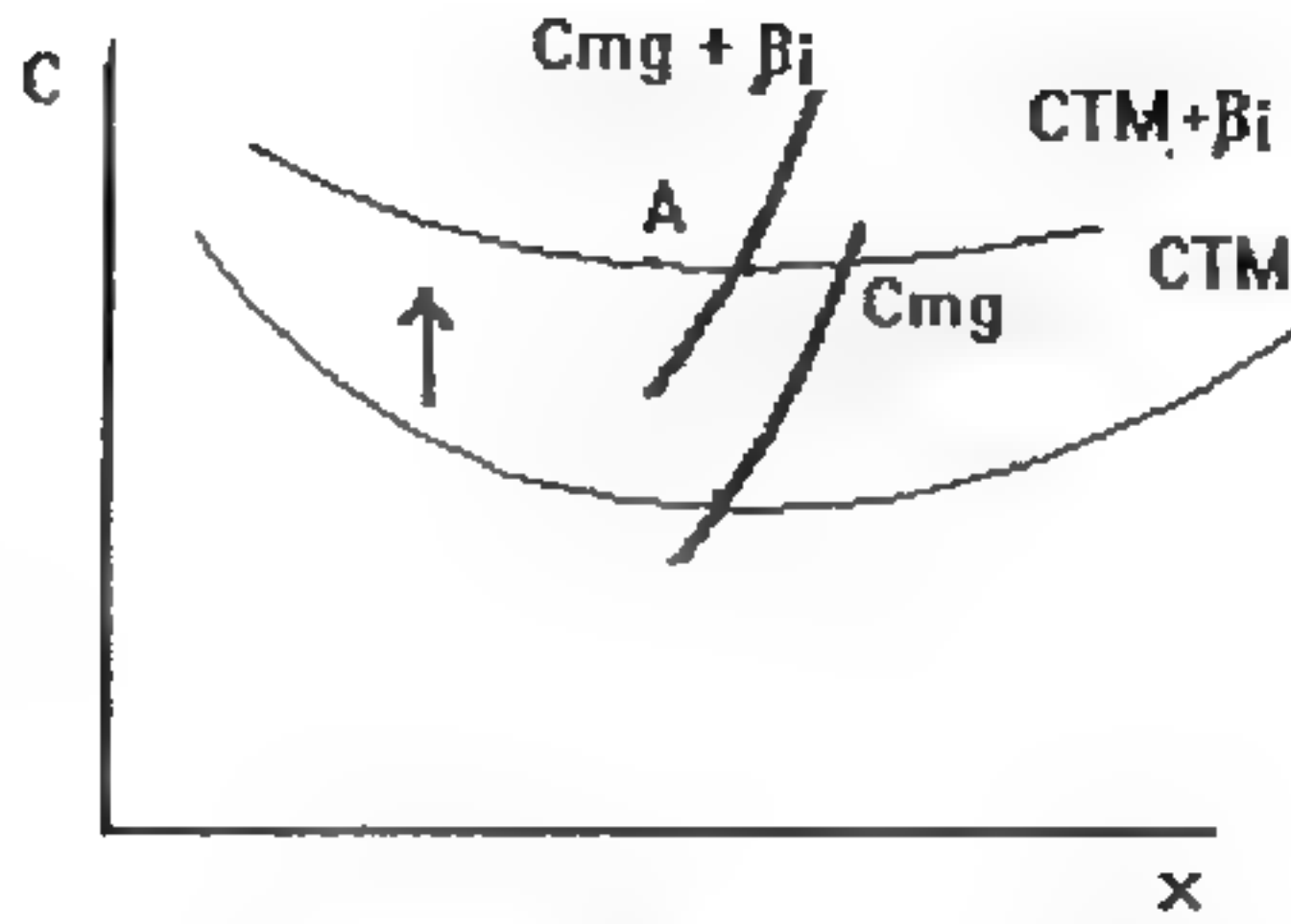
حيث  $\beta_i$  يدل على تكلفة نقل وحدوية.

يكون ربح المؤسسة ممثل في :  $\pi = Px_i - [\phi_i(x_i) + b_i + \beta_i x_i]$

$$\frac{d\pi}{dx_i} = P - \phi'_i(x_i) - \beta_i = 0$$

$$P = \phi'_i(x_i) + \beta_i$$

تصل المؤسسة الى توازنها عند تساوي السعر والتكلفة الحدية للانتاج زائد التكلفة الوحدوية للنقل وتظهر الحالة السابقة في البيان :



تكون دالة العرض للمؤسسة ممثلة في القطعة المتزايدة من  $C_{mg} + \beta_i$  بعد  $A$  وكلما كان المقاول قريب من السوق كان إنتاجه اكبر.

#### 11 - تحليلات فيما يخص المنافسة المثلى

رغم فرضياته البعيدة (نوعاما) عن السيرورة الحقيقية للأسواق يكون نموذج المنافسة المثلى قادر على تقديم تنبؤات حول مسيرة السوق عندما تحدث تغيرات خارجية، منها ضرائب، فرض أسعار إدارية الى غير ذلك.

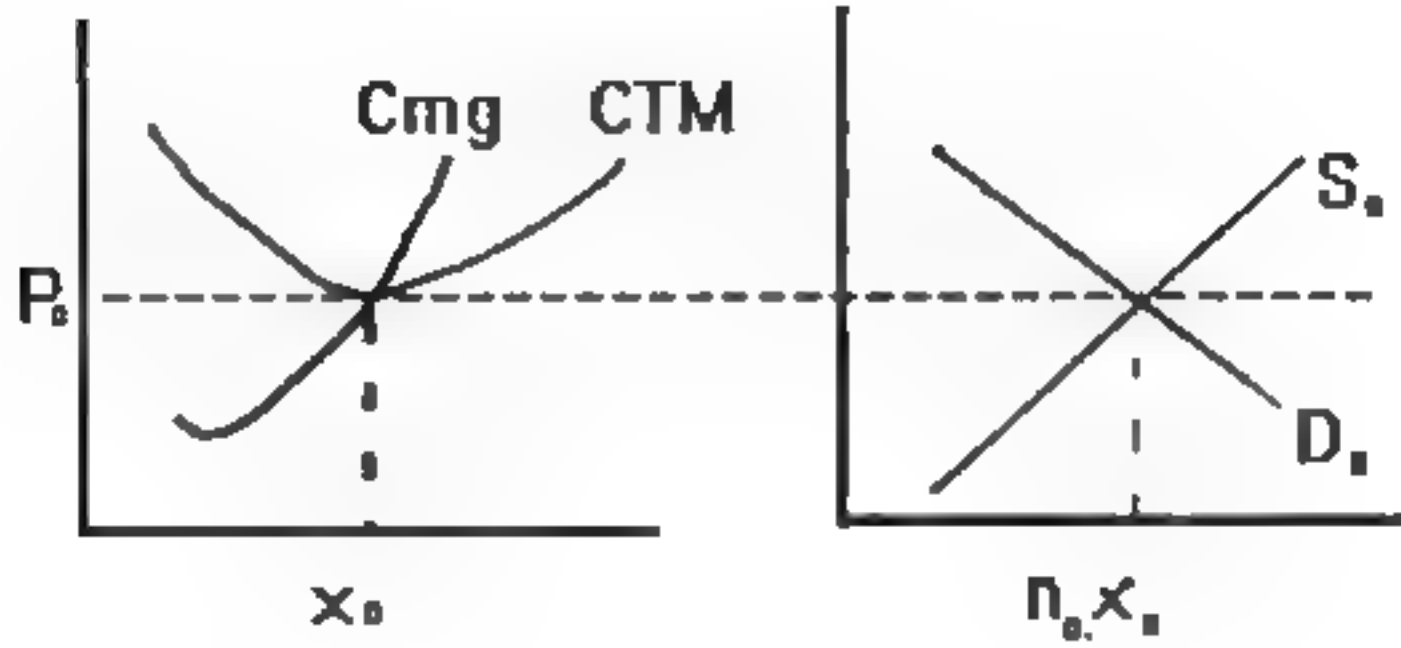
##### ملاحظة:

تتم التحليلات الآتية تحت فرضية تكاليف ثابتة فيما يخص الفرع

#### 11 - 1 - اثر ضريبة خاصة على توازن السوق

تعرف الضريبة الخاصة كقيمة تؤخذ من طرف الحكومة على كل وحدة سلعة مباعة وتسدد من طرف المؤسسة.

اعتبر ان  $n_0$  مؤسسة متماثلة تكون الفرع قبل فرض الضريبة، يظهر التوازن في البيانات التالية



تكون المؤسسة في حالة توازن عند تساوي السعر والتكلفة الحدية، اذا كان السعر يساوي  $P_0$  يكون مستوى انتاج المؤسسة  $x_0$  وتوازن السوق يحدث عندما العرض الكلي  $n_0 x_0$  يساوي الطلب.

#### 11 - 1 - 1 - اثر الضريبة في امدى القصير :

عندما تفرض الضريبة الخاصة تزداد التكاليف الحدية والمتوسطة بقيمة هذه الضريبة أي :

بعد الضريبة

$$\begin{aligned} CT_2 &= C(x_0) + tx_0 \\ Cmg_2 &= C'(x_0) + t \end{aligned}$$

قبل الضريبة

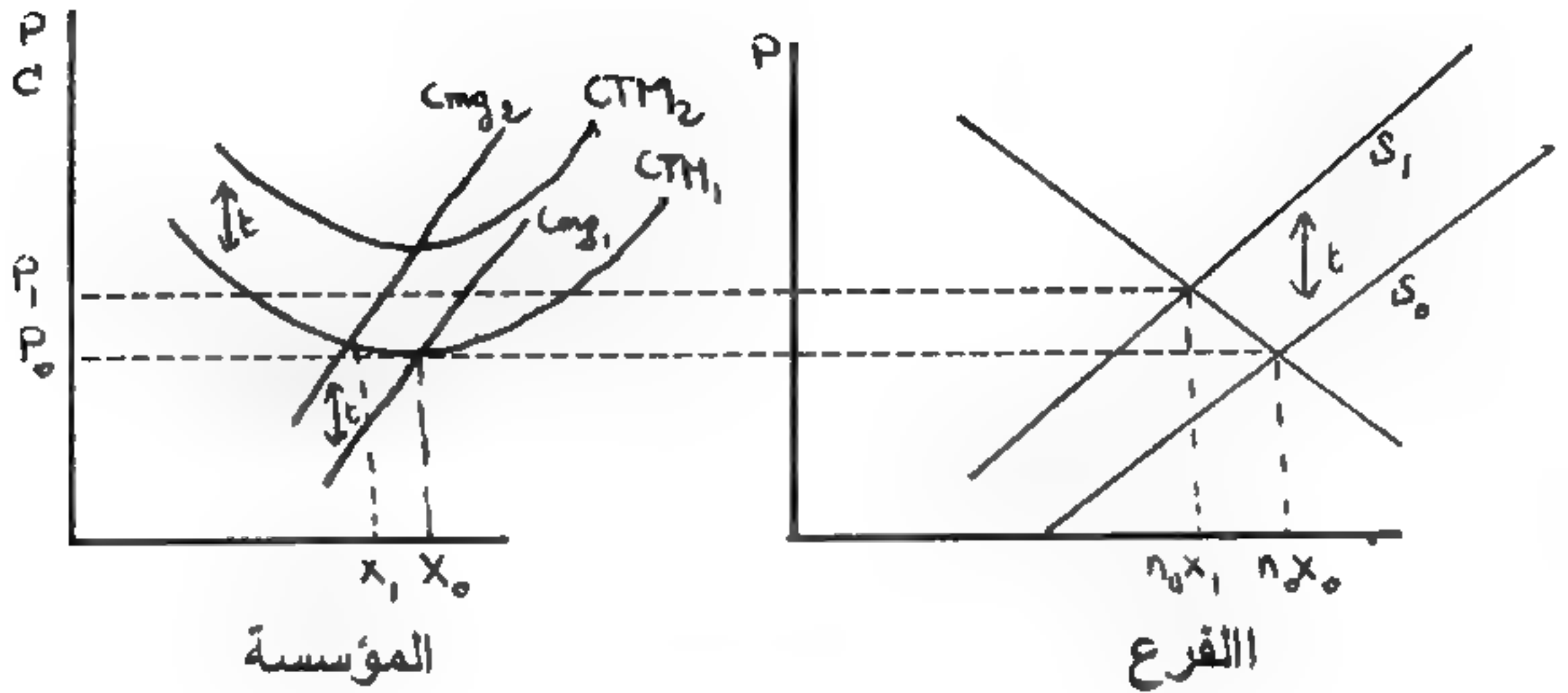
$$\begin{aligned} C(x_0) &= CT_1 \\ C'(x_0) &= Cmg_1 \end{aligned}$$

$$CTM_2 = \frac{C(x_0)}{x_0} + t$$

$$\frac{C(x_0)}{x_0} = CTM_1$$



اي بيانيا :



تتقل الضريبة  $Cmg_1$  الى  $Cmg_2$  و  $CTM_1$  الى  $CTM_2$  على مستوى المؤسسة وهذا يعني ان الانتاج اي مستوى  $x_i$  يجب على المؤسسة ان تواجه السعر  $P_i+t$  عوضا عن  $P_i$ .

على مستوى الفرع لانتاج المستوى  $n_0x_i$  يجب على السعر ان يساوي  $P_i+t$  وهذا يؤدي الى انتقال منحنى العرض الى  $S_1$  (حيث الفرق العمودي بين  $S_0$  و  $S_1$  يساوي  $t$ ).

يكون التوازن في المدى القصير ممثل في تقاطع منحنيات العرض (بعد الضريبة) والطلب.

### ملاحظات:

يساوي سعر التوازن (بعد الضريبة)  $P_1$  اقل من  $P_0+t$  وهذا راجع لشكل منحنى الطلب (مرونة لائساوي الصفر) اي يؤدي ارتفاع منحنى العرض من  $S_0$  الى  $S_1$  الى تقاطع  $S_1$  و  $D$  في  $P_1$  و  $P_1$  يكون اقل من  $P_0+t$ .

لقد يمكن لسعر التوازن (بعد الضريبة) ان يساوي  $P_0+t$  في حالتين:

- منحنى الطلب يكون عمودي (مرونة = 0).

- منحنى العرض يكون افقي (مرونة =  $\infty$ )

بالسعر  $P_1$  تنتج كل مؤسسة الكمية  $x_1 > x_0$  ويكون العرض الكلي ممثل في  $n_0 x_1$ .

### ملاحظة:

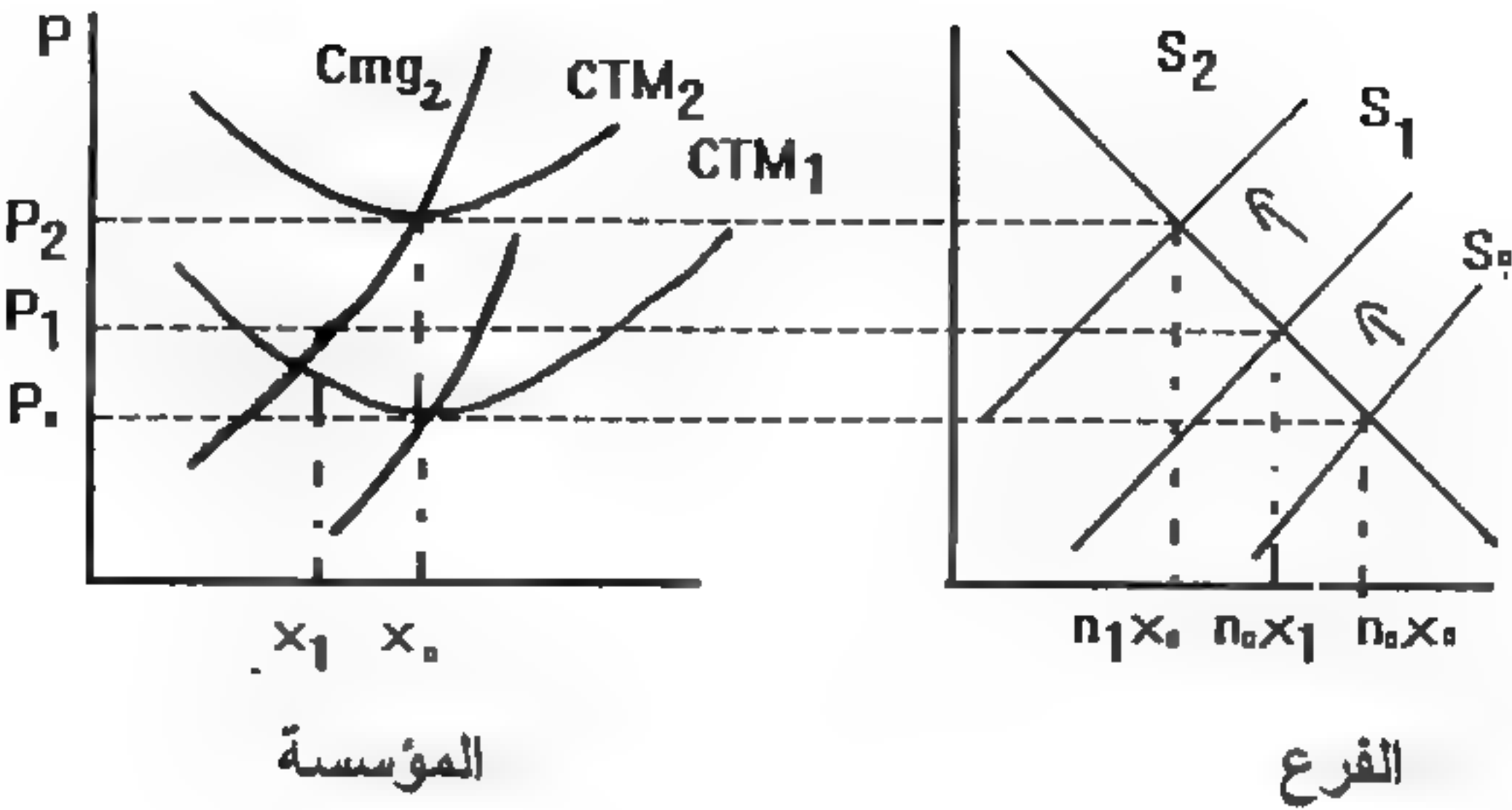
بالسعر  $P_1$  تواجه المؤسسات خسارة ممثلة في الفرق العمودي بين

$P_1$  و  $CTM_2(x_1)$ .

ووجود هذه الخسارة سيؤدي الى توازن المدى الطويل .

### 11 - 1 - 2 - اثر الضريبة في المدى الطويل :

تؤدي الخسارة الناتجة عن فرض الضريبة الى خروج بعض المؤسسات وهذا الخروج الذي يعني انتقال منحنى العرض الكلي الى اليسار (انخفاض في مستوى العرض) يستمر حتى يصل سعر السوق الى مستوى  $MinCTM_2$  اي بيانيا :



عندما منحني العرض ينتقل الى  $S_2$  يزداد السعر الى  $P_2$  وكل المؤسسات ترفع انتاجها حتى تعود الى انتاج فردي يساوي  $x_0$  .  
يظهر اثر ضريبية خاصة في الجدول التالي

اثر على	مدى قصير	مدى طويل
سعر	ازدياد $t >$	ازدياد $t =$
انتاج المؤسسة	ينخفض	بدون تعبير
انتاج الفرع	ينخفض	انخفاض اكبر
		من المدى القصير
عدد المؤسسات	ثابت	انخفاض

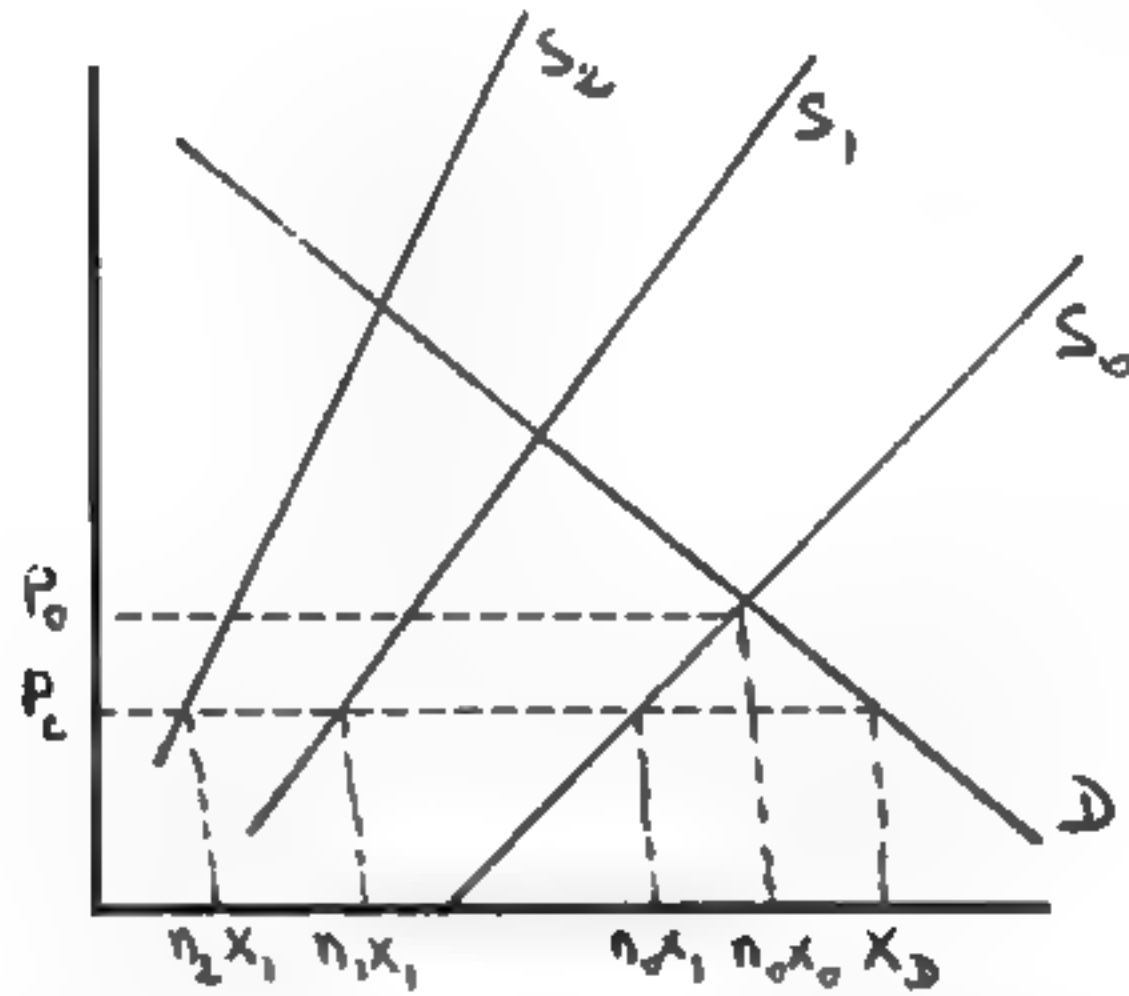
## 11 - 2 - مراقبة الاسعار :

تؤدي مراقبة الاسعار الى تحديد حد اعظم وحد ادنى، يفرض حد اعظم من طرف الحكومة اذا اذا أرادت هذه الاخيرة ان تساعد المستهلكين (عبر تدعيم اسعار بعض السلع) بينما يفرض حد ادنى اذا كان هدف الحكومة ممثل في مساعدة المنتجين.

### 11 - 2 - 1 - الحد الاعظم :

في عدة اسواق تفرض الحكومة مستوى الاسعار اي تحديد الحد الاعظم للسعر وهذا يؤدي على العموم الى خلل في توازن السوق.

اعتبر البيان التالي



قبل تحديد الحد الاعظم للسعر يكون السوق في التوازن بالسعر  $P_0$  و  $n_0 X_0$ .

افترض ان الحكومة تفرض حد اعظم يساوي  $P_C$  و  $P_0 > P_C$ . بهذا السعر يساوي طلب المستهلكين  $X_D$  لكن مستوى العرض الكلي ينخفض (حسب

البيان) الى  $n_0x_1$  اي تنتج كل مؤسسة المستوى  $x_1$  عوضا عن المستوى  $x_0$ .

يساوي النقص في العرض  $x_D - n_0x_1$  في البداية بحيث ان  $P_0$  يساوي اقل من التكلفة المتوسطة ( $P_0 =$ ) التي كانت تواجهها المؤسسات. عدد من هذه المؤسسات سينسحب من السوق وهذا يؤدي الى انتقال منحنى العرض الى  $S_1$  ويكون النقص في العرض  $x_D - n_1x_1$  تتم العملية حتى يصل العرض الى الصفر (كل المؤسسات ستغادر السوق).

### ملاحظة:

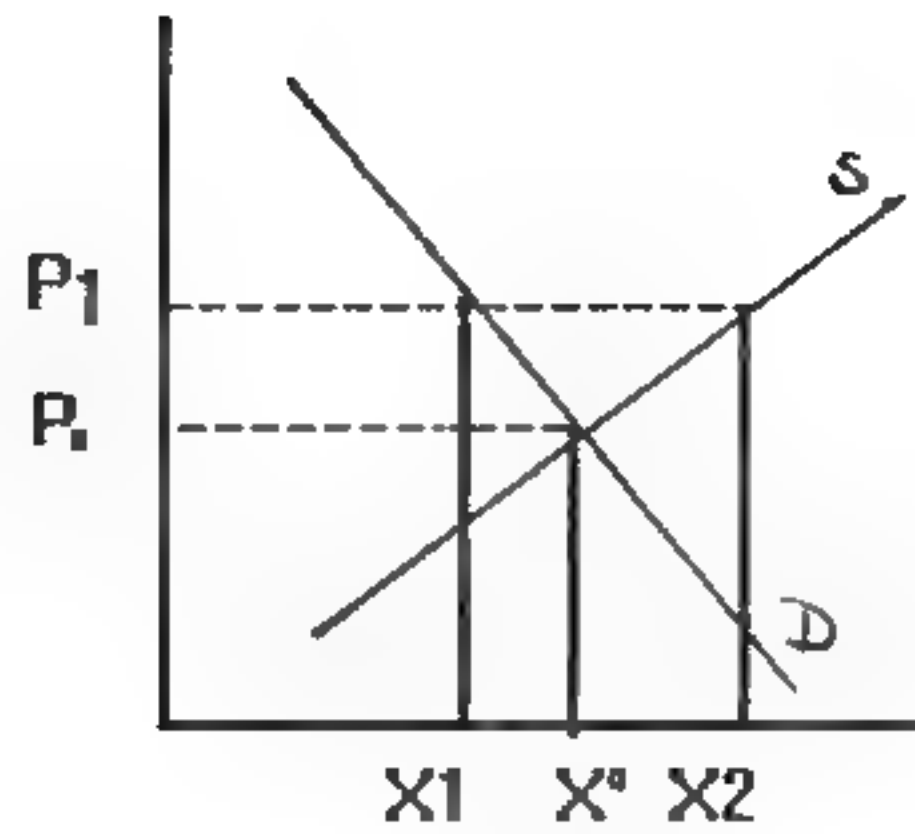
يساعد التحليل في فهم مظاهر حقيقية :

- مراقبة الاسعار تؤدي عموما الى نقص في العرض وندرة السلع.
- كلما طالت المراقبة يكون الازدياد في السعر اللازم لتوازن السوق كبير.

### 11 - 2 - 2 - الحد الأدنى :

كذلك يمكن على الحكومة ان تفرض حد ادنى للاسعار وهذا راجع لسياسة تقادي مشاكل اجتماعية (دعم منتجي الحبوب في امريكا واوروبا مثلا)

اعتبر البيان التالي



تمثل  $S$  و  $D$  منحنيات الطلب والعرض في فرع داخل منافسة مثلى.  
قبل المراقبة يكون السوق في توازن عبر الزوج  $(P_0, X_0)$ . اذا حددت  
الحكومة مستوى سعر السوق كالسعر  $P_1$  ( $P_1 > P_0$ ) يزداد العرض الى  
 $X_2$  بينما ينخفض الطلب الى  $X_1$ . ويلزم على الحكومة ان تشتري الفائض  
 $(X_2 - X_1)$ .

#### ملاحظة :

تؤدي هذه السياسة الى :

- تكلفة للمجتمع عبر توجيه غير فعال للمواد.
- انخفاض في مستوى رفاهية المستهلك عبر الزيادة في سعر السوق (اكبر من سعر التوازن).

## ملخص لنظرية المنافسة المثلى

### a - دالة العرض في المدى القصير :

- المؤسسة :

تكتب دالة العرض للمؤسسة باستعمال الشرط  $Cmg = P$

وتعويض  $X$  بـ  $S$  أي

$$S_i = S_i(P) \quad \text{---} \quad P > \text{MinCVM}$$

$$S_i = 0 \quad \text{---} \quad P < \text{Min CVM}$$

- السوق :

تمثل دالة عرض السوق مجموعة دوال العرض الفردية أي :

$$S = \sum S_i(P) = S(P)$$

### b - دالة طلب السوق :

تمثل دالة طلب السوق جميع طلبات المستهلكين الفرديين أي :

$$D = \sum D_i(P) = D(p)$$

### c - توازن السوق في المدى القصير

يحدث التوازن في المدى القصير عندما

$$D = S = X$$

### d - توازن السوق في المدى الطويل

يكون السوق في توازن المدى الطويل عندما سعر السوق يصل الى مستوى توازن كل مؤسسات الفرع اي بعبارة اخرى تنتج كل مؤسسة والنقطة الدنيا من منحنيها  $CM_L$  اي يتميز التوازن في المدى الطويل بـ :

$$Cmg = Cmg_L = CM_L = CM = P$$

### e - استقرار التوازن

- حسب ولراس

يكون السوق مستقر اذا كان ارتفاع في السعر يؤدي الى انخفاض في الطلب الفائض اي :

$$\frac{dE(P)}{dP} = E'(P) = D'(P) - S'(P) < 0$$

- حسب مارشل

يكون السوق مستقر اذا ادى الارتفاع في الانتاج الى انخفاض سعر الطلب الفائض اي :

$$\frac{dF(x)}{dx} = F'(x) = D^{-1'}(X) - S^{-1'}(x) < 0$$



## تمارين

3 - 1 - تعرض المؤسسة "سونا" منتوجها X في سوق منافسة مثلى حيث السعر المعطى من طرف السوق يساوي  $P = 27$  . تتغير تكلفة الانتاج للمؤسسة مع الكمية المنتوجة كما يوضح ذلك الجدول التالي :

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CM	0	50	60	66	84	105	132	175	224	315

- ماهي كمية X التي يجب انتاجها حتى تحصل المؤسسة على اقصى ربح.

- ماهي العلاقة الموجودة في التوازن مابين الدخل الحدي والتكلفة الحدية للمؤسسة.

3 - 2 - في اطار سوق منافسة مثلى قدرت دوال العرض والطلب على

السلعة X بالعبارات التالية

$$P = -X + 84,5 \text{ (طلب)}$$

$$P = 0,65X - 31 \text{ (عرض)}$$

- ماهو سعر التوازن ؟

- تنتج المؤسسة "سو" السلعة X وتتغير تكلفتها المتوسطة حسب مستوى

الانتاج كما يوضح ذلك الجدول التالي :

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CM	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

حدد كمية X التي تناسب اقصى ربح واحسب قيمة هذا الربح.

- إذا تغيرت دالة الطلب وأصبحت .

$$P = - X + 101$$

أوجد سعر التوازن في فترة التسويق والربح المناسب الذي تأخذه المؤسسة المذكورة سابقا.

- أوجد سعر التوازن الجديد في المدى القصير كمية التوازن وعرض المؤسسة المذكورة سابقا.

- وضح بيانيا مختلف حالات التوازن (في السوق) وبالنسبة للمؤسسة.

3 - 3 - تنوي المؤسسة "سامي" في بناء مصنع ينتج قارورات زجاج. تقدر الدراسات تكلفة الآلات والبناءات بـ 100.000 بينما تقدر تكلفة المواد الأولية والاجور بـ 5 لكل قارورة .

اخيرا علمت المؤسسة (عبر دراسات معمقة) ان سعر السوق لايمكن له ان يتجاوز 7 لكل وحدة.

- ماهي الكمية الضرورية التي يجب بيعها حتى تصل المؤسسة الى حد المردودية.

- ببيع 60000 قارورة ماهو : الدخل الكلي، التكلفة المتغيرة الكلية ، التكلفة الثابتة والربح .

3 - 4 - تقدر دالة التكلفة لمؤسسة تنتج في سوق منافسة مثلى على شكل

$$CT = 20 + 30x - 6x^2 + 1/3x^3$$

- اذا كان سعر السوق يساوي 32 ماهو مستوى الانتاج الامثل؟

- ماهو مستوى الربح؟

- ماهو حد الاغلاق؟

- ماذا يحدث إذا انخفض سعر السوق الى 2.98 ؟

3- 5 - تكتب دالة التكلفة لمؤسسة ما على شكل

$$CT = 100x - 4x^2 + \frac{1}{4}x^3 + 200$$

- حدد دالة العرض لهذه المؤسسة إذا كانت هذه الأخيرة تنشط في سوق منافسة مثلى.

- ماهو مستوى العرض إذا كان السعر يساوي 80 ؟

- ماهو مستوى العرض إذا كان السعر يساوي 100؟

3 - 6 - لقد استطاع مكتب الدراسات الاقتصادية ان يقدر دوال الطلب

والعرض على السلعة X كما يلي :

$$x_d = 12 - \frac{3}{5}P$$

$$x_s = \frac{3}{5}P$$

- ماهو سعر توازن السوق؟

- تنتج المؤسسة "طو" السلعة X وتواجه دالة التكلفة التالية :

$$CT = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 16x$$

بفرض ان الدالة السابقة تمثل دالة التكلفة في المدى القصير ،

اوجد : سعر وكمية التوازن للمؤسسة المدروسة والربح الذي ستتحصل عليه.

3 - 7 - اعتبر ان خمسين مؤسسة تنتج السلعة X بدالة تكلفة.

$$C_{ji} = 0.04x_{ji}^3 - 0.8x_{ji}^2 + 10x_{ji} \quad i = 1 \dots 50$$

بينما يؤدي تطبيق الاستراتيجية الاولى الى :

$$(2) Y_2 = y_1(1+i) + y_2 (= c_2, c_1 = 0)$$

وتوجد عدة حالات بين الحالتين المتطرفتين أي يكون استهلاك الفترة الثانية مرتبطة باستهلاك الفترة الاولى عبر العلاقة :

$$c_2 = y_2 + (y_1 - c_1)(1 + i)$$

أو

$$(3) c_2 = y_2 + y_1(1 + i) - (1 + i)c_1$$

حيث يمكن لـ  $c_1$  ان يساوي بين :

$$0 < c_1 < y_1 + \frac{y_2}{1 + i}$$

ملاحظة :

-  $(y_1 - c_1) > 0$  : يوجد ادخار في الفترة الاولى ، وتستهلك القيمة  $(y_1 - c_1)(1+i)$  مع  $y_2$  في الفترة الثانية.

-  $(y_1 - c_1) < 0$  : يوجد اقتراض في الفترة الاولى وتستهلك القيمة  $y_2$  ناقش القيمة المقرضة والفائدة المناسبة لها  $(y_1 - c_1)(1 + i)$

$$(4) \quad c_2 = y_2 + y_1(1 + i) - (1 + i)c_1$$

خط ميزاني بين الاستهلاك الحالي والاستهلاك المستقبلي محدد في كلا الفترتين بمعدل الفائدة والدخل.

لمعرفة موقف المستهلك حول مستوى الاستهلاك في الفترتين تضاف دالة منفعة :

$$U = U(c_1, c_2)$$

- اوجد سعر وكمية التوازن .
- اذا فرضت ضريبة خاصة تساوي دينار واحد لكل وحدة مبيعة ماذا يكون النقل الضريبي على المستهلك.

3 - 10 - بعد الافتراض ان سوق السلعة  $x$  يتميز بشروط المنافسة المثلى قدرت دوال العرض والطلب المناسبة للسلعة  $x$  على شكل

$$S = - 10 + 4 P$$

$$D = 86 - 2 P$$

- حدد سعر وكمية التوازن
- ماهي كمية وسعر التوازن بعد فرض ضريبة خاصة تساوي دينار واحد. ماهو النقل الضريبي على المستهلك.
- ماذا يكون النقل الضريبي اذا كانت دالة الطلب تقدر بـ  $D = 86 - 3P$
- قد تغير النقل الضريبي بتغير دالة الطلب ، حل سبب او اسباب التغير .

3 - 11 - ينوي مقبول ما في بناء مصنع ينتج السلعة  $x$  ويمكن له ان يختار بين تجهيزين (او حجمين)  $T1$  و  $T2$  يتميزان بدوال التكلفة التالية

$$CT_{T1} = x^3 - 98.75 x^2 + 3600x + 2000$$

$$CT_{T2} = 0.35 x^3 - 59.6x^2 + 3420x + 4000$$

لقد استطاع مكتب الدراسات الاقتصادية ان يقدر دالة التكلفة في المدى الطويل فيما يخص انتاج السلعة  $x$  وتأخذ هذه الدالة الشكل :

$$CT_L = 0.25 x^3 - 40x^2 + 2500x$$

اخيرا تمكن المكتب المذكور من تقدير دوال الطلب والعرض المناسبة للسلعة  $x$  أي :

$$X_d = \frac{-P}{2} + 2000$$

$$X_s = \frac{P}{2}$$

- حدد حجم المصنع الذي يختار من طرف المقاول العقلاني، الربح المحقق من طرف كل مقاول وعدد المقاولين (او المؤسسات) الذين يعرضون السلعة X.

- اذا حدث تغيير في دالة الطلب واخذت الشكل التالي :

$$x_d = \frac{-P}{2} + 2400$$

- اوجد سعر التوازن في المدى القصير والكمية المعروضة من طرف كل مؤسسة.

- اذا استمرت دالة الطلب في الشكل

$$x_d = \frac{-P}{2} + 2400$$

حدد سعر وكمية التوازن في المدى الطويل وعدد المؤسسات الموجودة في السوق.

- 3 - 12 - قدرت دالة التكلفة في المدى الطويل لمؤسسة تنشط في إطار سوق منافسة مثلى على شكل  $CT = x^3 - 4x^2 + 8x$
- اوجد دالة العرض في المدى الطويل لهذه المؤسسة.
- اذا قدرت دالة طلب السوق على شكل  $D = 2000 - 100P$
- اوجد سعر وكمية التوازن في السوق وعدد مؤسسات الفرع في المدى الطويل.

- 3 - 13 - اعتبر ان دوال الطلب والعرض لسلعة ما تكتب على شكل :
- $$x_d = 20P - 8000$$

$$x_s = 10P - 2000$$

- ادرس استقرار التوازن حسب ولراس.
- ادرس استقرار التوازن حسب مارشل.
- ماهي الخلاصة؟

- 3 - 14 - تكتب دوال الطلب والعرض لسلعة ما على شكل
- $$X_d = 20 - P$$

$$X_s = P/2 - 5/2 \quad \text{حيث } X \text{ يمثل } 1000 \text{ وحدة.}$$

- حدد سعر وكمية التوازن.
- اذا فرضت الحكومة سعر بمستوى 10 وحدات نقدية لكل 1000 وحدة ماذا يكون مستوى الطلب؟ ماذا يكون مستوى العرض؟.
- ادرس استقرار التوازن حسب ولراس وحسب مارشل وقارن بين التحليلين.

## V - الاحتكار والمنافسة الاحتكارية

تمثل مؤسسة احتكار بحث اذا وفقط اذا كانت هذه المؤسسة البائع الوحيد في سوق معين. تواجه المؤسسة في منافسة مثلى عدة منافسين داخل السوق بينما تغطي المؤسسة الاحتكارية كل السوق ولا توجد اي منافس. يكون هذا الوصف اقوى نوعا ما من الواقع بحيث ان المؤسسة الاحتكارية تواجه عدة أنواع من المنافسة غير المباشرة.

- يكون المصدر الاول للمنافسة غير المباشرة ممثلا في الصراع العام حول نقود المستهلك، وفي هذا الاطار تكون كل السلع في صراع عام لكسب دخل المستهلك

- يكون المصدر الثاني ممثل في وجود سلع تبادلية حتى ولو كانت هذه السلع تمثل بديل غير كامل.

- أخيرا امكانية دخول مؤسسة جديدة بجانب المؤسسة الاحتكارية تبقى موجودة اذا كان الاحتمال لكسب ربح معتبر موجود .

### تعريف :

يمثل الاحتكار البحث حالة منتج (بائع) وحيد في السوق . تكون المنافسة غير موجودة في هذا السوق ، لكن سلوك المؤسسة الاحتكارية تكون مقيدة بالمنافسة غير المباشرة.



توجد عدة عوامل في انشاء مؤسسة احتكارية او سوق محتكر من طرف مؤسسة وحيدة.

- يكون عامل من العوامل الاساسية ممثل في السيطرة على مواد اولية. المؤسسة التي تسيطر على مواد اولية ستفرض نفسها كمؤسسة احتكارية لمشتري هذه المواد.

- كسب شهادة اختراع في ميدان معين يؤدي كذلك الى امكانية انشاء مؤسسة احتكارية.

- يأتي المصدر الثالث لانشاء احتكار عبر تكاليف انتاج امثل وحجم السوق ، اذا كانت السوق صغيرة نوعا ما ينتظر ان مؤسسة وحيدة قد تكفي لتغطية كل السوق ودخول مؤسسة ثانية قد يؤدي الى خسارة لكلا المؤسستين . يدعى احتكار من هذا النوع بإحتكار طبيعي (كل الخدمات العمومية تكاد ان تمثل احتكارات طبيعية)

- وجود امتياز في السوق يمثل عامل آخر لوجود احتكار. في اغلب الاحيان يأتي الامتياز عبر تعاقد بين مؤسسة عمومية (الحكومة ، البلدية...) ومؤسسة تجارية فيما يخص انتاج او بيع سلعة اوخدمات معينة.

## 1 - الطلب في حالة احتكار :

حيث ان حالة سوق احتكارية تدل على وجود مؤسسة وحيدة او بائع وحيد يمول السوق تكون دالة طلب السوق متماثلة مع دالة الطلب الموجهة نحو المؤسسة وهذا يعني ان المؤسسة تواجه دالة طلب ذات الميل السالب.

اعتبر الجدول التالي (طلب ودخل حدي)

(1) كمية	(2) سعر	(3) دخل كلي	(4) دخل حدي
5	2	10	-
13	1.10	14.30	0.54
23	0.85	19.55	0.52
38	0.69	26.22	0.44
50	0.615	30.75	0.35
60	0.55	33.00	0.23
68	0.50	34.00	0.13
75	0.45	33.75	- 0.03
81	0.40	32.40	- 0.23
86	0.35	30.10	-0.46

### ملاحظات

- تمثل الأعمدة (1) و (2) طلب السوق ، بينما تمثل الأعمدة (3) و (4) الدخل الكلي والدخل الحدي للبائع.
- يصل الدخل الكلي الى اقصاه عندما يساوي الدخل الحدي الصفر.
- عندما يتميز منحنى الطلب بميل سالب يكون ميل الدخل الحدي سالب كذلك ، يكون الدخل الحدي اقل من السعر داخل حدود التعبير.

اخيرا يخضع الفرق ما بين الدخل الحدي والسعر الى مرونة الطلب عبر القانون.

$$Rmg = P (1 + 1/e) \quad e < 0 \quad V-I$$

\* تفسير العلاقة الاخيرة

$$P = f(x) \quad [\text{دالة الطلب}]$$

و

$$f'(x) < 0 \quad [\text{ميل سالب}]$$

$$RT = Px = x f(x)$$

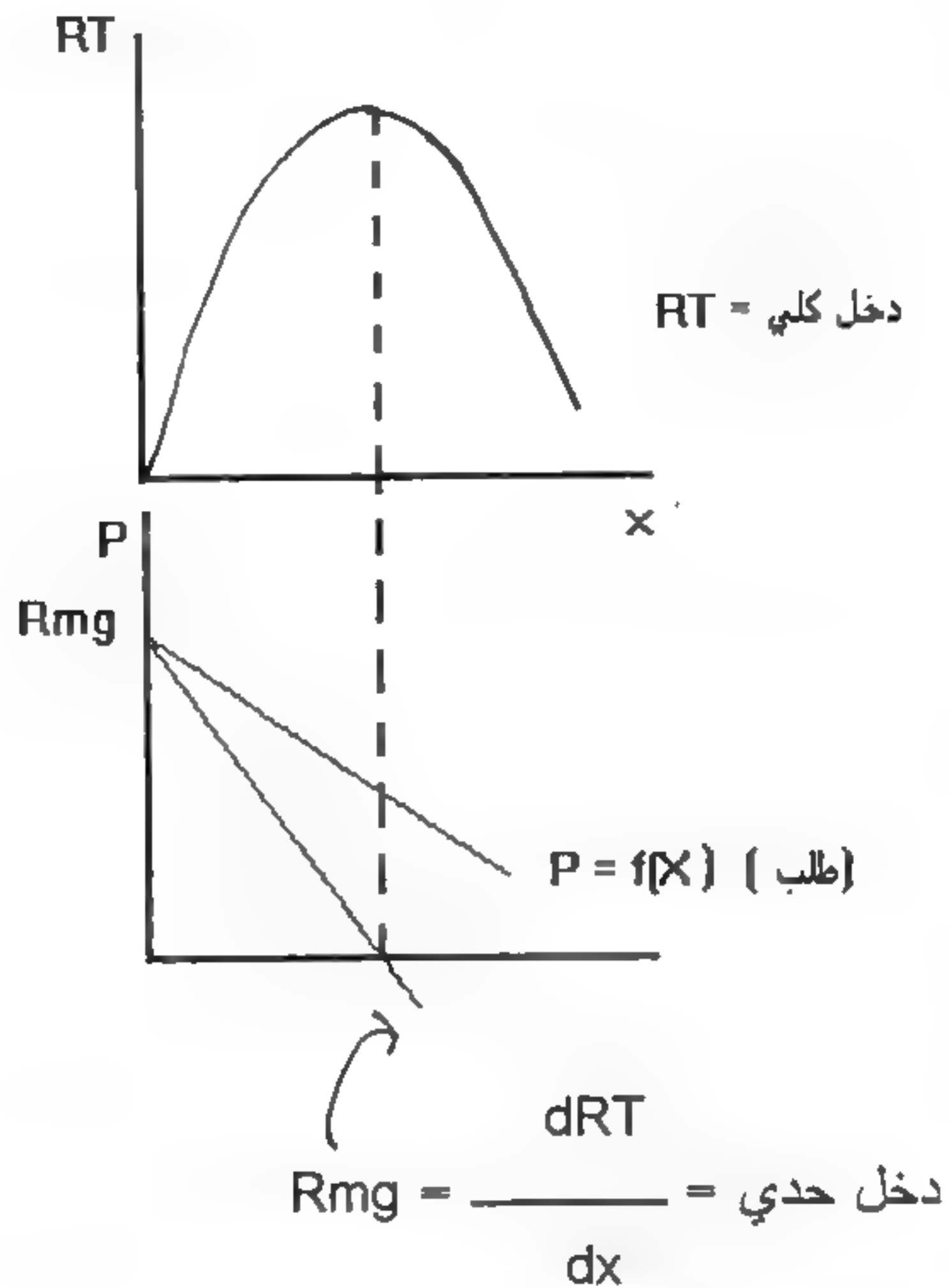
$$Rmg = \frac{d(X f(x))}{dx} = f'(x) + x f''(x)$$

$$= P + x f''(x)$$

$$= P + x dp/dx$$

$$= P (1 + 1/e)$$

تظهر العلاقة بين الطلب ، الدخل الكلي والدخل الحدي في البيانات التالية.



## 2 - التكاليف والعرض في حالة احتكارية :

لقد تكون ظروف التكاليف التي تواجه المؤسسة الاحتكارية متاثلة مع ظروف المنافسة المثلى اي تشتري المؤسسة الاحتكارية عناصر الانتاج في سوق منافسة مثلى، لكن في عدة احيان تستعمل المؤسسة الاحتكارية عناصر خاصة تنتج من طرف مؤسسات قليلة او مؤسسة وحيدة ، وفي هذه الحالة تواجه المؤسسة الاحتكارية دالة عرض (عناصر الانتاج) ذات ميل موجب.

اعتبر الجدول التالي :

التكلفة باحتكار على عناصر الانتاج

(1) وعداد من العنصر المعير	(2) اساح كلي	CF(3)	V (4)	CVT(5)	Dmg(6)	CT(7)	CVM (8)	CTM (9)	Cmg(10)
0	0	10	2	0	-	10	-	-	
1	5	"	2.25	2.25	-	12.25	0.45	2.45	0.45
2	13	"	2.5	5	2.75	15	0.39	1.15	0.34
3	23	"	2.75	8.25	3.25	18.25	0.36	0.80	0.33
4	38	"	3	12	3.75	22	0.32	0.58	0.25
5	50	"	3.25	16.25	4.25	26.25	0.33	0.35	0.35
6	60	"	3.50	21	4.75	31	0.35	0.52	0.48
7	68	"	3.75	26.25	5.25	36.25	0.39	0.53	0.66
8	75	"	4	32	5.75	42	0.43	0.56	0.82
9	81	"	4.25	38.25	6.25	48.25	0.47	0.60	1.04
10	86	"	4.5	45	6.75	55	0.52	0.64	1.35

تواجه المؤسسة الاحتكارية دالة عرض ذات ميل موجب بالنسبة للعنصر المتغير (الاعمدة (1) و (4)) ، بينما يمثل العمود (6) مفهوم الانفاق الحدي للعنصر.

تعريف :

يساوي الانفاق الحدي لعنصر انتاج الزيادة في التكلفة المتغيرة الكلية الناتجة عن استعمال وحدة إضافية من العنصر المتغير في سيرة الانتاج.

### ملاحظة :

يقع منحنى الإنفاق الحدي فوق منحنى عرض عنصر الانتاج ويتميز بميل اكبر.

• تفسير : اعتبر ان دالة العرض للعنصر المتغير تكتب على شكل.

$$r_v = g(V) \quad [g'(V) > 0] \quad V - 2$$

حيث  $r_v$  و  $V$  يدلان على السعر والكمية المعروضة من العنصر.

تكتب التكلفة المتغيرة الكلية (CVT) على شكل

$$CVT = r_v V = V g(V)$$

ويكون الاتفاق الحدي

$$Dmg = \frac{dCVT}{dv} = g(v) + V g'(v) \quad V - 3$$

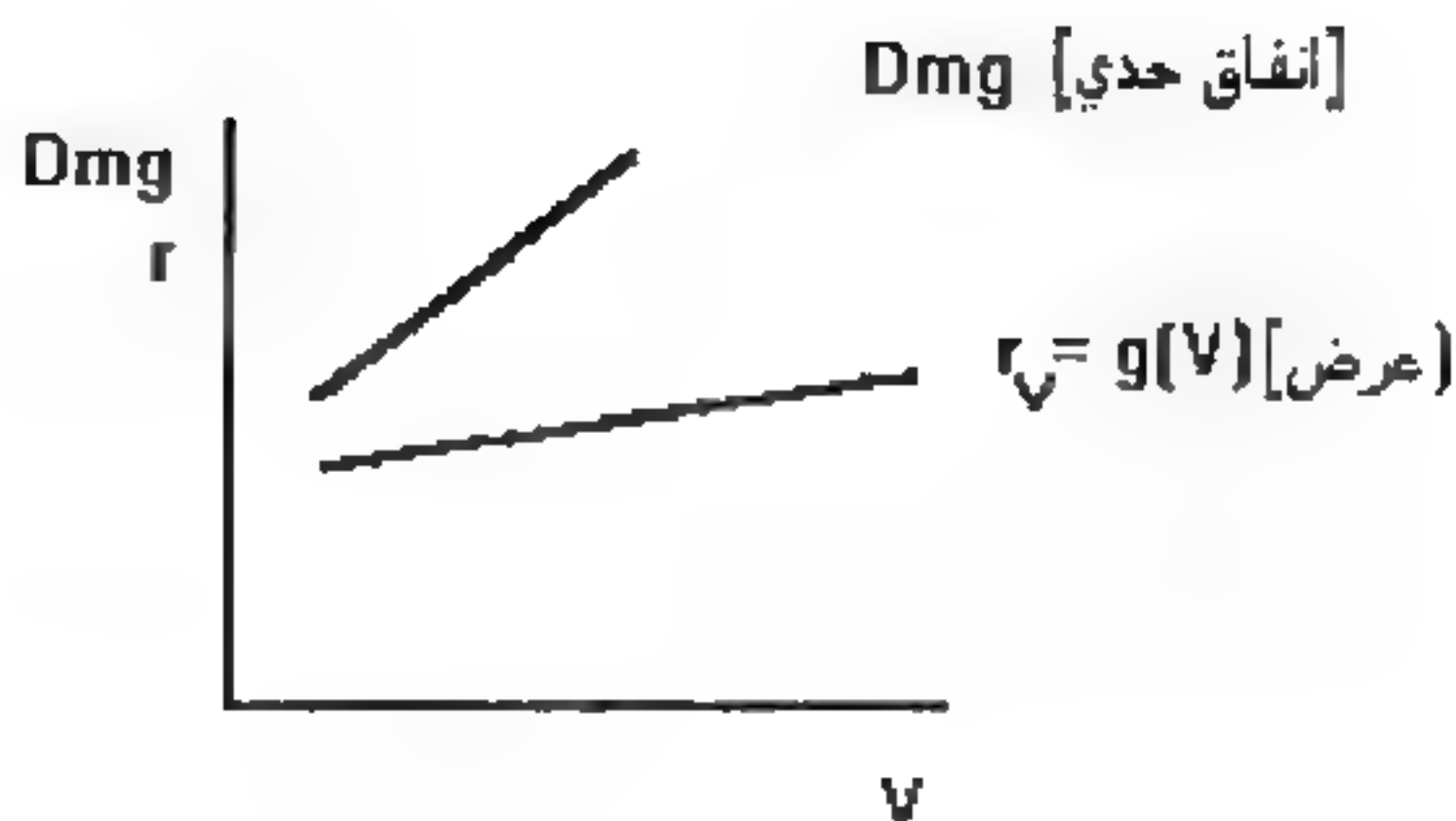
وبحيث ان  $0 < g'(V)$  يقع المنحنى  $Dmg$  فوق منحنى العرض.

يكون ميل منحنى العرض  $g'(V)$  ويكون ميل منحنى الاتفاق الحدي  $(Dmg)$  :

$$\frac{d(Dmg)}{dv} = g'(V) + g'(V) + V g''(V)$$

$$= 2 g'(V) + V g''(V) \quad V-4$$

يكون ميل  $Dmg$  اكبر من ميل منحنى العرض كلما كان  $g''$  يساوي واكبر من الصفر (يكون  $g$  خط او منحنى محدب)



### 3 - توازن المؤسسة الاحتكارية

ينطلق تحليل المنافسة المثلى من فرضيتين أساسيتين :

- يبحث المقاول على اعظم ربح ممكن.
- يكون السوق مميز بحرية تامة (عدم تدخل الحكومة)
- يأخذ تحليل المؤسسة الاحتكارية نفس الاتجاه كمبدأ.

#### 3 - 1 - التوازن في المدى القصير :

تصل المؤسسة الاحتكارية الى توازنها عندما تنتج وتبيع الكمية التي تتميز بأعظم فرق مابين الدخل الكلي والتكلفة الكلية وهذه الاستراتيجية تؤدي الى دراسة التوازن باستعمال مفاهيم الدخل الحدي والتكلفة الحدية.

اعتبر الجدول التالي :

تعظيم الربح عبر مقارنة  $R_{mg}$  و  $C_{mg}$

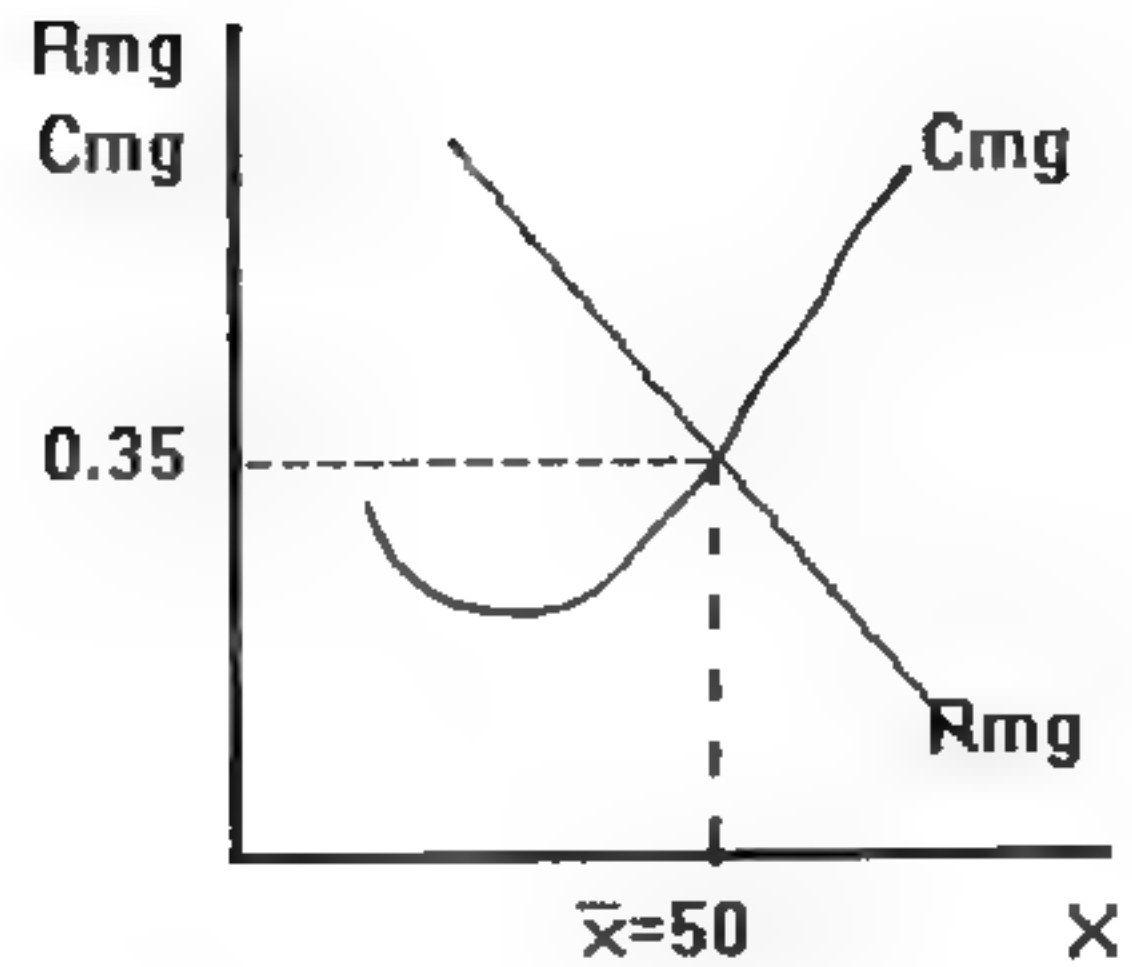
انتاج وبيع	سعر	RT	CT	$R_{mg}$	$C_{mg}$	$\pi$
5	2	10	12.25	-	0.45	-2.25
13	1.10	1430	15	0.54	0.34	-0.70
23	0.85	19.55	18.25	0.52	0.33	+1.30
38	0.69	26.22	22	0.44	0.25	+4.22
50	0.615	30.75	26.25	0.35	0.35	+4.50
30	0.55	33	31	0.23	0.48	+2
68	0.50	34	36.25	0.13	0.66	-2.25
75	0.45	33.75	42	-0.03	0.82	-8.25
81	0.40	32.4	48.25	-0.23	1.04	-15.85
86	0.35	30.10	55	0.46	1.35	-24.90

ملاحظات :

- يتناقص الدخل الحدي تدريجيا بينما تتناقص التكلفة الحدية حتى المستوى 38 وبعد ذلك تتزايد
- يحدث اعظم ربح ممكن في مستوى الانتاج 50 وهذه الحالة توافق تساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية.



نظهر الحالة السابقة على البيان



قانون : تصل المؤسسة الاحتكارية الى توازنها (اعظم ربح او ادنى خسارة) عند تساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية ، تكون إمكانية وجود ربح او خسارة مرتبطة بالعلاقة بين السعر والتكلفة الكلية المتوسطة. باستعمال الوسائل الرياضية تقدم حالة توازن المؤسسة الاحتكارية كالتالي: اعتبر ان دالة الطلب التي تواجه المؤسسة تكتب على شكل :

$$x = g (P)$$

او

$$P = f(x)$$

بينما تكتب دالة التكلفة على شكل

$$C = C (X)$$

يكون ربح المؤسسة الاحتكارية ممثلا في :

$$\pi = RT - CT$$

$$= x \cdot f(x) - C (x)$$

وتكتب شروط المرتبة الاولى لتعظيم الربح على شكل :

$$\frac{d\pi}{dx} \quad f(x) + x f'(x) - C'(x) = 0$$

$$= Rmg - Cmg = 0$$

أو

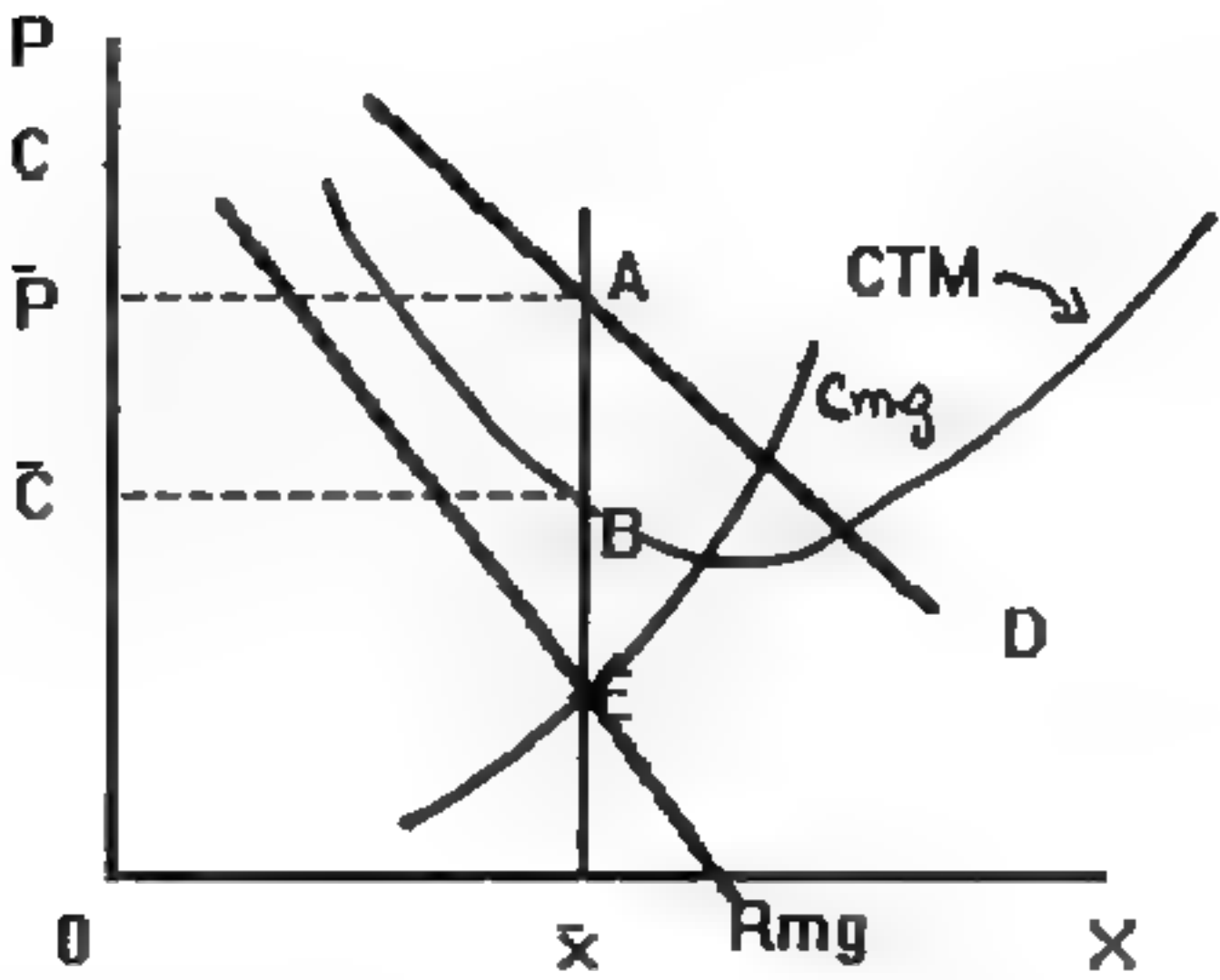
$$Rmg = Cmg \quad V-5$$

يتميز التوازن بتساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية  
تكتب كذلك شروط المرتبة الثانية على شكل :

$$\frac{dRmg}{dx} < \frac{dCmg}{dx} \quad \begin{matrix} R''(x) - C''(x) < 0 \\ \text{أو} \\ V-6 \end{matrix}$$

اي في التوازن يكون ميل منحنى التكلفة الحدية اكبر من ميل منحنى  
الدخل الحدي ويكون هذا الشرط محققا كلما كانت نقطة التقاطع متميزة  
بدخل حدي متناقص وتكلفة حدية متزايدة .

يظهر توازن المؤسسة في البيان التالي :



تمثل النقطة E تساوي التكلفة الحدية والدخل الحدي ، ويلاحظ ان في هذه النقطة

$$R'' < C''$$

تكون الكمية المعروضة ممثلة في  $\bar{x}$  وتباع هذه الكمية (حسب البيان) بالسعر  $\bar{P}$  لكل وحدة. يساوي الدخل الكلي :

$$\begin{aligned} RT &= O\bar{P} \cdot O\bar{x} \\ &= O\bar{P}A\bar{x} \end{aligned}$$

يلاحظ ان انتاج المستوى  $x$  يؤدي الى تكلفة كلية متوسطة بمستوى  $\bar{x}B$  او  $O\bar{C}$  ولذلك تكون التكلفة الكلية :

$$\begin{aligned} CT &= O\bar{C} \cdot O\bar{x} \\ &= O\bar{C}B\bar{x} \end{aligned}$$

اخيرا يكون ربح المؤسسة في المدى القصير :

$$\pi = RT - CT$$

$$= AB\bar{C}\bar{P}$$

مثال : اعتبر ان مؤسسة احتكارية بدالة تكلفة

$$C = 50 + 40x$$

تواجه دالة طلب بالشكل

$$x = 50 - 0.5P$$

او

$$P = 100 - 2x$$

يكون الدخل الكلي ممثلا في :

$$RT = Px = 100x - 2x^2$$

ويؤدي تعظيم الربح الى شروط المرتبة الاولى

$$\frac{d\pi}{dx} = 100 - 4x - 40 = 0$$

و

$$x = 15$$

$$P = 70$$

$$\pi = 400$$

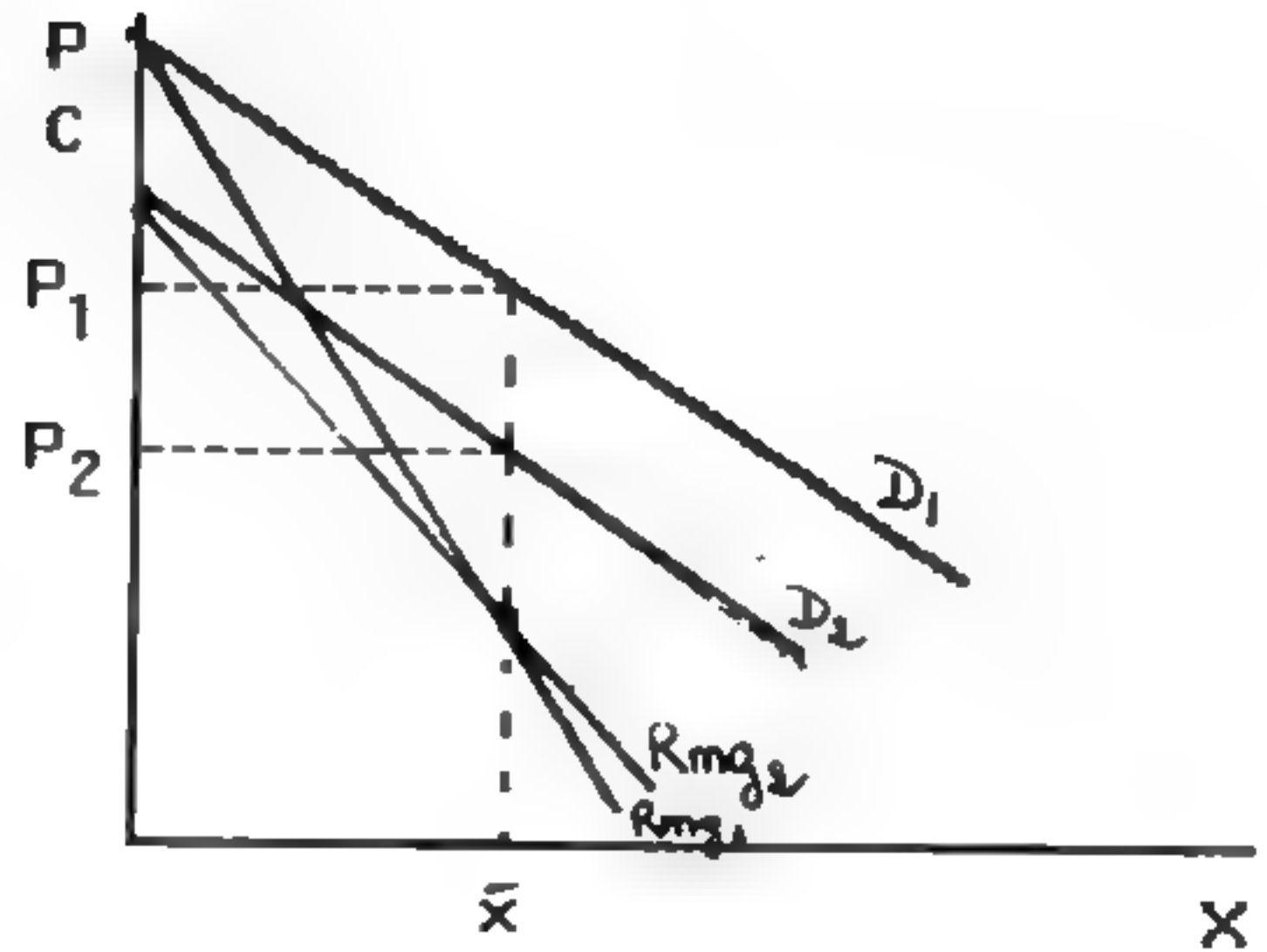
ويلاحظ ان :

$$\frac{dR_{mg}}{dx} = -4 < \frac{dC_{mg}}{dx} = 0$$

### 3 - 2 - عرض المؤسسة الاحتكارية في المدى القصير:

في اطار المنافسة المثلى الكمية المعروضة لا تؤثر على السعر المعطى من طرف السوق بل تنتج المؤسسة المستوى الذي يتميز بتساوي التكلفة الحدية والسعر. لكن فيما يخص سوق احتكارية الكمية المعروضة قد تؤثر مباشرة على سعر السوق عبر دالة الطلب ولذلك تعرض كمية معينة بأسعار مختلفة حسب طلب السوق والدخل الحدي

اعتبر البيان التالي



ملاحظات :

- اذا كانت دالة الطلب ممثلة في  $D_1$  يلاحظ ان المؤسسة تكون في توازن بإنتاج  $\bar{X}$  وبيع هذه الكمية بالسعر الحدودي  $P_1$ .

- إذا كانت دالة الطلب ممثلة في  $D_2$  تتبع المؤسسة نفس الكمية  $\bar{x}$  بالسعر  $P_2$ .

- يكون عرض المؤسسة الاحتكارية مرتبطة بموقع وشكل منحنى الطلب ولذالك يكون غير ممكن تحديد دالة عرض المؤسسة الاحتكارية.

#### 4 - توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى الطويل :

توجد سوق احتكارية إذا وفقط إذا كانت مؤسسة وحيدة تغطي كل السوق. يؤدي هذا التعريف الى عدم امكانية دخول السوق من طرف مؤسسة اخرى.

لذلك مهما كانت نتيجة الانتاج (ربح او خسارة) يكون غير ممكن (مبدائيا) على مؤسسة اخرى ان تدخل السوق لكسب نسبة من الربح البحث وهذه الحالة تؤدي الى النتيجة الهامة.

#### نتيجة :

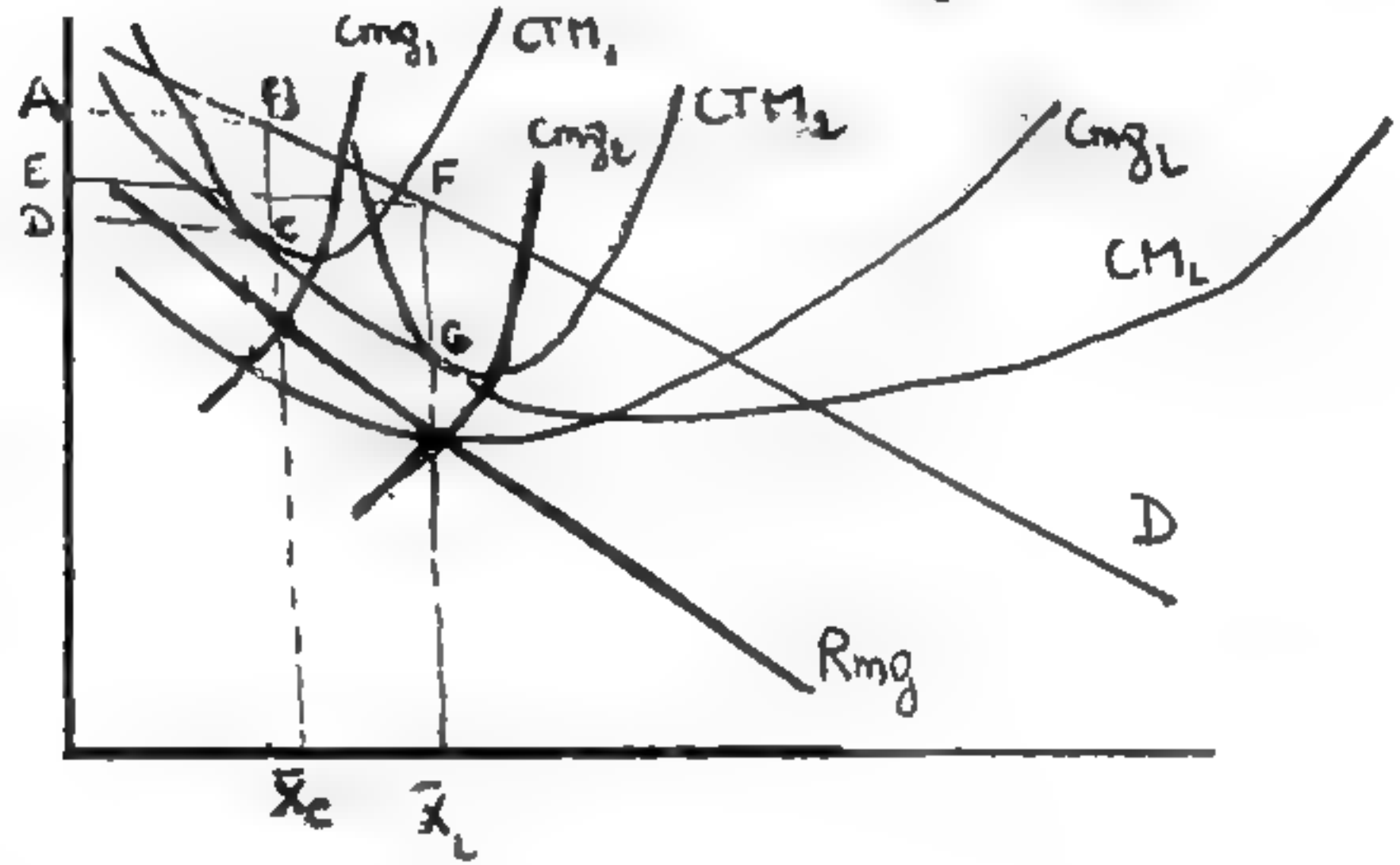
في اطار السوق الاحتكارية يبقى الربح الاقتصادي البحث موجود في المدى الطويل

#### تواجه المؤسسة الاحتكارية حالتين :

- إذا كانت المؤسسة تواجه خسارة ولم تجد الحجم الذي يمكنها من كسب ربح بحث (اولا خسارة على الاقل) تتسحب هذه المؤسسة من السوق.

- إذا كانت المؤسسة تواجه ربح في المدى القصير باستعمال المصنع الأصلي يجب عليها أن تبحث على حجم يساعدها على كسب ربح أكبر.

اعتبر البيان التالي



### ملاحظات :

- تنتج المؤسسة الكمية  $X_c$  باستعمال المصنع (1) ، تكون في توازن حيث انتاج الكمية  $X_c$  يتميز بتساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية في المدى القصير ، (ربح = ABCD) لكن حسب البيان و موقع دالة الطاب تستطيع المؤسسة ان تكسب أكبر ربح ببناء مصنع بحجم (2) و تنتج الكمية  $X_l$  التي تتاسب تساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية في المدى الطويل (ربح = EFGH).

- تكون المؤسسة الاحتكارية في توازن (اعظم ربح ممكن) بانتاج و بيع المستوى الذي يتميز بتساوي التكلفة الحدية في المدى الطويل والدخل الحدي اي في التوازن المدى الطويل..

$$Cmg_L = Rmg = [Cmg_i]$$

حيث  $Cmg_i$  يمثل التكلفة الحدية في المدى القصير للمصنع الامثل.

## 5 - تنبؤات نموذج الاحتكار في حالة ديناميكية :

تقع تغيرات ديناميكية عبر عدة جوانب منها :

- تغير في الطلب

- تغير في التكاليف المختلفة

- فرض ضرائب مختلفة.

- الى غير ذلك

بفرضيات مختلفة يكون نموذج الاحتكار قادر على تقديم تنبؤات حول مسيرة السوق.

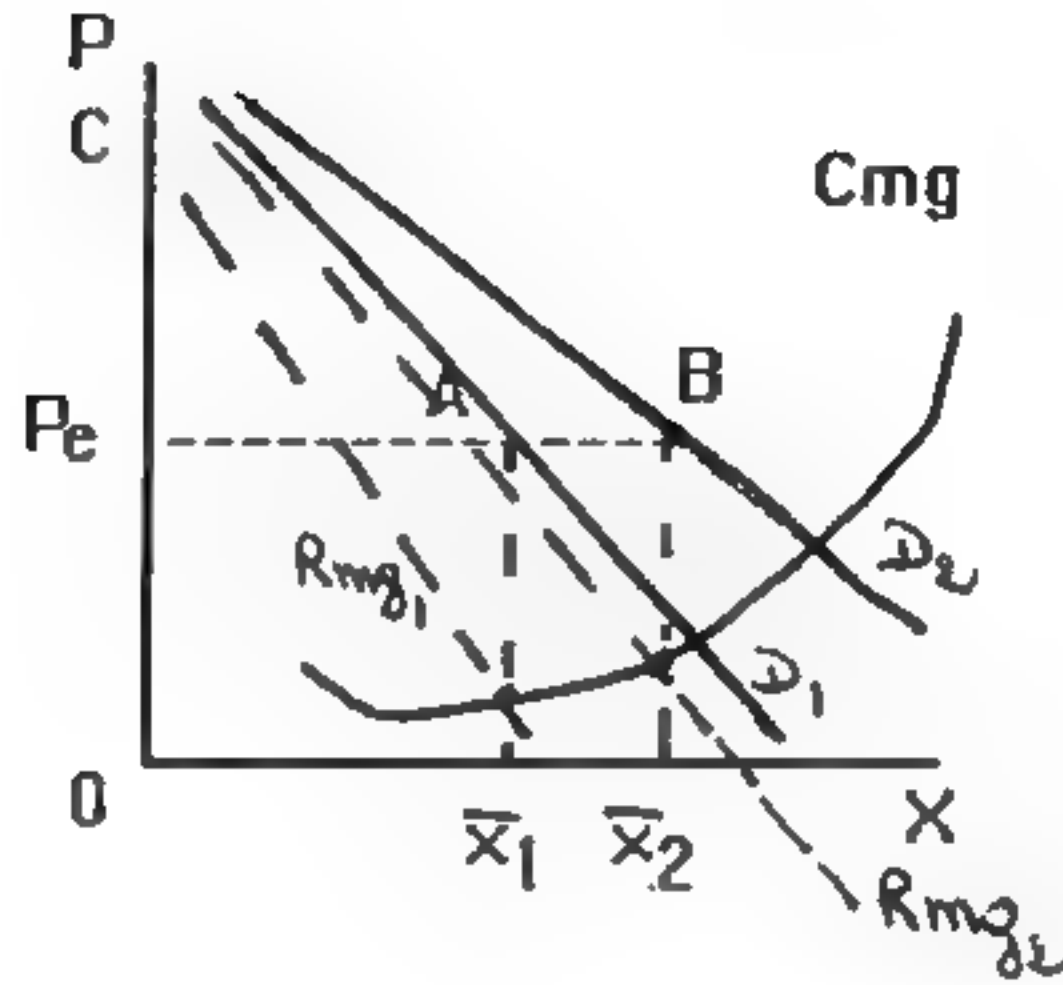
## 5 - 1 - تغير في طلب السوق :

ادت دراسة المناقشة المتلى الى العلاقة بين الازدياد في طلب السوق وارتفاع السعر وكمية التوازن في المدى القصير لكن هذه الحالة لاتحدث أتوماتيكيا فيما يخص سوق الاحتكار بل ازدياد في طلب السوق يؤدي الى كمية توازن اكبر مع سعر اكبر، يساوي او اقل من سعر التوازن الاصلي.



## 5 - 1 - 1 - سعر ثابت :

اعتبر البيان التالي



في البداية تواجه المؤسسة الاحتكارية دالة الطلب  $D_1$  ويؤدي تساوي التكلفة الحدية والدخل الحدي الى انتاج الكمية  $X_1$  وبيعها بالسعر  $P_e$  يكون سعر وكمية التوازن ممثلان في الزوج  $(P_e, \bar{X}_1)$  .

إذا انتقلت دالة الطلب الى  $D_2$  تتغير الكمية المعروضة من  $\bar{X}_1$  الى  $\bar{X}_2$  لكن حسب البيان يكون سعر التوازن دائما في المستوى  $P_e$  ولذلك تكون سعر وكمية التوازن ممثلان في الزوج  $(P_e, \bar{X}_2)$  .

ملاحظة :

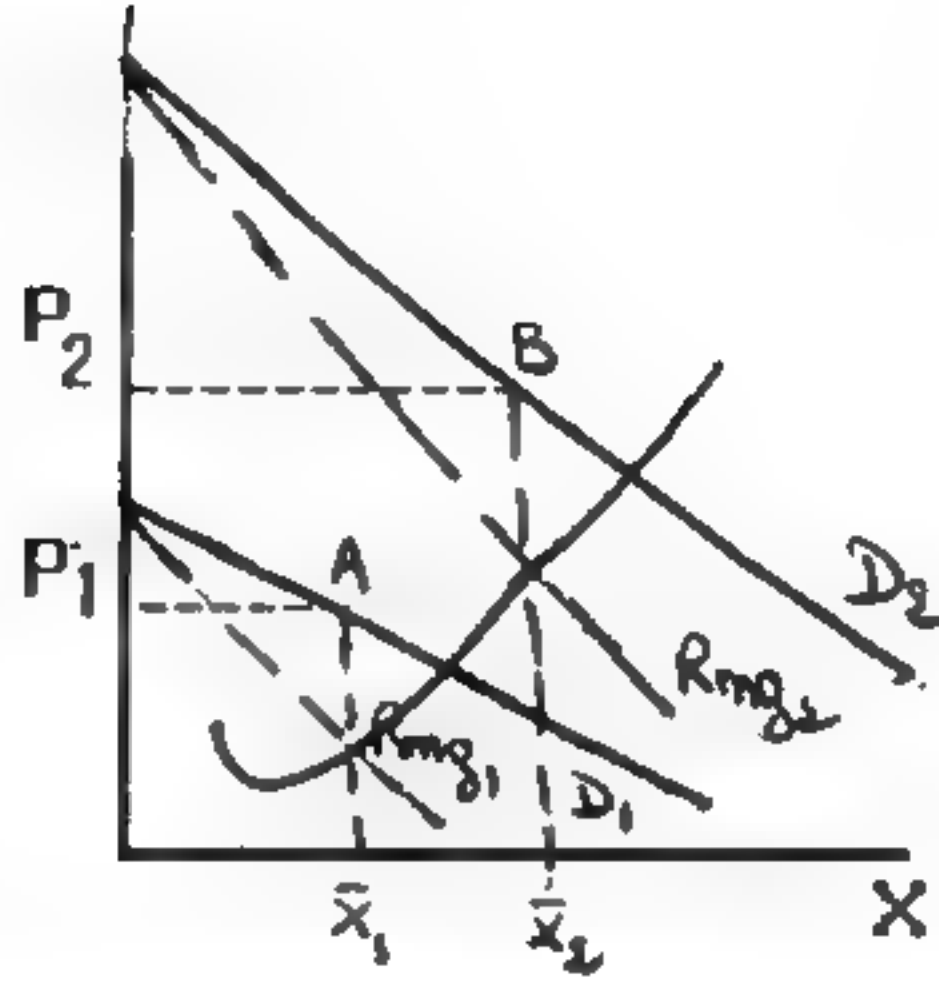
يكون الدخل الكلي في الحالة الثانية اكبر من الدخل في الحالة

الاولى

$$OP_eA\bar{X}_1 < OP_eB\bar{X}_2$$

## 5 - 1 - 2 - ارتفاع السعر :

اعتبر البيان التالي



في البداية تكون المؤسسة في توازن عندما تنتج الكمية  $\bar{X}_1$  وتبيعها بالسعر

$P_1$  يكون سعر وكمية التوازن ممثلان في الزوج  $(P_1, \bar{X}_1)$

إذا انتقلت دالة الطلب الى  $D_2$  تصل المؤسسة الى التوازن بعرض الكمية

$\bar{X}_2$  وبيعها بالسعر  $P_2$

ملاحظة :

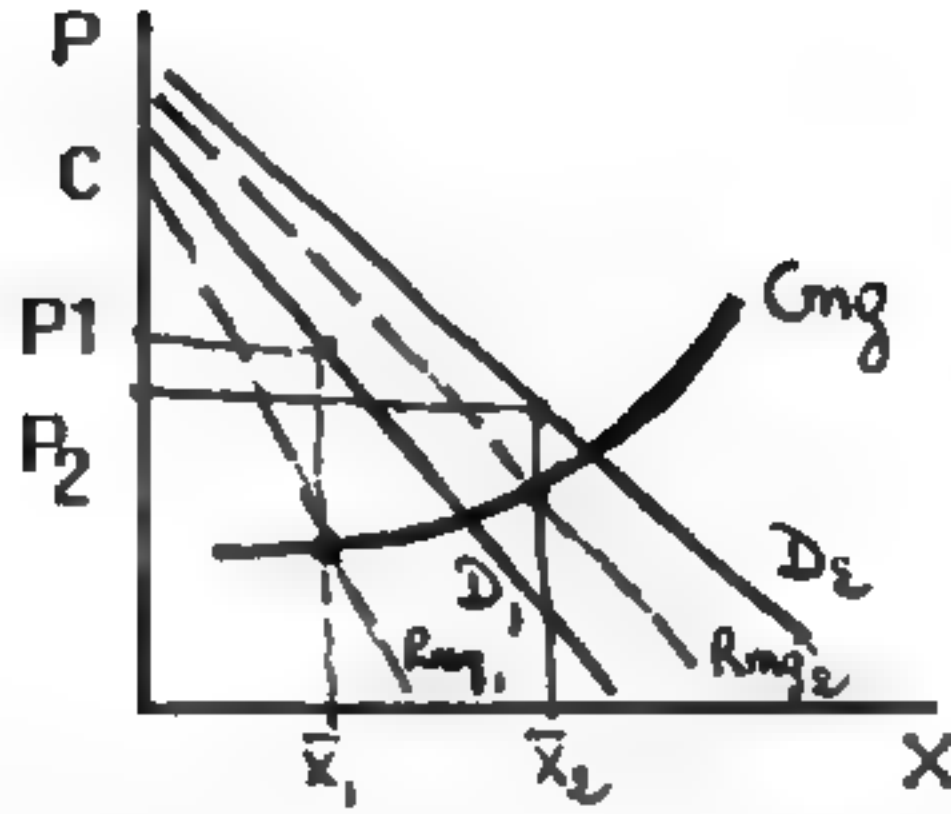
يكون التوازن الجديد ممثل في سعر اكبر وكمية اكبر.

تتحصل المؤسسة على دخل كلي اكبر في الحالة الثانية .

$$OP_1A\bar{X}_1 < OP_2B\bar{X}_2$$

### 5 - 1 - 3 - انخفاض السعر

اعتبر البيان التالي



تكون المؤسسة في توازن بالزوج  $(P_1, \bar{X}_1)$  وارتفاع منحنى الطلب من  $D_1$  الى  $D_2$  سوف يؤدي الى توازن بالزوج  $(P_2, \bar{X}_2)$ . يلاحظ ان التوازن الجديد يتميز بسعر منخفض وكمية اكبر.

#### ملاحظة :

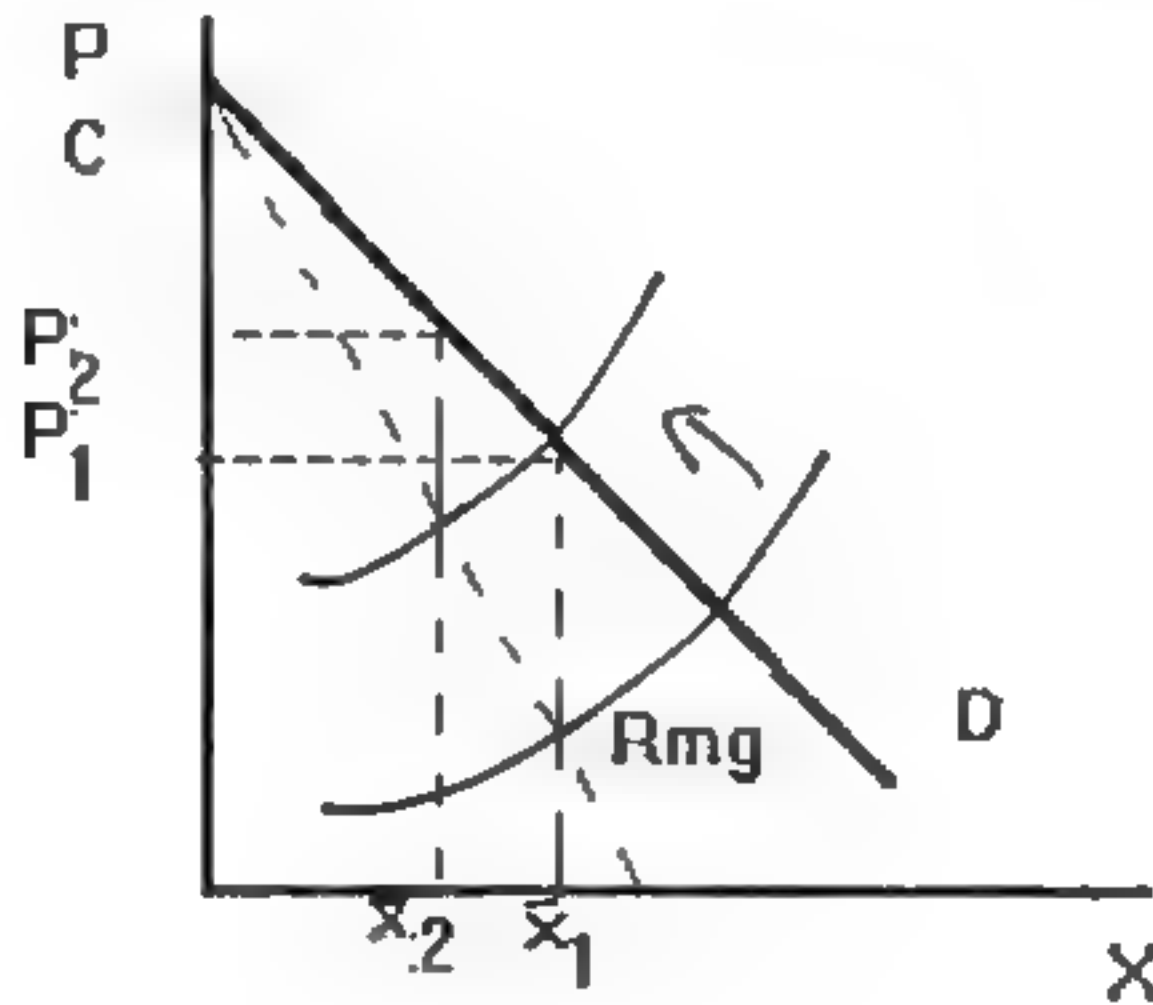
يكون اثر تغير الطلب مرتبط بقوة انتقال منحنى الطلب والمرونة المباشرة للطلب.

اذا كان المنحنى الجديد فوق المنحنى الاصلي وكان يتميز بمرونة كبيرة نوعا ما (في مستوى السعر الاصلي) فيكون مفضل للمؤسسة الاحتكارية ان ترفع انتاجها وتبيعه بسعر اقل.

## 5 - 2 - ازدياد في تكاليف المؤسسة الاحتكارية :

يأخذ تحليل الازدياد في التكاليف المختلفة نفس الصيغة التي وجهت في إطار المناقشة المثلى . إذا ازدادت التكلفة الثابتة يبقى التوازن في المدى القصير بدون تغير حيث التكلفة الحدية ، والطلب الموجه نحو المؤسسة لم يتغير طالما كان الازدياد في التكلفة الثابتة مغطى بأرباح بحثة يبقى توازن المؤسسة في المدة الطويل بدون تغيير ، في الحالة المعاكسة تغلق المؤسسة ابوابها.

إذا ازدادت التكاليف المتغيرة (رفع في الاجور مثلا) ينتقل منحنى التكلفة الحدية الى الشمال الغربي وهذا يؤدي الى ارتفاع السعر وانخفاض الكمية المعروضة اي بيانيا :



### 5 - 3 - اثر ضرائب مختلفة على توازن المؤسسة :

#### - ضريبة اجمالية :

يكون اثر ضريبة اجمالية متماثلا مع اثر ازدياد في التكلفة الثابتة (نقطة التوازن تبقى ثابتة في المدى القصير)

#### - ضريبة على الربح

بوجود ضريبة على الربح يكتب هذا الاخير على شكل :

$$\begin{aligned}\Pi &= RT(x) - C(x) - t [RT(x) - C(x)] \\ &= (1 - t) [RT(x) - C(x)]\end{aligned}$$

ويؤدي تعظيم الربح الى :

$$\frac{d\Pi}{dx} = [1 - t] \left[ \frac{dRT}{dx} - \frac{dC}{dx} \right] = 0$$

او

$$R_{mg} = C_{mg}$$

#### نتيجة:

لا تتأثر نقطة التوازن في المدى القصير.

#### - ضريبة خاصة :

اذا كانت المؤسسة الاحتكارية تواجه ضريبة خاصة تكتب دالة الربح على شكل :

$$P = RT(x) - C(x) - tx$$

حيث  $t$  يمثل معدل الضريبة ، ويؤدي تعظيم الربح الى :

$$\frac{d\Pi}{dx} = RT'(x) - C'(x) - t = 0$$

او

$$R_{mg} = C_{mg} + t \qquad V - 7$$

نتيجة :

تصل المؤسسة الى التوازن عند تساوي الداخل الحدي والتكلفة الحدية زائد معدل الضريبة.

ملاحظة :

بأخذ التفاضل الكلي لشروط المرتبة الاولى يمكن كتابة :

$$RT''(x)dx = C''(x)dx + dt$$

و

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{RT''(x) - C''(x)}$$

بما ان  $RT''(x) - C''(x) < 0$  (شروط المرتبة الثانية) ينخفض مستوى انتاج التوازن كلما ازداد معدل الضريبة.

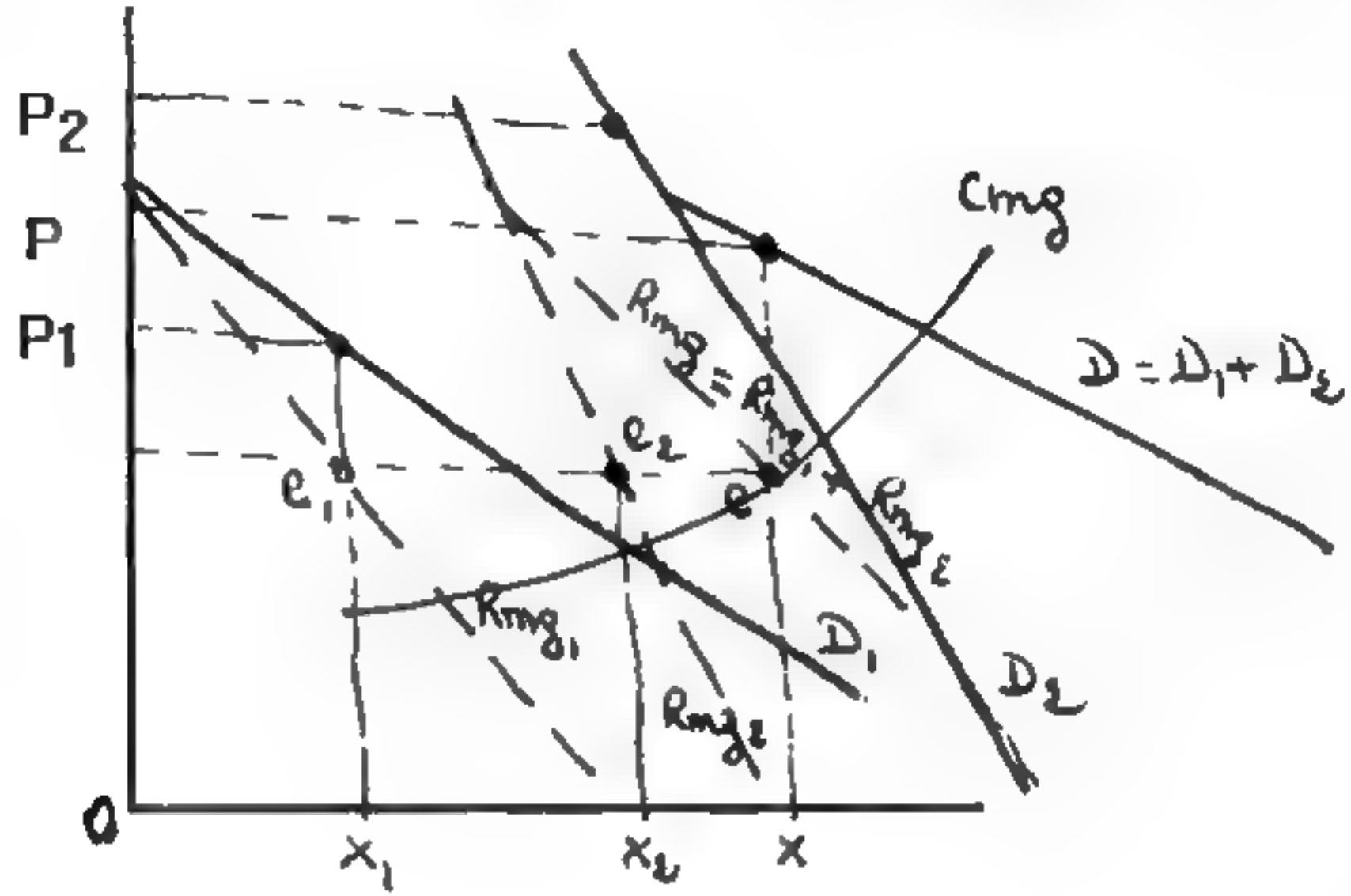
## 6 - توازن المؤسسة عبر استراتيجيات مختلفة :

على العموم ينتظر ان تطبق المؤسسة الاحتكارية الاستراتيجية العادية التي تحتوي على انتاج مستوى يتميز بتساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية لكن في بعض الحالات مظاهر معينة قد تؤدي المؤسسة الاحتكارية الى تطبيق استراتيجيات افضل فيما يخص كسب الربح الاعظم.

### 6 - 1 - التمييز في الاسعار :

يقع التمييز في الاسعار عندما يباع نفس المنتج بأسعار مختلفة لمشتريين مختلفين. وتحدث هذه الظاهرة عندما تمول المؤسسة عدة اسواق لها دوال طلب مختلفة وتكون هذه الاسواق بدون علاقة مع بعضها البعض ببيع نفس المنتج بأسعار مختلفة تحصل المؤسسة الاحتكارية على ربح اكبر من الربح الذي تحصل عليه اذا باعت كل المنتج بنفس السعر.

اعتبر ان المؤسسة تمول سوقين ويتميز كل سوق بمنحنى طلب خاص (مرونة مختلفة) ، تظهر هذه الحالة في البيان التالي :



تمثل  $D_2$  و  $D_1$  منحنيات الطلب للسوقين (1) و (2) تكون مرونة الطلب في السوق (1) اكبر من مرونة الطلب في السوق (2) لاي سعر .  
يكون منحنى الطلب الكلي  $D$  عبارة عن الجمع الافقي للمنحنيات  $D_2$  و  $D_1$  كما يمثل منحنى الدخل الحدي الاجمالي  $Rmg$  جمع المنحنيات  $Rmg_1$  و  $Rmg_2$  .

تكون الكمية الاجمالية التي يجب انتاجها محدودة بتقاطع منحنيات التكلفة الحدية والدخل الحدي الاجمالي اي في مستوى النقطة  $e$  ، ويكون مستوى الانتاج الكلي  $OX$  .

بدون تمييز تكون المؤسسة في توازن عندما تنتج  $OX$  وتبيعه بسعر وحدوي  $OP$  .

لكن اذا ارادت ان تميز بين الاسواق سوف تتحصل على اكثر دخل عندما تساوي الدخل الحدي في كل سوق مع التكلفة الحدية اي حسب البيان :



تبيع  $Ox_1$  بالسعر  $P_1$  في السوق (1) وتبيع  $Ox_2$  بالسعر  $P_2$  في السوق (2) ، والنقاط  $e_1$  و  $e_2$  تحقق تساوي الدخل الحدي في كل سوق والتكلفة الحدية ، ويحدث التوازن عندما :

$$Rmg_1 = Rmg_2 = Cmg [= Rmg]$$

قد تحلل الظاهرة السابقة عبر التحليل التالي :  
اعتبر ان مؤسسة احتكارية تواجه دالة الطلب الاجمالي

$$P = f(X)$$

وتكون منحنيات طلب الاسواق (1) و (2)

$$P_1 = f_1(x_1)$$

$$P_2 = f_2(x_2)$$

وتكتب دالة التكلفة على شكل :

$$C = C(X) = C(x_1 + x_2)$$

يكون هدف المؤسسة ممثل في :

$$\text{Max } \Pi = R_1 + R_2 - C$$

وتكتب شروط المرتبة الاولى :

$$\Pi_1 = \frac{\delta \Pi}{\delta x_1} = \frac{\delta R_1}{\delta x_1} - \frac{\delta C}{\delta x_1} = 0 \longrightarrow Rmg_1 = Cmg_1$$

$$\Pi_2 = \frac{\delta \Pi}{\delta x_2} = \frac{\delta R_2}{\delta x_2} - \frac{\delta C}{\delta x_2} = 0 \longrightarrow Rmg_2 = Cmg_2$$

لكن

$$Cmg_1 = Cmg_2 = Cmg = \frac{dC}{dX}$$

لذلك

$$Rmg_1 = Rmg_2 = Cmg \qquad V - 8$$

وتكتب شروط المرتبة الثانية

$$\frac{d^2R_1}{dx^2_1} < \frac{d^2C}{dX^2} \quad \text{و} \quad \frac{d^2R_2}{dx^2_2} < \frac{d^2C}{dX^2}$$

(ميل  $Rmg_1$  وميل  $Rmg_2$  > ميل  $Cmg$ )

مثال : اعتبر ان دوال الطلب في السوقين (1) و (2) تكتب على شكل :

$$x_1 = - (1/8) P_1 + 4 \qquad [P_1 = - 8x_1 + 32]$$

$$x_2 = - (1/10) P_2 + 2 \qquad [P_2 = - 10x_2 + 20]$$

يكون الطلب الاجمالي

$$X = -(1/8) P + 4 \qquad [20 < P < 32]$$

$$X = -(18/80) P + 6 \qquad [ P < 20]$$

تكتب دالة التكلفة الكلية على شكل

$$C(x) = 15x - 6x^2 + x^3$$

بحيث ان المؤسسة تكون في توازن عندما تنتج لمستوى يتميز بتساوي  
الدخل الحدي والتكلفة الحدية اي :

$$R_{mg} = C_{mg}$$

$$- \frac{160}{18} x + \frac{480}{18} = 15 - 12x + 3x^2$$

يؤدي حل المعادلة الى :

$$X = 2,55$$

وفي هذه النقطة تحقق المعادلة التالية

$$R_{mg} = C_{mg} = 3,93$$

قد توزع المؤسسة إنتاجها على السوقين حسب الشروط :

$$R_{mg_1} = C_{mg}$$

$$R_{mg_2} = C_{mg}$$

اي

$$-16x_1 + 32 = 3,93$$

$$-20x_2 + 20 = 3,93$$

$$x_1 = 1.75$$

$$x_2 = 0.80$$

$$x_1 + x_2 = X \quad \text{ملاحظة :}$$

وتكون الاسعار السائدة في كل سوق

$$P_1 = 17,96$$

$$P_2 = 11,96$$

ويكون الربح الاجمالي

$$\Pi = 25,188$$

ملاحظة : بدون تمييز يكون ربح المؤسسة

$$\Pi = 23,185$$

تكتب مروّنات الطلب

$$e_1 = \frac{dx_1}{dP_1} \cdot \frac{P_1}{x_1} = - 1,28$$

$$e_2 = \frac{dx_2}{dP_2} \cdot \frac{P_2}{x_2} = - 1.49$$

$$|e_1| < |e_2|$$

ملاحظة :

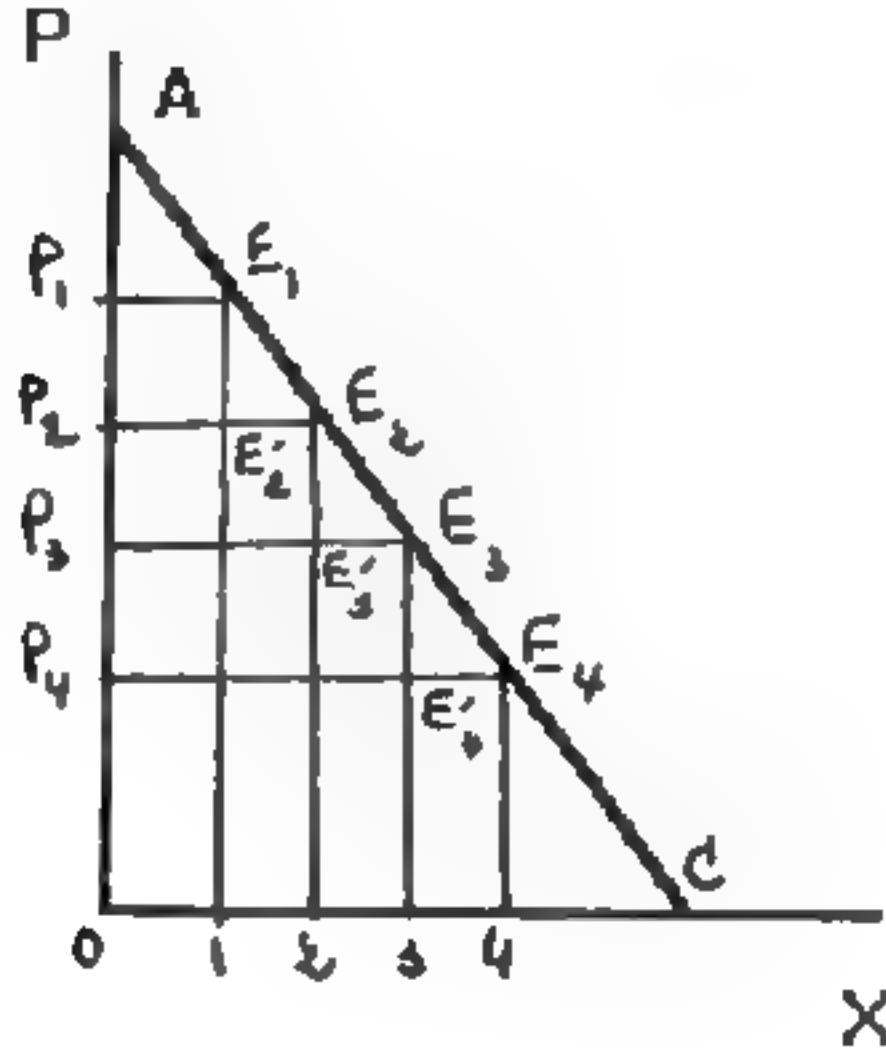
السوق التي يتميز بأكبر مرونة تواجه سعر اصغر

6 - 2 - أخذ فائض المستهلك كهدف.

في الحالة العامة يحدث التمييز في الاسعار عندما تحدد المؤسسة الاحتكارية عدة اسعار حسب الاسواق ، يحدث نوع آخر من التمييز عندما تحدد المؤسسة الاحتكارية عدة اسعار ، في نفس السوق ولنفس المستهلك.

تستطيع مثلا المؤسسة الاحتكارية ان تحدد سعر اكبر للوحدات الاولى من السلعة المباعة وتخفيض السعر بعد مستوى معين .

اعتبر البيان التالي



يمثل المنحنى AC منحنى طلب مستهلك معين.

حسب البيان يكون المستهلك مستعد لشراء وحدة واحدة من  $X$  بالسعر  $P_1$

وهذا يعني ان المستهلك يقدر الوحدة الاولى من  $X$  بالمستطيل  $OIE_1P_1$  .

كذلك تقدر الوحدة الثانية من  $X$  بالمستطيل  $12E_2E'_2$  باستعمال هذه

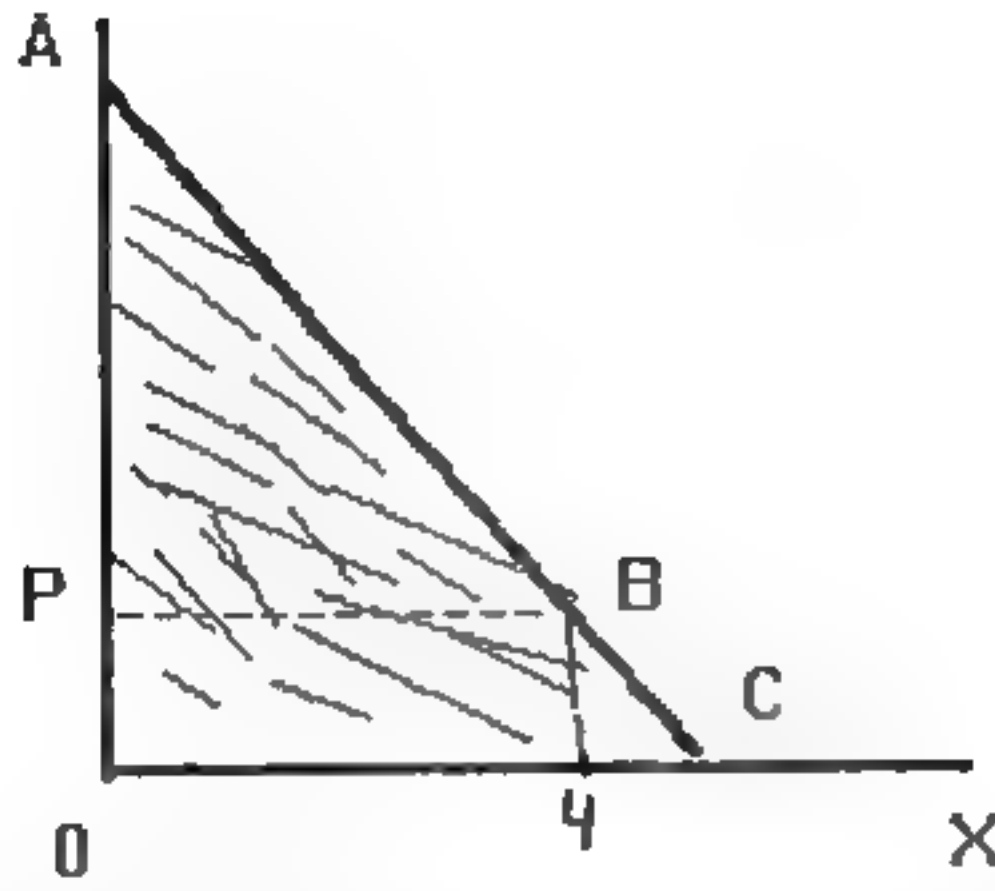
الطريقة تقدر القيمة الاجمالية لاربعة وحدات من  $X$  بجمع المستطيلات :

$$OIE_1P'_1 + 12E_2E'_2 + 23E_3E'_3 + 34E_4E'_4$$

واذا اعتبر أن السلعة  $X$  قد تقسم الى أجزاء جد صغير تقدر قيمة ما يعادل

اربعة وحدات من  $X$  بالمساحة التي توجد تحت منحنى الطلب AC حتى

النقطة 4. أي بيانيا :



اعتبر الآن ان المؤسسة الاحتكارية تحدد السعر  $P_4$  كسعر السلعة مهما كانت الكمية المباعة بالسعر  $P_4$  يشتري المستهلك اربعة وحدات من السلعة  $X$  وينفق القيمة  $OPB_4$  (البيان السابق) لكن حسب البيان كان المستهلك مستعد لانفاق القيمة  $OAB_4$  للحصول على اربعة وحدات من  $X$ .

#### تعريف :

يدعى الفرق بين الانفاق الحقيقي  $OPB_4$  والقيمة التي كان المستهلك مستعد لانفاقها  $OAB_4$  بفائض المستهلك  $(PAB)$  .

#### ملاحظة :

يعرف فائض المستهلك بفرضية عدم انتقال دالة الطلب بعد شراء الوحدات الاولى.

اذا كان ممكن للمؤسسة الاحتكارية ان تعرف بدقة منحنى طلب المستهلك تستطيع استعمال استراتيجية ملائمة حتى تحصل على كل او نسبة من فائض المستهلك.

تكون استراتيجية اخذ فائض المستهلك مستعملة في عدة مجالات وخاصة من طرف "المساحات الكبرى".

#### 7 - مؤسسة احتكارية بعدة مصانع :

تكاد المؤسسة الاحتكارية ان تنتج منتوجها في عدة مصانع تتميز بتكاليف مختلفة.

اعتبر الجدول التالي

#### توازن مؤسسة احتكارية بمصنعين

انتاج وبيع	سعر	Rmg	Cmg1	Cmg2	Cmg
1	5	-	1.92	2.04	1.92
2	4.5	4.00	2.00	2.14	2.00
3	4.10	3.30	2.08	2.24	2.04
4	3.80	2.90	2.16	2.34	2.08
5	3.55	2.55	2.24	2.44	2.14
6	3.25	2.35	2.32	2.54	2.16
7	3.20	2.30	2.40	2.64	2.24
8	3.08	2.24	2.48	2.74	2.24
9	2.98	2.18	2.56	2.84	2.32
10	2.89	2.08	2.64	2.94	2.34

تكون المؤسسة في توازن عندما تنتج الكمية 8 بتكلفة حدية متساوية في كلا المصنعين مع الدخل الحدي للمؤسسة.

ملاحظة :

1	لانتاج الوحدة الاولى يستعمل المصنع
1	" " الثانية "
2	" " الثالثة "

الى غير ذلك

تحلل الظاهرة السابق بإستعمال الوسائل الرياضية كالتالي :  
اعتبر ان المؤسسة الاحتكارية تملك مصنعين وتواجه دالة الطلب.

$$P = f(X) = f(x_1 + x_2)$$

تكون دوال التكلفة في المصنعين

$$C_1 = f_1(x_1)$$

$$C_2 = f_2(x_2)$$

تنوي المؤسسة الاحتكارية تعظيم الربح عبر الانتاج في كلا المصنعين  
أي:

$$\text{Max } \Pi = R - C_1 - C_2$$

تؤدي شروط المرتبة الاولى الى :

$$\Pi_1 = \frac{\delta \Pi}{\delta x_1} = \frac{\delta R}{\delta x_1} - \frac{\delta C_1}{\delta x_1} = 0 \longrightarrow Rmg_1 = Cmg_1$$

$$\Pi_2 = \frac{\delta \Pi}{\delta x_2} = \frac{\delta R_1}{\delta x_2} - \frac{\delta C_2}{\delta x_2} = 0 \longrightarrow Rmg_2 = Cmg_2$$



لكن

$$Rmg_1 = Rmg_2 = Rmg$$

حيث كل وحدة من السلعة المتجانسة تباع بنفس السعر وتقدم نفس الدخل الحدي مهما كان المصنع الذي ينتجها.

لذلك تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين الدخل الحدي والتكاليف الحدية الكمرتبطة بكل المصنعين أي في التوازن تحقق المعادلة التالية :

$$Rmg = Cmg_1 = Cmg_2 \quad V - 9$$

تكتب شروط المرتبة الثانية على شكل :

$$H_1 = R'' - C''_1 < 0$$

و

$$H_2 = \begin{vmatrix} R'' - C''_1 & R'' \\ R'' & R'' - C''_2 \end{vmatrix} > 0$$

ويعني تحقيق شروط المرتبة الثانية ان في التوازن تكون التكلفة الحدية في كل مصنع في تزايد أكبر عن الدخل الحدي المشترك للإنتاج ككل.

مثال : تواجه مؤسسة احتكارية دالة الطلب :

$$X = 200 - 2P$$

أو

$$P = 100 - 0.5 X$$

وتقدر التكلفة الكلية في كل مصنع على شكل :

$$C_1 = 10 x_1$$

$$C_2 = 0.25 x_2^2$$

يؤدي تعظيم الربح الى :

$$\Pi_1 = \frac{\delta \Pi}{\delta x_2} = 100 - X - 10 = 0$$

$$\Pi_2 = \frac{\delta \Pi}{\delta x_2} = 100 - X - 0.5x_2 = 0$$

ويؤدي حل جملة المعادلات الى :

$$x_1 = 70$$

$$x_2 = 20$$

$$P = 55$$

$$\Pi = 3525$$

ملاحظة : انطلاقا من شروط المرتبة الاولى يمكن كتابة

$$100 - x_1 - x_2 = 10$$

$$100 - x_1 - x_2 = 0.5x_2$$

او

$$Rmg = Cmg_1$$

$$Rmg = Cmg_2$$

## 8 - المنافسة الاحتكارية

ظهرت نظرية المنافسة الاحتكارية (1930) بعدما لوحظ ان نماذج المنافسة المثلة والاحتكار تمثل حالات متطرفة بالمقارنة مع الواقع الاقتصادي، وللاقترب من هذا الواقع الغيت عدة فرضيات منها :

- تجانس السلعة

- عدم وجود منافسة مباشرة بين الاعوان الاقتصاديين.

- وجود مؤسسة فريدة لتمويل سوق معين الى غير ذلك.

بعد التخلي عن بعض الفرضيات المناسبة للمنافسة المثلة والاحتكار قدمت دراسة منافسة للواقع الاقتصادي (الرأسمالي) ولهذا الغرض قدم "شبارلين" نموذجه للمنافسة الاحتكارية.

## 8 - 1 - فرضيات نموذج شنبارلين :

يمكن تلخيص فرضيات النموذج في النقاط التالية :

- وجود عدة بائعين وعدة مشترين.
- وجود فرق بين السلع ولو كانت سلع تبادلية.
- حرية الدخول والخروج من السوق.
- تعظيم الربح يكون هدف المؤسسة.
- اسعار عناصر الانتاج والتكنولوجيا تكون معطاة.
- تتصرف المؤسسة كأنها تعرف منحنيات التكاليف والطلب بدقة .
- يكون لالمدى الطويل ممثلا في عدة فترات قصيرة وهذه الفترات تكون مستقلة عن بعضها البعض.
- اخيرا يفترض شنبارلين ان منحنيات التكلفة والطلب تكون متماثلة عبر مجموعة المؤسسات المدروسة، هذا يعني ان تفاصيل المستهلكين قد توزع بنفس النسبة على كل البائعين وأن كل المؤسسات تواجه نفس التكاليف رغم الفرق بين السلع المباعة.

يفترض كذلك شنبارلين ان التكاليف المختلفة ( $C_{mg}$ ,  $C_{VM}$ ,  $C_{TM}$ ) تأخذ نفس الشكل كتكاليف نموذج المنافسة المثلى ( $U$ ).  
ويضيف شنبارلين مفهوم جديد يدعى بتكلفة البيع (الاشهار خاصة) بإضافة تكلفة البيع، تنوي المؤسسة الى تدعيم الفرق بين منتوجاتها ومنتوجات المؤسسات الاخرى، يأخذ منحنى تكلفة البيع الشكل  $U$  كذلك .

## - فرضيات خاصة لنموذج شنبارلين.

- تكون التفرقة في المنتج مصدر او أساس ادخال منحني طلب بميل سالب .

يكون الطلب على منتج مؤسسة ما مرتبط بعدة عوامل منها :

- سياسة السعر.

- شكل المنتج.

- الخدمات الموفرة في بيع المنتج

- الاشهار

- الى غير ذلك

اخيرا يكون اثر التفرقة في المنتج ممثلا في وجود حرية نسبية للمؤسسة في تحديد السعر الذي تبيع به منتجاتها وهذا يعني ان لدى المؤسسة نوع من السلطة الاحتكارية في تصرفاتها.

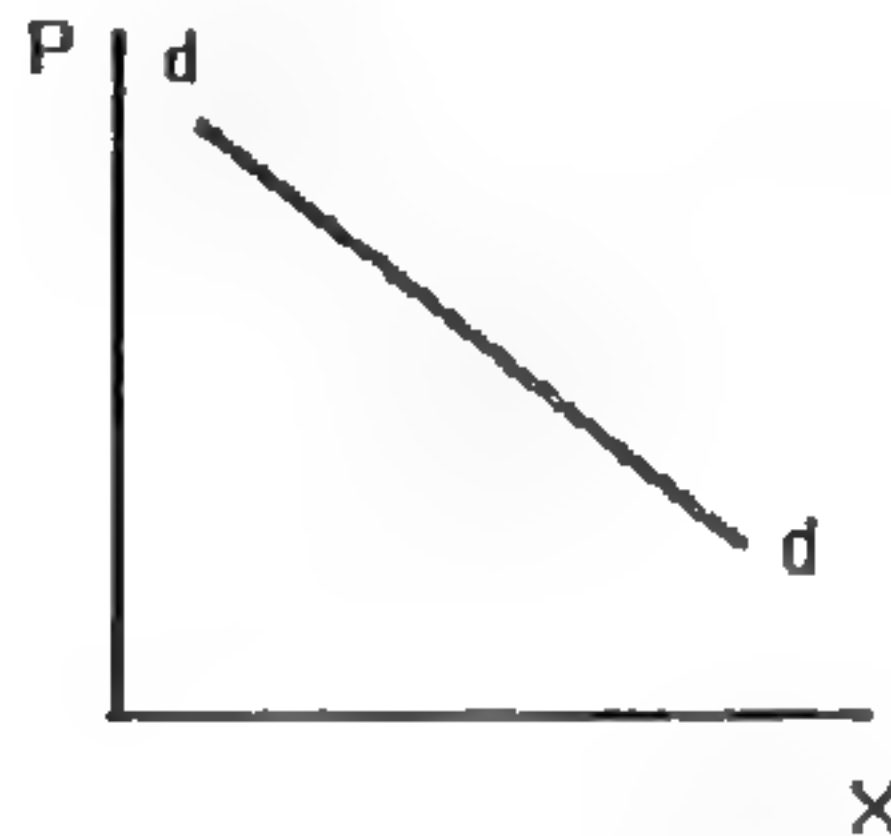
يؤدي تحليل الجوانب السابقة (وجود عدة بائعين ومنحني طلب فردي بميل سالب) الى تعريف هذه الظاهرة بالمنافسة الاحتكارية.

- يتطرق نموذج شنبارلين الى تحليل استراتيجية "مجموعة المنتجات" وهذه الاخيرة تعرف كمجموعة من المؤسسات تنتج سلع تبادلية قريبة جدا من بعضها البعض (السيارات مثلا) ، وتعني هذه الحالة ان المنتجات التي تكون المجموعة تكون مميزة بمرونة مباشرة كبيرة نوعا ما ومرونة مختلطة كبيرة كذلك.

## 8 - 2 - توازن المؤسسة

تؤدي التفرقة في المنتج الى منحني طلب منتج المؤسسة بميل سالب. إذا رفعت المؤسسة سعرها سوف تفقد بعض زبائناتها ، بينما إذا خفضت سعرها تبيع أكثر كمية بجلب بعض زبائن المؤسسات الأخرى.

اعتبر البيان التالي



بميزة الميل السالب يكون الطلب مرن نوعا ما ويرجع ذلك الى وجود مؤسسات عديدة في المجموعة . لهذا تنتظر المؤسسة عدم رد الفعل من طرف المؤسسات الأخرى عندما تخفض قي سعرها (كل مؤسسة فردية تؤثر بقليل بعد تخفيض سعر المؤسسة المدروسة).

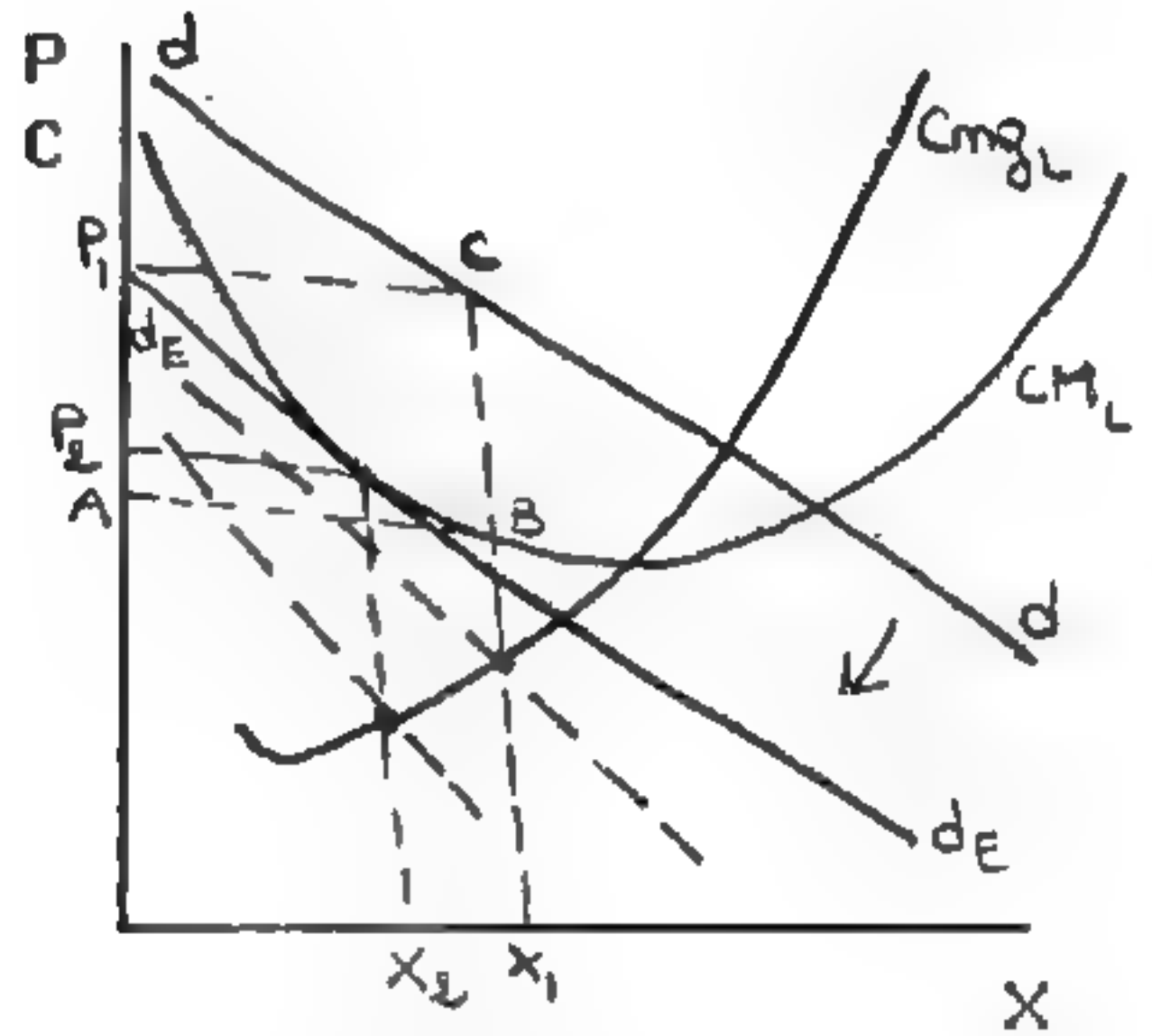
يمثل المنحني dd (البيان السابق) منحني البيع المخطط على أساس عدم رد الفعل من طرف المؤسسات الأخرى. لذلك في المدى القصير تتصرف المؤسسة كأنها مؤسسة احتكارية وتساوي بين التكلفة الحدية والدخل الحدي.

لتحليل توازن المؤسسة يدرس شبارلين عدة حالات

## 8 - 2 - 1 - توازن بدخول مؤسسات جديدة الى السوق :

في هذا الاطار يفترض ان كل مؤسسة من المجموعة تكون في توازن (المدى القصير) بالحصول على ربح معتبر.

اعتبر البيات التالي



المؤسسة التي تتميز بدوال التكلفة  $CM_L$  و  $Cm_g_L$  تقدر دالة الطلب الموجهة لها بالمنحنى  $dd$  عندما تساوي بين التكلفة الحدية والدخل الحدي تحدد السعر بمستوى  $P_1$  (تبيع الكمية  $x_1$ ) وتتحصل على ربح يساوي  $ABCP_1$ .

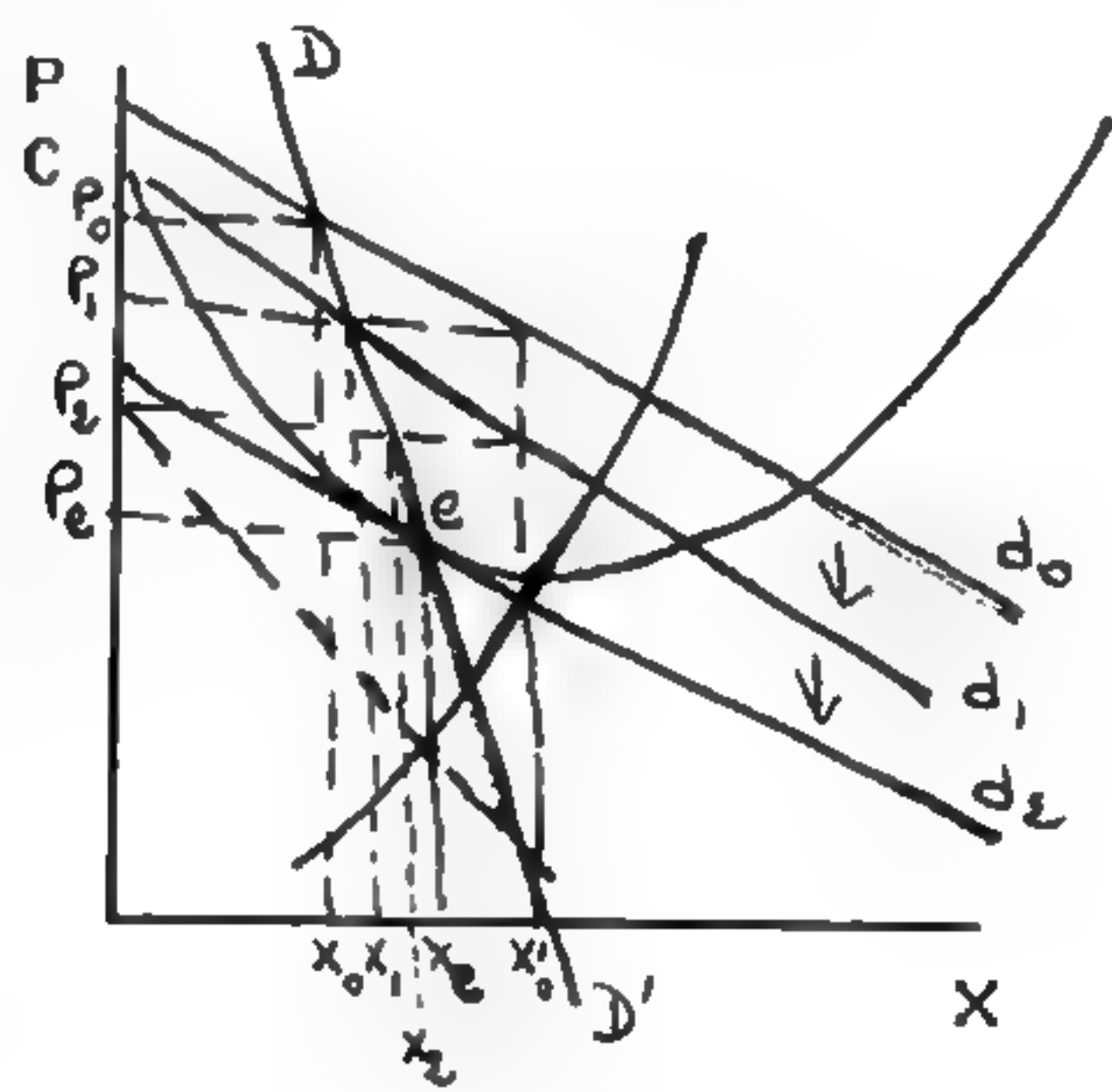
لكن وجود ربح معتبر سوف يؤدي الى دخول مؤسسات جديدة وهذا يؤدي الى انتقال المنحنى الى اليسار ، حيث يصبح السوق مقسما بين عدد اكبر من المؤسسات . هذا الانتقال يؤدي الى انخفاض سعر التوازن (تساوي التكلفة الحدية مع الدخل الحدي الجديد).

تستمر هذه السيرورة حتى النقطة  $E$  التي تمثل نقطة مماس بين المنحني  $CM_L$  ومنحني الطلب  $d_E$ . في النقطة  $E$  يساوي الربح البحث الصفر ، وتمثل هذه النقطة نقطة توازن في المدى الطويل حيث لا توجد إرادة لأي مؤسسة في تخفيض أو رفع السعر.

8 - 2 - 2 - توازن عبر منافسة في السعر :

تتميز هذه الحالة بعدد مؤسسات يناسب توازن المدى الطويل وهذا يعني عدم امكانية دخول أو خروج مؤسسات. تحلل هذه الظاهرة بإدخال منحني طلب ثاني يرمز له بـ  $DD'$  .

اعتبر البيان التالي





يمثل المنحنى  $DD'$  منحنى الطلب الحقيقي للمؤسسة ، ويدعى بمنحنى  
قسمة السوق ويجسد الاثر الكلي على مستوى البيع لأي تغير في السعر  
المستعمل.

تكون  $DD'$  أقل مرونة من  $dd$  حيث مستوى البيع الحقيقي الناتج عن تغير  
في السعر يكون أقل من المستوى الموقع على  $dd$  .

افترض ان المؤسسة تكون في لاتوازن ببيع  $X_0$  بالسعر  $P_0$ . سوف تحاول  
المؤسسة ان تعظم ربحها بتخفيض السعر الى  $P_1$  لتبيع  $X'_0$  (حسب  $d_0$ ) اي  
تبيع في النقطة الدنيا لمنحنى التكلفة المتوسطة في المدة الطويل (CML) .

يكون هذا المستوى غير ممكن الوصول اليه بحيث ان كل مؤسسات  
المجموعة تتصرف بنفس الشكل وهذا يعني ان اذا حدد السعر بالمستوى  
 $P_1$  تستطيع كل مؤسسة من المجموعة ان تبيع الكمية  $X_1$  فقط (حسب  
 $DD'$ ) وهذا يؤدي الى تقدير جديد لمنحنى الطلب المخطط ، أي يعوض  $d_0$   
بالمنحنى  $d_1$  .

لا تتعلم المؤسسة من الماضي وبتقديرها لمنحنى الطلب بـ  $d_1$  تحاول تعظيم  
الربح بتخفيض السعر الى  $P_2$  وبيع الكمية  $X_2$  . تحدث نفس النتيجة حيث  
كل المؤسسات تتصرف بنفس الشكل ولذلك كل واحدة منهم تبيع الكمية  
 $X_2$  فقط بالسعر  $P_2$  .

تستمر السيرورة حتى يصبح منحنى الطلب المخطط خط مماس مع المنحنى  $CM_L$  في النقطة  $e$  حيث السعر يساوي التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية تساوي الدخل الحدي والربح يساوي الصفر.

ملاحظة : تكون النقطة  $e$  نقطة لقاء منحنى الطلب الحقيقي (DD) ومنحنى الطلب المخطط ( $d_2d_2$ ) .

### 8 - 2 - 3 - دخول حر ومنافسة في السعر :

في الواقع ينتظر شنبارلين أن لتوازن يحقق بدخول مؤسسات جديدة ومنافسة في السعر، تظهر المنافسة في السعر عبر انتقال منحنى الطلب المخطط، بينما دخول مؤسسات جديدة يحدث بانتقال منحنى الطلب الحقيقي  $DD'$  . ويكون التوازن مستقر عندما تكون  $dd$  خط مماس للمنحنى  $CM_L$  في النقطة  $e$  حيث  $DD$  تقطع  $CM_L$  و  $dd$  في هذه النقطة.

### 8 - 3 - نقد نموذج شنبارلين :

واجه نموذج شنبارلين عدة انتقادات منها :

- تكون فرضية تصرف مستقل للمؤسسة غير مقبولة حيث في الواقع تكون هذه الاخيرة واعية بتصرفات الخصم.
- المؤسسة العقلانية تتعلم من اخطاء الماضي.
- توجد حدود للدخول حيث المؤسسة الجديدة لاتستطيع الدخول إلا اذا انفقت ميزانية معتبرة لتعريف منتوجها المميز..
- مفهوم المجموعة ليس دقيق حيث يصعب جمع سلع غير متجانسة
- الى غير ذلك.

## ملخص للاحتكار والمنافسة الاحتكارية

### a - الطلب في حالة الاحتكار

بسبب وجود مؤسسة وحيدة تمول سوق معين تكون دالة طلب السوق ودالة الطلب الموجه نحو المؤسسة متماثلة وهذا يعني ان المؤسسة الاحتكارية تواجه دالة طلب بميل سالب.

### b - التوازن في المدى القصير :

يعظم ربح المؤسسة الاحتكارية عندما يساوي بين الدخل الحدي والتكلفة الحدية ، اي

$$R_{mg} = C_{mg}$$

وتكتب شروط المرتبة الثانية على شكل

$$R_{mg}' < C_{mg}'$$

او

$$\frac{d^2RT}{dx^2} < \frac{d^2CT}{dx^2}$$

### c - التوازن في المدى الطويل :

اذا كانت المؤسسة الاحتكارية تواجه ربح بحت في المدى القصير هذا لايعني انعدام الربح في المدى الطويل بل تحاول المؤسسة ان تبني مصنع

بحجم يلائم تساوي الدخل الحدي، التكلفة الحدي في المدى القصير،  
والتكلفة الحدية في المدى الطويل .

#### d - التمييز في الاسعار :

إذا مكّنت المؤسسة الاحتكارية تواجدها أسواق منعزلة تصل إلى توازنها  
(أقصى ربح ممكن عندما تساوي بين التكلفة الحدية والدخل الحدي في كل  
سوق إلى :

$$C_{mg} = R_{mg_1} = R_{mg_2} = \dots$$

#### e - مؤسسة احتكارية بعدة مصانع :

إذا كانت المؤسسة تستعمل عدة مصانع لإنتاج سلعة ما سوف تصل إلى  
توازنها عندما تساوي بين الدخل الحدي والتكاليف الحدية المرتبطة  
بالمصانع العديدة أي :

$$R_{mg} = C_{mg_1} = C_{mg_2} = \dots$$

#### f - نموذج شتارلين :

- التوازن بدخول مؤسسات جديدة  
يحدث توازن المؤسسة في المجموعة عندما منحني الطلب الموجه نحو  
المؤسسة يصبح خط مماس مع منحني التكلفة المتوسطة  $CM_L$  و  
 $C_{mg} = R_{mg}$

- التوازن عبر منافسة في السعر :

تصل المؤسسة الى توازنها عندما خط الطلب المخطط يصبح خط مماس

مع المنحنى  $CM_L$  و  $P = CM_L$

و

$$C_{mg} = R_{mg}$$

## تمارين

5 - 1 - تقدر دالة الطلب الموجه نحو مؤسسة تحتكر تمويل السوق على شكل

$$x = - \frac{4}{3} P + 4$$

- اوجد نقطة توازن المؤسسة اذا افترض ان هذه المؤسسة تنشط بدون تكلفة

- اذ تغيرت دالة الطلب واصبحت على التوالي :

$$x = - 2P + 6$$

$$x = - (8/3) P + 8$$

$$x = - (10/3) P + 10$$

حدد نقاط توازن المؤسسة الاحتكارية المتتالية واحسب مرونة الطلب بالنسبة للسعر في مختلف نقاط التوازن.

5 - 2 - تاخذ دالة الطلب على السلعة X الشكل التالي

$$X = - \frac{P}{1,34} + \frac{2,34}{1,34}$$

وتقدر دالة التكلفة المتوسطة للمؤسسة الوحيدة التي تنتج السلعة X على شكل

$$CM = 0.85x - 0.83$$

- ماهو السعر الذي تباع به السلعة X .
- ماهو سعر التوازن اذا افترض ان السلعة X تنتج من طرف مؤسسات عديدة ليس لها اي تأثير على ضرورة السوق.
- قارن الحالتين .

5 - 3 - بعد اختراع آلة جديدة يواجه مقاول ما الاختيار بين :

- بيع شهادة الاختراع لمؤسسة بقيمة 10 وحدات نقدية
  - ينتج الآلة وبيعها في حالة الاحتكار .
- لقد قدر مكتب الدراسات الاقتصادية دالة الطلب على الآلة ودالة تكلفتها وتأخذ الدالتين الشكل التالي :

$$x = - 0.2P + 5$$

و

$$CT = 13x - 5x^2 + x^3 + 2$$

- ماهو الحل الامثل بالنسبة للمقاول اذا كان ينوي تعظيم ربحه

5 - 4 - تستعد المؤسسة "طوطي" لإنتاج وبيع سلعة (X) لتواجه أي بديل في السوق. لم تستطيع الدراسات أن تحدد دالة طلب السوق على هذه السلعة لكن كشفت المؤسسة أن منحنى الطلب يكون ممثلاً في خط مستقيم كما لاحظت المؤسسة أن تحديد سعر وحدوي بمستوى 122 وحدة نقدية يليه انعدام الطلب وتقديم السلعة كهدية ، يليه "بيع" 122 وحدة إذا قدرت دالة التكلفة الكلية كالتالي :

$$CT = 17x - 4x^2 + x^3 + 90$$

- ماهي الكمية التي يجب بيعها حتى تحصل المؤسسة على أقصى ربح.
- ماذا يكون سعر السلعة X ، الربح ، الوحدوي والربح الاجمالي المتحصل عليه من طرف المؤسسة.
- ماذا يكون مستوى الدخل الحدي في نقطة التوازن ؟
- ماذا تكون المرونة المباشرة في نقطة التوازن .
- وضح بيانياً توازن المؤسسة.



5 - 5 - تكون المؤسسة "سونا" المنتج والبائع الوحيد في سوق السلعة X وتملك هذه المؤسسة ثلاثة مصانع لانتاج منتوجهااي السلعة X ويتميز كل مصنع بتكاليف مختلفة كما يوضح ذلك الجدول التالي :

X	CT1	CT2	CT3
1	7	20	12
2	23	50	35
3	45	88	65
4	75	130	99
5	115	175	135
6	165	230	173
7	233	298	213
8	311	373	257
9	401	461	305
10	501	551	357

إذا قدرت دالة طلب السوق على شكل :

$$x = - (3/5) P + 36$$

- حدد مستوى انتاج المؤسسة ، سعر البيع والربح الذي تحصل عليه من طرف المؤسسة.

- ماذا يكون انتاج كل مصنع

5 - 6 - تنتج المؤسسة الاحتكارية "شلوف" السلعة X وتستعمل مصنعين لهذا الغرض، تكون دوال التكلفة المرتبطة بكل مصنع ممثلة في العبارات التالية :

$$CT_1 = 5x_1$$

$$CT_2 = 0.5x_2^2$$

إذا قدرت دالة الطلب على السلعة X كالتالي

$$P = 100 - 0.5x$$

- أوجد سعر وكمية التوازن ومستوى إنتاج كل مصنع .

5 - 7 - تنتج مؤسسة احتكارية السلعة X و تمول سوقين منعزلين ، تواجه المؤسسة دوال الطلب التالية.

$$P_1 = 20 - x_1 \text{ (سوق 1)}$$

$$P_2 = 34 - 4x_2 \text{ (سوق 2)}$$

إذا قدرت دالة تكلفة إنتاج السلعة  $X$  كالتالي :

$$CT = 2 + 2x$$

- كيف يوزع إنتاج المؤسسة على السوقين وماذا يكون الدخل المأخوذة من كل سوق.

- وضح بيانيا توازن المؤسسة إذا باعت إنتاجها الإجمالي بسعر وحيد.

- قارن الأرباح بالتميز وبدون التميز.

- حدد المرونة المباشرة المرتبطة بكل سوق في التوازن، علق على مستوى المرونة في كل سوق.

5 - 8 - تكون دالة الطلب الموجهة نحو مؤسسة احتكارية مرتبطة

بالسعر وبالأشهر كما توضحه العبارة التالية.

$$X = (20 - P_x) (1 + (1/10) P) - (1/100) P^2$$

حيث  $P$  يدل على مستوى الأشهر.

إذا قدرت دالة التكلفة للمؤسسة الاحتكارية على الشكل التالي :

$$CT = 10 X + 15 + P$$

- اوجد توازن المؤسسة في المدى القصير إذا كانت المؤسسة تباع سلعتها بدون اشهر

- حدد مستوى الأشهر الذي يضمن للمؤسسة ربح أقصى.

5 - 9 - اعتبر ان دوال الطلب الموجه نحو مؤسسة احتكارية والتكلفة

المرتبطة بإنتاج السلعة X تكتب على شكل "

$$P_x = 100 - 3x + 4 P$$

$$CT = 4x^2 + 10x + P \quad \text{و}$$

حيث P يمثل قيمة الاشهار .

- اوجد سعر وكمية التوازن ومستوى الاشهار الذين يضمنون اقصى ربح للمؤسسة للاحتكارية.

5 - 10 - تستعمل مؤسسة احتكارية مدخول وحيد F لإنتاج السلعة X .

اذا كانت هذه المؤسسة تشتري المدخول F بسعر ثابت  $r = 5$  ، تنتج

المنتوج X عبر دالة الانتاج

$$x = 2 F$$

وتواجه دالة الطلب على سلعتها

$$P = 85 - 3x$$

- اوجد قيم P ، X و F التي تضمن ربح اقصى للمؤسسة.

5 - 11 - تتوي المؤسسة الاحتكارية "سوسو" بناء مصنع يمول سوقين منعزلين يتميزان بدوال طلب مختلفة، توجد 40 كلم بين السوقين وتستطيع المؤسسة بناء المصنع على طول الطريق الذي يربط بين السوقين. تكتب دوال الطلب وتكلفة الانتاج للمؤسسة على شكل

$$P_1 = 80 - 5x_1$$

$$P_2 = 180 - 20x_2$$

$$CT = 50 + 20(x_1 + x_2)$$

إذا قدرت تكلفة النقل على شكل

$$T = 0.4zx_1 + 0.5(40 - z)x_2$$

حيث  $z$  يمثل المسافة بين المصنع والسوق

اوجد القيم المثلى لـ  $x_1, x_2, P_1, P_2$  و  $z$

ملاحظة : موقع المصنع لا يؤثر على دوال الطلب و تكلفة الانتاج.

5 - 12 - تكون المؤسسة "طيت" الممول الوحيد لسوق السلعة  $X$  وتواجه

دالة الطلب التالية

$$P = 39.8 - x$$

إذا قدرت دالة التكلفة الكلية للانتاج على شكل

$$CT = 9x + 0.1x^2$$

- اوجد نقطة توازن المؤسسة
- ماهو التوازن الجديد اذا فرضت الحكومة ضريبة خاصة بمستوى وحدة نقدية لكل وحدة مباعه من X .
- ماذا يكون النقل الضريبي على المستهلك ؟ على المؤسسة ؟.
- ماهي الكمية الاجمالية التي سوف تؤخذ من طرف الحكومة وماهو ربح المؤسسة.

5 - 13 - يمكن لمؤسسة احتكارية ان تختار بين ثلاثة انواع من

التجهيزات المميزة بتكاليف متوسطة مختلفة أي

$$0.3125$$

$$CM_A = 0.02 x^2 - 0.2 x + \frac{0.3125}{x} + 9,75$$

$$1.25$$

$$CM_B = 0.02 x^2 - 0.2 x + \frac{1.25}{x} + 9.5$$

$$5$$

$$CM_C = 0.02 x^2 - 0.2 x + \frac{5}{x} + 9$$

لقد تمكن مكتب الدراسات الاقتصادية ان يقدر دالة التكلفة المتوسطة في

المدى الطويل وتأخذ هذه الدالة الشكل التالي

$$CM_L = 0.02x^2 - 0.25 x + 10$$

اذا قدرت دالة الطلب على شكل :

$$P = - (1/5) x + 11$$

- ماذا يكون اختيار المؤسسة فيما يخص التجهيزات اذا اخذت بعين الاعتبار التكلفة في المدى الطويل
- ماهي دالة الطلب التي تفرض على المؤسسة ان تختار التجهيز A (اذا افترض ان الطلب يكون ممثل في خط مستقيم وينعدم عندما  $P = 11$ ).

5 - 14 - تنشط المؤسسة "شانبر" في إطار منافسة احتكارية وتقدر دالة تكلفتها المتوسطة على شكل :

$$CM = 200 - 9x + (1/3) x^2$$

اذا قدرت دالة الطلب النسبي في المدى الطويل على شكل

$$P = 181.25 - 4x$$

- حدد سعر وكمية التوازن للمؤسسة.
- اذا كانت المؤسسة تنشط في سوق منافسة مثلى ماذا يكون مستوى انتاجها في المدى الطويل؟ ماذا يكون سعر التوازن ؟
- ماهو افضل اطار (منافسة احتكارية او منافسة مثلى) بالنسبة للمجتمع؟ وضح.

5 - 15 - اعتبر ان في اطار منافسة احتكارية دالة الطلب النسبي في المدى الطويل تأخذ الشكل

$$P = 72 - 5x$$

اذا قدرت دالة التكلفة المتوسطة  $CM_L$  لمؤسسة ما على شكل

$$CM_L = x^2 - 14x + 92.25$$

- ماهو سعر وكمية التوازن في المدى الطويل لهذه المؤسسة.
- ماهو الدخل الحدي للمؤسسة في نقطة التوازن.

5 - 16 - إذا كانت دالة طلب السوق تكتب على شكل

$$x = 100 - (1/2) P$$

- ماهي دالة الطلب النسبي لكل مؤسسة اذا كان عشرون مؤسسة تمويل السوق في إطار منافسة احتكارية .
- اثبت ان مرونة الطلب النسبي تساوي مرونة طلب السوق مهما كان سعر السوق.



## VI - نظرية الاسعار في حالة احتكار القلة

يعرف احتكر القلة كحالة سوق متوسط بين نموذج المنافسة المثلى ونموذج الاحتكار البحت تتميز حالة احتكار القلة بوجود عدة مؤسسات حيث تصرف ما لاحدى المؤسسات حيث تصرف ما لاحدى المؤسسات يؤثر على متغيرات السوق وتصرف المؤسسات الاخرى بحيث ان داخل احتكار القلة تكون المؤسسات غير مستقلة من بعضها البعض تحلل هذه الظاهرة عبر طريقتين :

- عدم وجود تفاهم (وفاق) بين المؤسسات .

- وجود تفاهم بين المؤسسات.

### ملاحظة :

ادى عدم وجود نظرية عامة لاحتكار القلة الى بناء عدة نماذج (تحتوي على مؤسستين) ويمطلق كل نموذج من فرضيات خاصة.

### 1 - عدم وجود تفاهم بين المؤسسات

اذا افترض ان المؤسسات المعنية تتصرف بصيغة مستقلة عن بعضها البعض يكون هدف كل مؤسسة عبارة عن تعظيم ربحها حيث موقف المؤسسات الاخرى لم يتغير .

## 1 - 1 - نموذج كرنو :

تواجه مؤسستان دالة طلب  $P = F(x_1 + x_2)$

حيث  $x_1$  : مستوى انتاج المؤسسة (1)

$x_2$  : مستوى انتاج المؤسسة (2).

يكون دخل كل مؤسسة ممثل في :

$$R_1 = x_1 F(x_1 + x_2) = R_1(x_1, x_2)$$

$$R_2 = x_2 F(x_1 + x_2) = R_2(x_1, x_2)$$

ويحدد ربح كل مؤسسة على شكل

$$\Pi_1 = R_1(x_1, x_2) - C_1(x_1)$$

$$\Pi_2 = R_2(x_1, x_2) - C_2(x_2)$$

حيث  $C_i(x_i)$  يمثل التكلفة الكلية التي تواجهها المؤسسة  $i$  في انتاج المستوى  $x_i$ .

### ملاحظة :

يكون حل نموذج كرنو مبنيا على الفرضية ان كل مؤسسة تعظم ربحها على أساس ان الكمية المنتجة من طرف المؤسسة الاخرى تبقى ثابتة.

تكتب شروط تعظيم الربح على شكل

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} = \frac{\delta R_1}{\delta x_1} - \frac{\delta C_1}{\delta x_1} = 0 \longrightarrow Rmg_1 = Cmg_1 \quad \text{VI - 1}$$

$$\frac{\delta \Pi_2}{\delta x_2} = \frac{\delta R_2}{\delta x_2} - \frac{\delta C_2}{\delta x_2} = 0 \longrightarrow Rmg_2 = Cmg_2 \quad \text{VI - 2}$$

ملاحظة :

كل مؤسسة قد تساوي ما بين دخلها الحدي وتكلفتها الحدية.

وتكون شروط المرتبة الثانية

$$\frac{\delta^2 \Pi_i}{\delta x_i^2} = \frac{\delta^2 R_i}{\delta x_i^2} - \frac{\delta^2 C_i}{\delta x_i^2} < 0 \quad i=1, 2$$

ملاحظة :

يرتفع الدخل الحدي لكل مؤسسة بأقل سرعة عن التكلفة الحدية

المناسبة

انطلاقا من شروط المرتبة الاولى تبني "دوال رد الفعل"

$$x_1 = \Psi_1(x_2) \quad \text{VI - 3}$$

$$x_2 = \Psi_2(x_1) \quad \text{VI - 4}$$

تشير الدالة الاولى الى العلاقة بين  $x_1$  و  $x_2$  حيث لكل مستوى من  $x_2$  يليه مستوى من  $x_1$  .

يعظم ربح المؤسسة (1) ، بينما تشير العلاقة الثانية الى العكس.

مثال : افترض ان دالة الطلب الموجهة نحو مؤسستين تكتب على شكل :

$$P = - 3 X + 99$$

اذا كانت دوال التكلفة للمؤسستين.

$$C_1 = 51 x_1 \quad C_2 = 33 x_2$$

اوجد توازن المؤسستين حسب نموذج كرنو

**الجواب :** تكتب دالة الطلب على شكل

$$P = - 3 (x_1 + x_2) + 99$$

وتكتب دوال الربح لكل مؤسسة على شكل

$$\Pi_1 = [-3 (x_1 + x_2) + 99] x_1 - 51 x_1$$

$$\Pi_2 = [-3 (x_1 + x_2) + 99] x_2 - 33 x_2$$

تكتب شروط الدرجة الاولى على شكل

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} = -6 x_1 - 3x_2 + 48 = 0$$

$$\frac{\delta \Pi_2}{\delta x_2} = -3 x_1 - 6x_2 + 66 = 0$$

- من المعادلة الاولى تكتب دالة رد الفعل للمؤسسة (1) :

$$x_1 = -(1/2) x_2 + 8$$

- من المعادلة الثانية تكتب دالة رد الفعل للمؤسسة (2) :

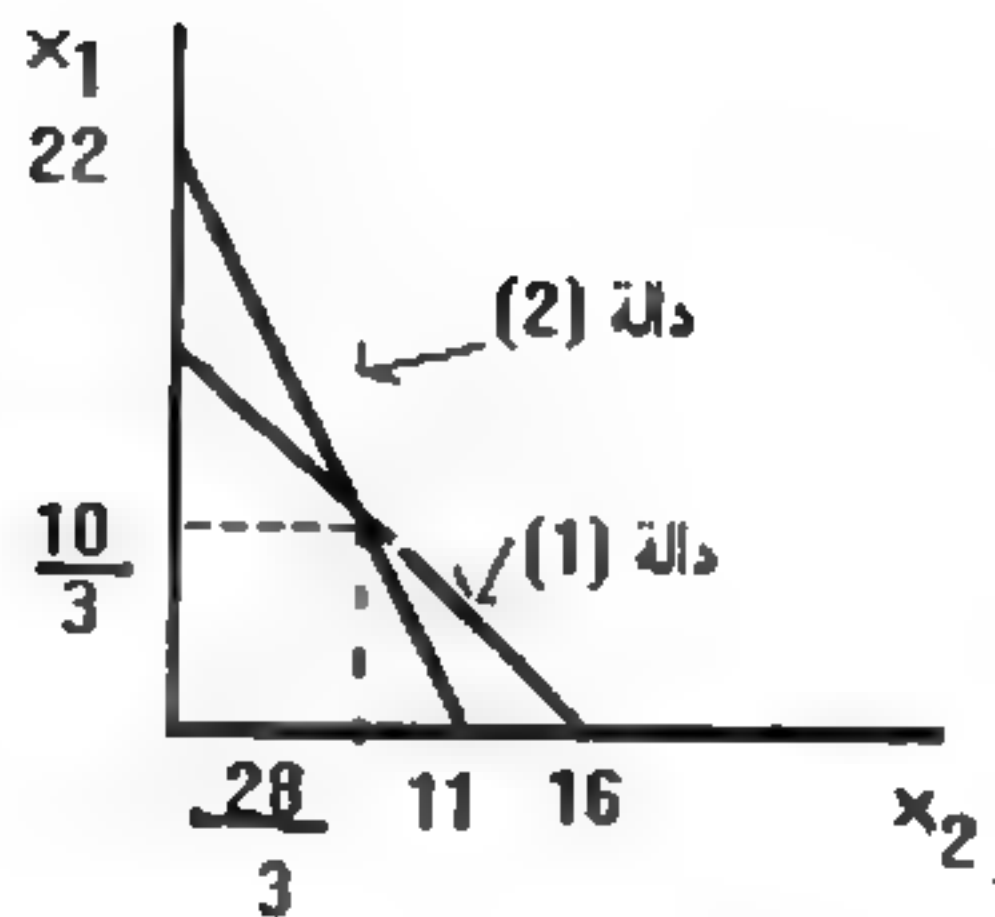
$$x_2 = -(1/2) x_1 + 11$$

ويؤدي تقاطع دوال رد الفعل الى الحل :

$$x_1 = 10/3 \quad x_2 = 28/3$$

$$\Pi_1 = 33,33 \quad \Pi_2 = 261,33$$

اي بيانيا يظهر التوازن على شكل :



1 - 2 - نموذج ستاركليبارق :

يعد نموذج ستاركليبارق توسعا او امتدادا لنموذج كرنو، ويفترض ان احدي المؤسسات (القيادة) تستعمل دالة رد الفعل للمؤسسة الاخرى (المقودة) لتعظم ربحها .

كانت دوال رد الفعل في المثال السابق :

$$(1) \quad x_1 = -(1/2) x_2 + 8$$

$$(2) \quad x_2 = -(1/2) x_1 + 11$$

(1) حل ستا كلبارق اذا كانت المؤسسة (1) في موقف قيادي.

تكتب دالة الربح للمؤسسة (1) على شكل :

$$\Pi_1 = - 3x_1^2 - 3x_1x_2 + 48x_1$$

ويؤدي استعمال دالة رد الفعل للمؤسسة (2) في حساب  $\Pi_1$  الى

$$\Pi_1 = - 3x_1^2 - 3x_1 [-(1/2)x_1 + 11] + 48 x_1$$

$$= - (3/2) x_1^2 + 15 x_1$$

وتكتب شروط المرتبة الاولى على شكل

$$\frac{\delta \Pi_1}{dx_1} = -3x_1 + 15 = 0 \rightarrow x_1 = 5$$

ومن دالة رد الفعل للمؤسسة (2) يمكن كتابة

$$x_2 = 8.5$$

ومن دالة الطلب يظهر السعر :

$$P = - 3 (x_1 + x_2) + 99 = 58.5$$

و يؤدي تعويض  $x_1$  و  $x_2$  في دوال الربح سوف الى :

$$\Pi_1 = 37.5$$

$$\Pi_2 = 216.5$$

(2) حل ستاركليبارق اذا كانت المؤسسة (2) في موقف قيادي

تكتب دالة الربح للمؤسسة (2) على شكل

$$\Pi_2 = -3x_1x_2 - 3x_2^2 + 66x_2$$

وإدخال دالة رد الفعل للمؤسسة (1) يؤدي الى :

$$\begin{aligned}\Pi_2 &= -3 [-(1/2)x_2 + 8] x_2 - 3x_2^2 + 66x_2 \\ &= - (3/2)x_2^2 + 42x_2\end{aligned}$$

وتعظيم الربح سوف يؤدي الى :  $x_2 = 14$

وتعويض  $x_2$  بقيمته في دالة رد الفعل المؤسسة (1) سوف يؤدي الى :

$$x_1 = 1$$

ومن دالة الطلب يظهر السعر :  $P = 54$

و يؤدي استعمال المعلومات السابقة في دوال الربح سوف الى :

$$\Pi_1 = 3$$

$$\Pi_2 = 294$$

ملاحظة :

حسب التحليل والنتائج تفضل كل مؤسسة ان تكون في موقع قيادي.

وهذه الحالة سوف تؤدي الى

- انسحاب المؤسسة الاضعف .

أو

- تفاهم وتحويل الى مؤسسة احتكارية.

ملاحظة :

ساهم شنبارلين في دراسة حالة احتكار القلة حيث اعتبر أن

المؤسسات المعينة اذكى مما يفترضه كرنو ولذلك اقترح شنبارلين

امكانية الحصول على توازن مستقر اذا احسنت المؤسسات بترابطها وتصرفت لتعظيم الربح الاجمالي للمجموعة اي تحدد السعر كسعر الاحتكار البحث ، لكن تعظيم الربح الاجمالي عبر تصرفات مستقلة من طرف كل مؤسسة يعني معرفة جيدة لدالة طلب السوق ودالة العرض الكلي (التكاليف الفردية للمؤسسات الاخرى).

يكون جمع هذه المعلومات (من طرف كل مؤسسة فردية) صعبا جدا او مستحيلا تماما، لذلك بدون اتفاق وتبادل المعلومات يكون تعظيم الربح الاجمالي غير ممكن إلا اذا كانت كل المؤسسات تواجه نفس التكاليف والطلب .

### 1 - 3 - نظرية الالعاب :

ادى عدم وجود نظرية عامة لسوق احتكار القلة الى تحليل يستعمل نظرية الالعاب. يحتوي هدف نظرية الالعاب على تحديد سلوك او تصرفات عقلانية في حالات تقدم نتائج مرتبطة بإجراءات اعوان اقتصاديين.

### 1 - 3 - 1 - تعريف بعض المفاهيم :

تستعمل المؤسسة عدة وسائل (السعر، كمية وشكل المنتج، الاشهار، البحث الى غير ذلك) حتى تصل الى الهدف المنشود.  
تعرف استراتيجية المؤسسة كتحقيق الوسائل او السياسات المستعملة.



إذا حددت مؤسسة ما السعر الوحدوي بـ 4 دنانير وانفقت 4000 دينار في الاشهار وباعت منتوجها في الاروقة لقد حددت استراتيجية معينة. وأي تغير في المعطيات السابقة قد يدل على استراتيجية اخرى . لكل استراتيجية تقوم المؤسسة المنافسة بتحديد استراتيجية مضادة.

**تعريف :**

يعرف دفع استراتيجية معينة كالفائدة البحثة التي تأخذها المؤسسة باختيار هذه الاستراتيجية

**تعريف :**

تعرف مصفوفة الدفع لمؤسسة ما كجدول يشير الى الفائدة البحثة التي تأخذها المؤسسة كنتيجة الاستراتيجية المختارة واستراتيجية المؤسسة المنافسة. اعتبر المصفوفة التالية

مصفوفة الدفع للمؤسسة I  
استراتيجية II

		II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>
استراتيجية I	I <sub>1</sub>	G <sub>11</sub>	G <sub>12</sub>	G <sub>13</sub>
	I <sub>2</sub>	G <sub>21</sub>	G <sub>22</sub>	G <sub>23</sub>

يدل  $G_{ij}$  على الفائدة البحثية التي تؤخذ من طرف المؤسسة  $I$  اذا اختارت هذه الاخيرة الاستراتيجية  $i$  بينما تختار المؤسسة  $II$  الاستراتيجية  $j$ .

### ملاحظة :

تواجه المؤسسة  $I$  اختيارين بينما تواجه المؤسسة  $II$  ثلاثة اختيارات.

### الفرضيات الاساسية :

- يكون هدف المؤسسات محددا بدقة .(تعظيم قسمة للسوق، تعظيم الربح..).

- كل مؤسسة تعرف الاستراتيجيات المتاحة لها ولخصمها وكذلك الفائدة المناسبة.

- تكون كل مؤسسة محافظة اي تنتظر الأسوأ من خصمها.

1 - 3 - 2 - ألعاب بجمع يساوي الصفر :

توجد مؤسستان في السوق وتتوي كل واحدة منهما تعظيم قسمتها .

اعتبر مصفوفة الدفع للمؤسسة I :

		II			
		P <sub>21</sub>	P <sub>22</sub>	P <sub>23</sub>	P <sub>24</sub>
I	P <sub>11</sub>	0.10	0.20	0.15	0.30
	P <sub>12</sub>	0.40	0.30	0.50	0.55
	P <sub>13</sub>	0.35	0.25	0.20	0.40

ملاحظات :

- يمثل كل عنصر  $G_{ij}$  داخل المصفوفة قسمة السوق المؤسسة I عندما هذه الأخيرة تختار الاستراتيجية  $P_{1j}$  ، بينما تختار المؤسسة II الاستراتيجية  $P_{2j}$  .

- تحصل المؤسسة I على 10% من السوق عندما تختار الاستراتيجية (السعر في هذه الحالة)  $P_{11}$  بينما تختار المؤسسة II الاستراتيجية  $P_{21}$  .

- يمكن بناء مصفوفة الدفع للمؤسسة II بتعويض كل عنصر  $G_{ij}$  في المصفوفة السابقة بالقيمة  $(1 - G_{ij})$  .

- إذا اختارت المؤسسة I السعر  $P_{11}$  تكون النتيجة الأسوأ التي يمكن التحصل عليها عبارة عن تغطية % 10 من السوق (إذا اختير  $P_{21}$  من طرف المؤسسة II).

- إذا اخترت I  $P_{12}$  تكون النتيجة الأسواء 30%

- " " " "  $P_{13}$  " " " 20%

بما ان المؤسسة تكون محافظة سوف تختار السعر  $P_{12}$ .

- إستراتيجية المؤسسة II

- إذا اختارت  $P_{21}$  النتيجة الاسوأ التي يمكن التحصل عليها تكون عبارة

عن فقد 40% من السوق (إذا اختارت المؤسسة I الاستراتيجية  $P_{12}$

- إذا اختارت  $P_{22}$  تكون النتيجة الاسواء 30%

- " " "  $P_{23}$  " " 50%

- " " "  $P_{24}$  " " 55%

بما ان المؤسسة تكون محافظة تختار الاستراتيجية  $P_{22}$ .

### ملاحظات :

- تمثل النقطة  $G_{22}$  (30% للمؤسسة I و 70% للمؤسسة II نقطة

توازن وتدعى بنقطة سرجية.

- من كل النتائج الاسوأ اختارت المؤسسة I النتيجة الاعظم

(استراتيجية maximin).

- من بين النتائج الاعظم بالنسبة للمؤسسة I اختارت المؤسسة II

النتيجة الادنى (استراتيجية minimax)

-  $P_{12}$  و  $P_{22}$  تدعى بالاتسراتيجيات المهيمنة.

1 - 3 - 3 - ألعاب بجمع لايساوي الصفر :

اعتبر ان مؤسستين تتوي الى تعظيم الربح وتستعمل الاسعار لهذا

الغرض، تمول المؤسسة التي تستعمل ادنى سعر اكبر جزء من السوق

وتواجه المؤسستان تكاليف مختلفة.

اعتبر الجدول الآتي :

مصفوفة الدفع المختلطة

		$P_{II} = 5$		$P_{II} = 3$	
$P_I = 5$		$\Pi_I = 90$	$\Pi_{II} = 110$	$\Pi_I = 50$	$\Pi_{II} = 120$
		$\Pi_{I+II} = 200$		$\Pi_{I+II} = 170$	
$P_I = 3$		$\Pi_I = 150$	$\Pi_{II} = 60$	$\Pi_I = 80$	$\Pi_{II} = 100$
		$\Pi_I + II = 210$		$\Pi_I + II = 180$	

ملاحظات :

- إذا اختارت المؤسسة  $P_I = 5$  يكون الربح الأدنى ممثلاً في 50 د ، بينما اختار  $P_I = 3$  سوف يؤدي الى ربح ادنى بمستوى 80 د تؤدي استراتيجية maximin الى اختيار  $P_I = 3$ .

- إذا اختارت المؤسسة  $P_{II} = 5$  يكون الربح الأدنى ممثلاً في 60 د ، بينما اختار  $P_{II} = 3$  يؤدي الى ربح ادنى بمستوى 100. تؤدي استراتيجية maximin الى اختيار السعر  $P_{II} = 3$ .

- بإختيار  $P = 3$  تكون كلا المؤسستين في أسوأ وضعية عن اختيار  $P = 5$  وهذا يعني ان الاتفاق حول السعر  $P = 5$  يكون مفضلاً لكلا المؤسستين.

## 2 - وجود تفاهم بين المؤسسات :

على العموم تكون اسواق احتكار القلة غير مستقرة ولهذا يمكن تجنب عدم الاستقرار عبر اتفاقيات بين المؤسسات المعنية بالامر .  
يحدث تفاهم بين المؤسسات عبر اتفاقيات من نوع الكارتل او الزعامة على السعر من طرف احدى المؤسسات.

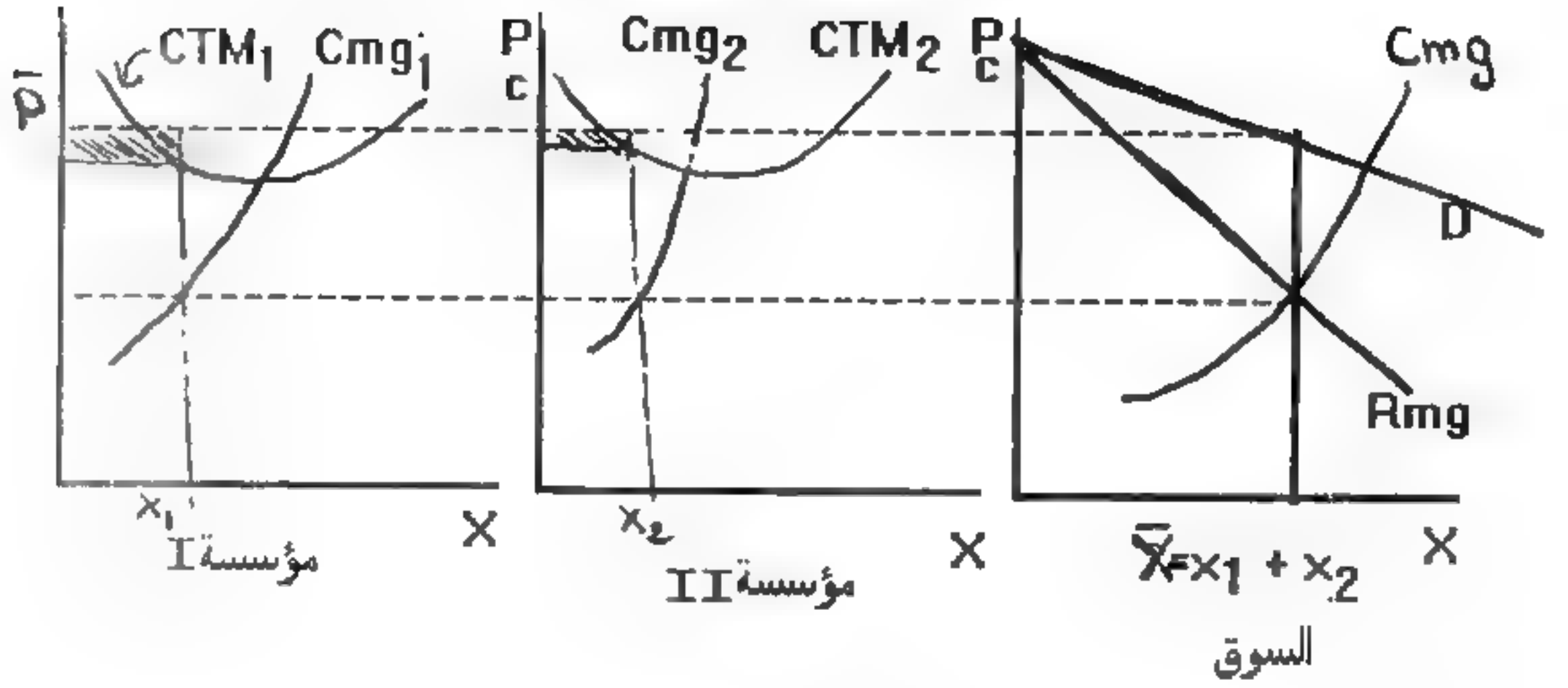
### 2 - 1 - الكارتل :

يعرف الكارتل كمجموعة مؤسسات تتوي تقليل المنافسة في السوق ، على العموم يكون الاتفاق سرىا حيث معظم القوانين لاتسمح بعرقلة المنافسة.  
ينوي الاتفاق تعظيم ربح الكارتل ككل او الى تقسيم السوق بين مؤسساته.

### 2 - 1 - 1 - الكارتل وتعظيم الربح الاجمالي :

إذا كان هدف الكارتل ممثلا في تعظيم الربح تتصرف المجموعة كمؤسسة احتكارية بعدة مصانع تكون مؤسسات الكارتل مكتبيا لاختذ القرارات حول مستوى انتاج كل مؤسسة ومستوى السعر .  
وأخيرا حول توزيع الربح الاجمالي على كل مؤسسة

اعتبر البيان التالي



يقيم مكتب الكارتل الطلب الكلي والتكاليف المختلفة ، جمع التكاليف الحدية  $Cmg_1$  و  $Cmg_2$  يؤدي الى بناء المنحنى  $Cmg$  وتقاطع  $Cmg$  و  $Rmg$  يمثل نقطة توازن الكارتل اي ينتج الكارتل المستوى  $\bar{X}$  ويبيعه بالسعر  $\bar{P}$ .  
أخيرا يوزع المكتب الانتاج الكلي على المؤسسات على اساس تساوي التكاليف الحدية  $Cmg_1$  و  $Cmg_2$  والدخل الحدي  $Rmg$ .

تحلل الظاهرة السابقة باستعمال الوسائل الرياضية كالتالي :

تكتب دالة الطلب على شكل :

$$P = f(X) = f(x_1 + x_2)$$

وتكتب دوال التكلفة لكل مؤسسة على شكل :

$$C_1 = f_1(x_1)$$

$$C_2 = f_2(x_2)$$

$$\begin{aligned}\Pi &= \Pi_1 + \Pi_2: \text{ الشكل} \\ &= (R_1 - C_1) + (R_2 - C_2) \\ &= R - C_1 - C_2\end{aligned}$$

محاولة تعظيم الربح يؤدي الى شروط المرتبة الاولى :

$$\frac{\delta \Pi}{\delta x_1} = \frac{\delta R}{\delta x_1} - \frac{\delta C_1}{\delta x_1} = 0 \longrightarrow R_{mg} = C_{mg_1}$$

$$\frac{\delta \Pi}{\delta x_2} = \frac{\delta R}{\delta x_2} - \frac{\delta C_2}{\delta x_2} = 0 \longrightarrow R_{mg} = C_{mg_2}$$

وفي التوازن تتحقق المعادلة الآتية :

$$R_{mg} = C_{mg_1} = C_{mg_2} \quad \text{VI - 5}$$

مثال : اعتبر ان دالة الطلب تكتب على شكل :

$$P = 100 - 0.5 X$$

أو

$$P = 100 - 0.5 (x_1 + x_2)$$

وتكون دوال التكلفة لمؤسسات الكارنل :

$$C_1 = 5 x_1$$

$$C_2 = 0.5 x_2^2$$



إذا كان الكارتل ينوي الى تعظيم الربح الاجمالي سوف نكتب دالة الربح على شكل :

$$\begin{aligned}\Pi &= \Pi_1 + \Pi_2 \\ &= [100 - 0.5 (x_1 + x_2)] (x_1 + x_2) - 5x_1 - 0.5 x_2^2\end{aligned}$$

وتعظيم الربح يؤدي الى شروط المرتبة الاولى

$$\left. \begin{aligned}\frac{\delta \Pi}{\delta x_1} &= 0 \\ \frac{\delta \Pi}{\delta x_2} &= 0\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned}x_1 &= 90 & P &= 52.5 \\ x_2 &= 5 & \Pi &= 4525\end{aligned}$$

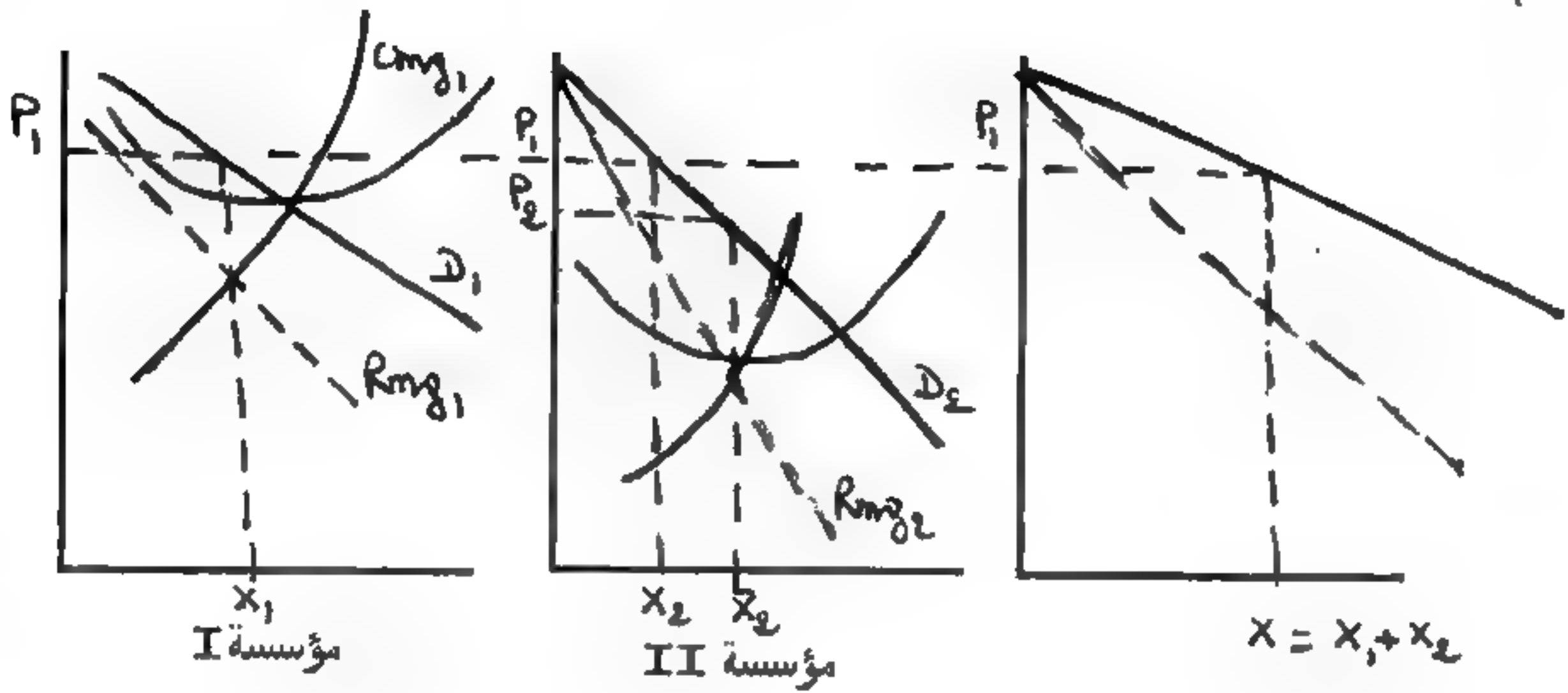
2 - 1 - 2 - الكارتل وتقسيم السوق :

في هذا الاطار تتفق مؤسسات الكارتل على سعر معين حيث المؤسسات ذات تكلفة صغيرة تفضل سعرا منخفضا بينما المؤسسات ذات تكلفة اكبر تفضل سعرا مرتفعا. تتنافس المؤسسات عبر عدة طرق ماعدا السعر (لاشهار ، شكل المنتج الى غير ذلك).

ملاحظات :

يؤدي السعر المتفق عليه الى وجود ربح بحت لكل مؤسسة في الكارتل

اعتبر البيان التالي



تتفق المؤسساتان على بيع المنتج  $(x_1 + x_2)$  بالسعر  $P_1$  وتحقق كل مؤسسة ربحا بحتا. لكن يلاحظ حسب البيان ان المؤسسة II ليست في توازن بل تستطيع اخذ ربح اكبر اذا خفضت سعرها الى  $P_2$  وباعت الكمية  $\bar{x}_2$  (هذا التصرف سوف يؤدي الى انسحاب المؤسسة I).

### ملاحظات :

على العموم يكون الكارتل المبني على تقسيم السوق غير مستقر :  
- اذا كانت مؤسسات الكارتل تواجه نفس التكاليف يكون السعر المتفق عليه سعر احتكاري ويقسم السوق الى قسمات متساوية .

### ملاحظة :

يمكن للمؤسسات الكارتل ان تتفق على تقسيم السوق عبر حصص لكل مؤسسة. إذا كانت مؤسسات الكارتل تواجه نفس التكاليف فالسعر المتفق عليه يأخذ مستوى سعر الاحتكار ، بينما اذا كانت

التكاليف مختلفة سوف تقدر الحصص حسب مستويات سابقة في الانتاج (او البيع) او حسب القدرة الانتاجية لكل مؤسسة. في كل الاحيان تصرف من هذا النوع سوف لا يؤدي الى استقرار الكارنل بل المؤسسة او المؤسسات التي تواجه تكاليف مرتفعة سوف تخضع لهيمنة المؤسسة او المؤسسات التي تواجه اقل تكلفة.

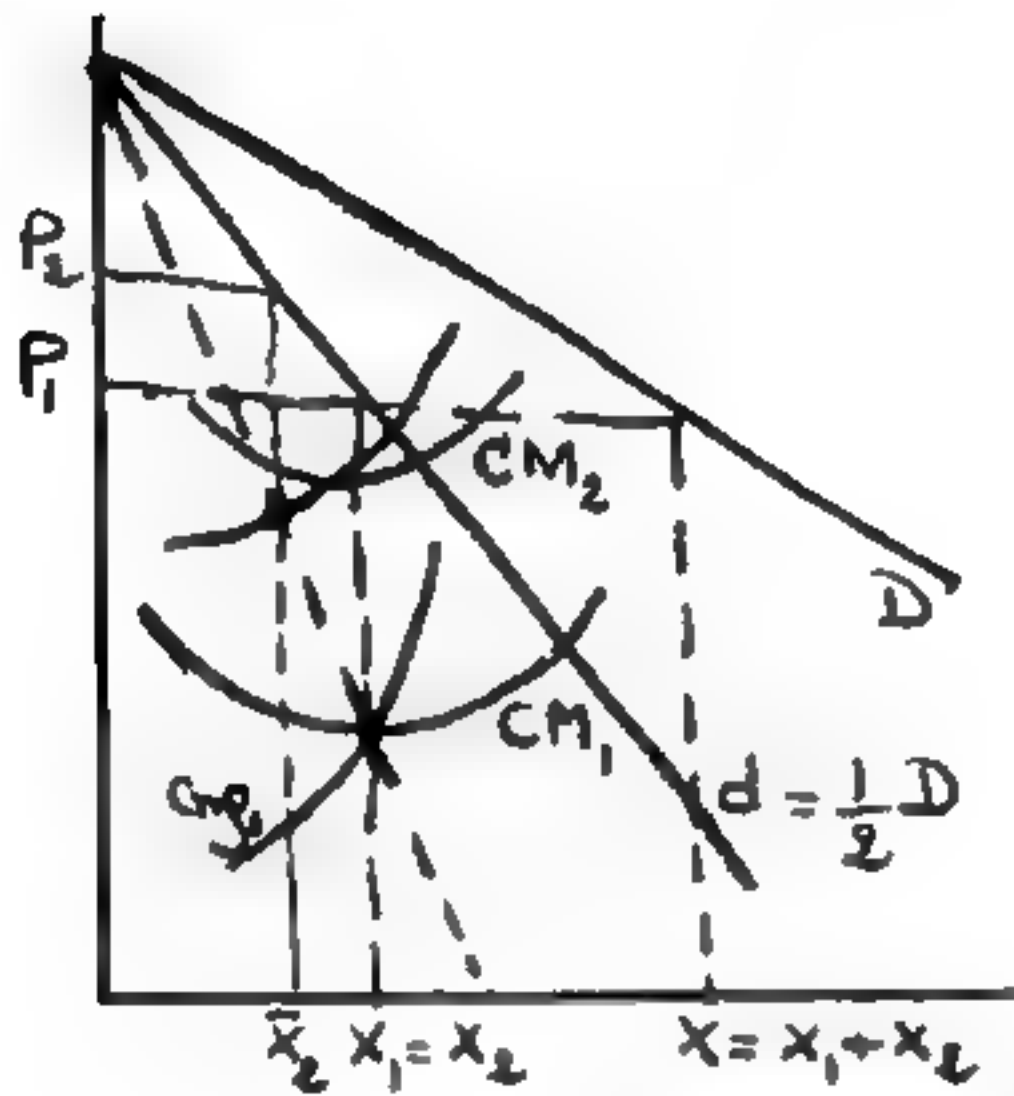
## 2 - 2 - الزعامة على السعر :

تحدث الزعامة على السعر من طرف مؤسسة معينة عندما هذه الاخيرة تحدد السعر ، بينما المؤسسات الاخرى تقبل بهذا السعر لانها لا تريد منافسة خطيرة عليها او على وجودها في السوق.

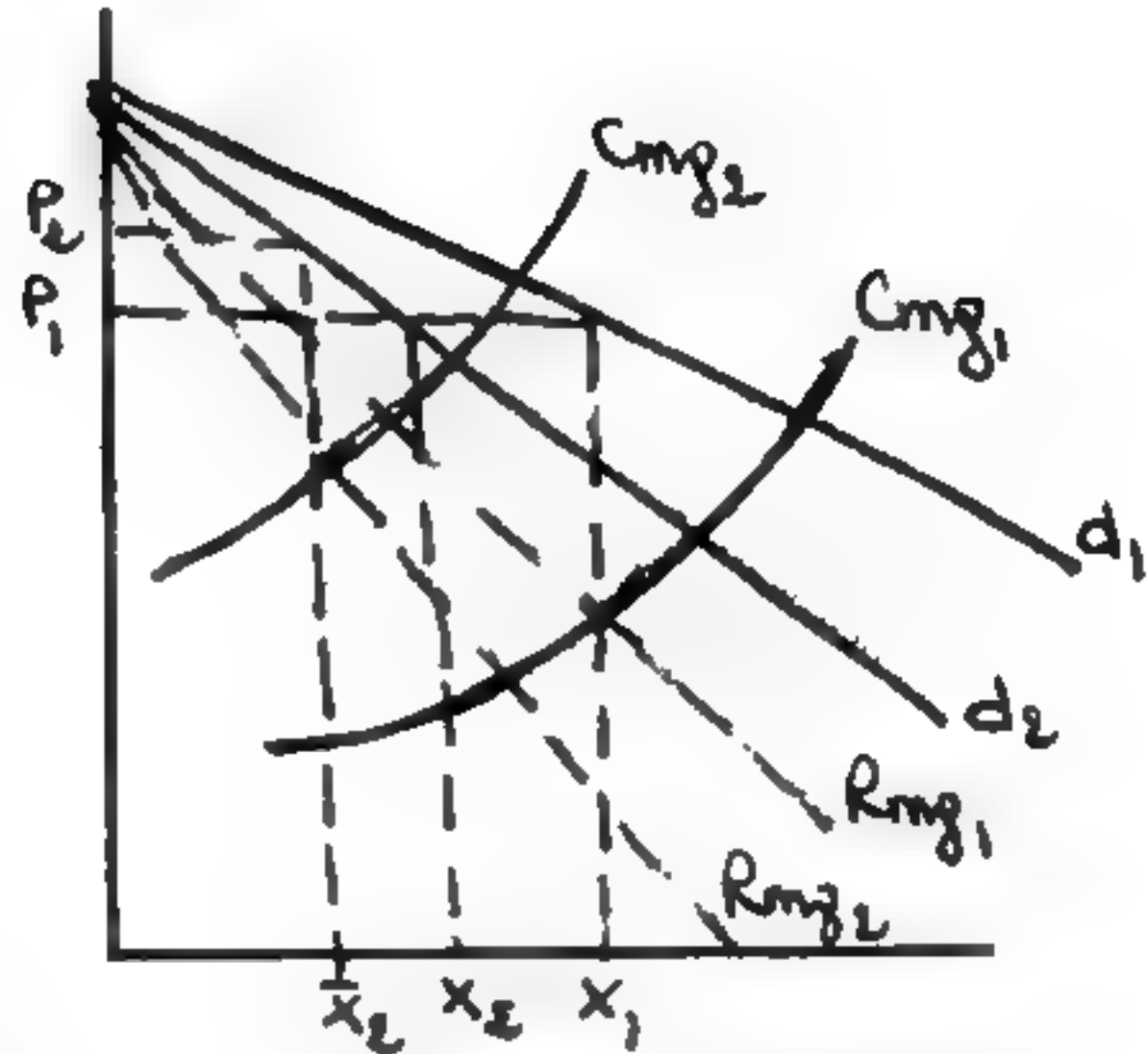
## 2 - 2 - 1 - الزعيم صاحب التكلفة الأقل :

اعتبر حالة مؤسستين تنتج سلعة متجانسة بتكاليف مختلفة ، تباع السلعة بسعر واحد محدد وتتفق المؤسستان على تقسيم متساوي او غير متساوي للسوق.

اعتبر البيانات التالية



أجزاء متساوية



أجزاء غير متساوية

اعتبر البيان الاول : تكون المؤسسة I في توازن عندما تنتج المستوى  $x_1 = (1/2)X$  وتبيعها بالسعر  $P_1$ .

تبيع المؤسسة II نفس الكمية بنفس السعر لكن تكون خارج التوازن، حيث تفضل بيع كمية اقل ( $\bar{x}_2$ ) بسعر  $P_2 < P_1$ .

ملاحظة :

كلا المؤسستين تواجه ارباح رغم عدم توازن المؤسسة II.  
- تستطيع المؤسسة I فرض سعر اقل من  $\text{Min}CM_2$  . لكن يكون ذلك التصرف غير مقبول قانونيا (قوانين محاربة للاحتكار).

ملاحظة :

يوضح البيان الثاني نفس الظاهرة (زعامة المؤسسة I) لكن في هذا المثال تكون القسومات غير متساوية.

مثال : اعتبر ان دالة الطلب تكتب على شكل :

$$P = 105 - 2.5 X$$
$$= 105 - 2.5 (x_1 + x_2)$$

وتكتب دوال التكلفة للمؤسستين

$$C_1 = 5x_1$$

$$C_2 = 15x_2$$

افترض ان السوق تكون مقسمة قسمتين متساويتين . تكون المؤسسة I في موقف زعامة وتواجه دالة الطلب.

$$P = 105 - 2.5 (x_1 + x_2)$$
$$= 105 - 5x_1$$

تكتب دالة الربح على شكل

$$\Pi_1 = R_1 - C_1$$
$$= 100 x_1 - 5x_1^2$$

و

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} = 100 - 10 x_1 = 0$$

و

$$x_1 = 10$$

$$P = 55$$

$$x_2 = 10$$

ملاحظة :

الانتاج الامثل للمؤسسة II يكون  $x_2 = 9$  ويبيع بالسعر  $P_2=10$

اي يتعظيم دالة الربح

$$\begin{aligned}\Pi_2 &= R_2 - C_2 \\ &= (105 - 5x_2) x_2 - 15x_2\end{aligned}$$

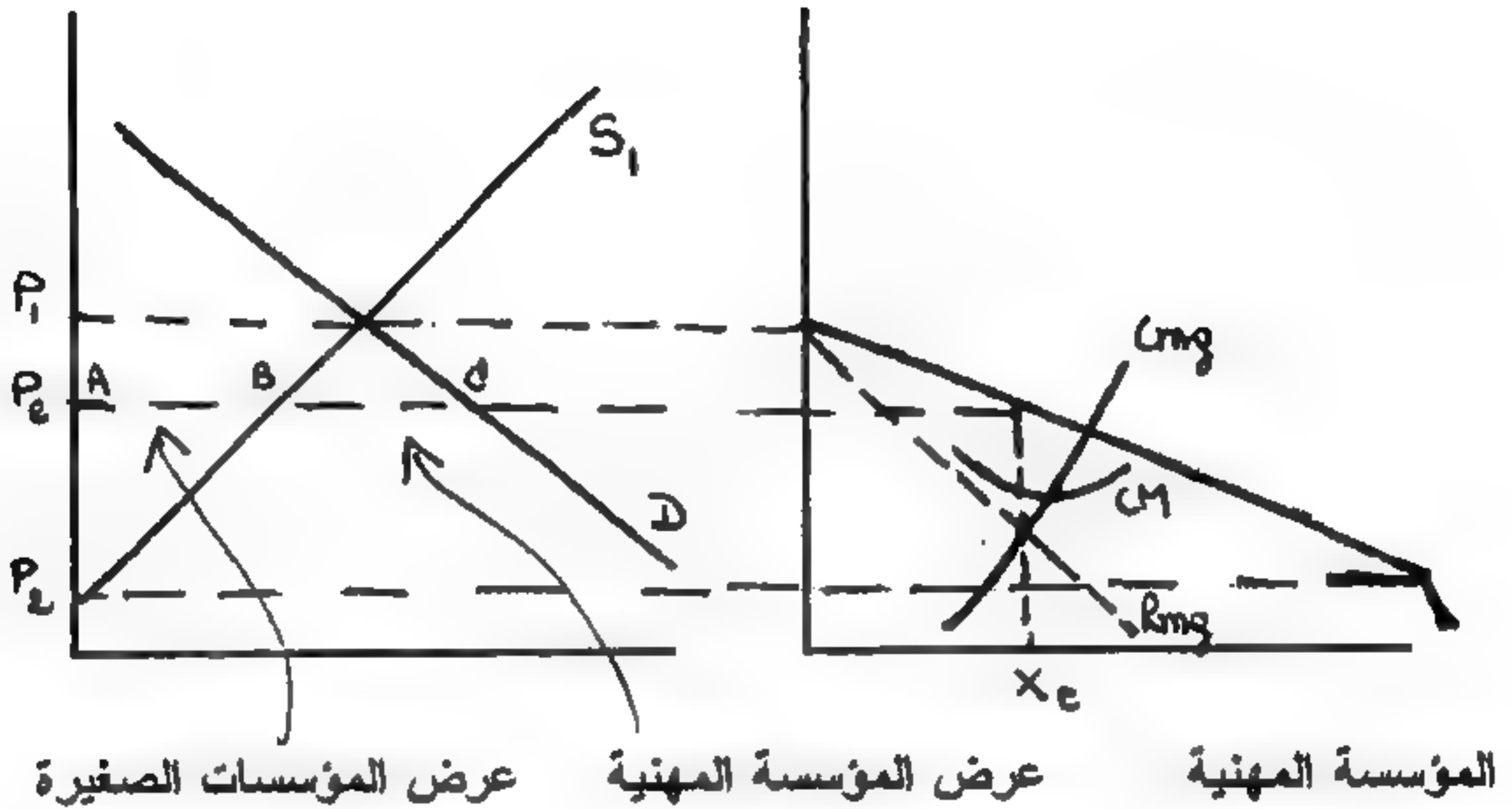
2 - 2 - 2 - المؤسسة المهنية :

يفترض ان مؤسسة مهيمنة تمول جزء كبير من السوق مع عدة مؤسسات صغيرة تحتوي فرضيات هذا النموذج على مايلي :

- تعرف المؤسسة المهيمنة دالة طلب السوق
- تعرف المؤسسة المهيمنة دالة العرض للمؤسسات الصغيرة عبر معرفتها للتكاليف الحدية لهذه المؤسسات.

بهذه المعنومات تستطيع المؤسسة المهنية ان تعرف دالة الطلب الموجهة اليها وبالتالي تستطيع ان تعظم ربحها بتساوي الدخل الحدي والتكلفة الحدية.

اعتبر البيان التالي



- تمثل  $S_1$  منحنى العرض للمؤسسات الصغيرة. لكل سعر تعرف المؤسسة المهنية مستوى الطلب الموجه إليها.
- في السعر  $P_1$  يكون الطلب الكلي ملبياً من طرف المؤسسات الصغيرة.
  - في المستوى  $P_2$  يكون كل الطلب موجه نحو المؤسسة المهنية حيث عرض المؤسسات الصغيرة قد يساوي الصفر.
  - ما بين  $P_1$  و  $P_2$  سوف تلبي نسبة من الطلب بعرض من المؤسسات الصغيرة ، بينما النسبة الاخرى تلبي من طرف المؤسسة المهنية.
- بمعرفة دالة الطلب الموجه اليها  $(D-S_1)$  تستطيع المؤسسة المهيمنة ان تحقق اعظم ربح بتساوي التكلفة الحدية والدخل الحدي ولهذا تنتج الكمية  $x_e$  (البيان الثاني) وتبيعها بالسعر  $P_e$ .
- تقدم المؤسسة المهيمنة الكمية BC بينما تقدم المؤسسات الاخرى (الصغيرة) الكمية AB ويلبي طلب السوق AC .

### ملاحظة :

تتصرف المؤسسات الصغيرة كأنها داخل سوق منافسة مثلة (السعر معطى بالنسبة لها)

مثال : اعتبر ان دالة العرض للمؤسسات الصغيرة تقدر من طرف المؤسسة المهيمنة كالتالي :

$$S_1 = 0.2 P$$

كذلك تكون دالة طلب السوق :

$$D = 50 - 0.3 P$$

بالمعلومات السابقة تستطيع المؤسسة المهيمنة ان تعرف دالة الطلب الموجهة إليها حسب مستوى السعر اي :

$$X = D - S_1$$

$$= 50 - 0.3 P - 0.2 P$$

$$= 50 - 0.5 P$$

او

$$P = 100 - 2x$$

اذا كانت دالة التكلفة للمؤسسة المهيمنة.

$$C = 2x$$

يؤدي تعظيم ربح المؤسسة المهنية الى :

$$\max \pi = R - C$$

$$= 98 X - 2x^2$$



و

$$\frac{d\Pi}{dx} = 0 \longrightarrow x = 24.5$$

ويكون السعر :

$$P = 100 - 2x = 51$$

بهذا السعر يكون السوق في توازن حيث الكمية الكلية المطلوبة تساوي

$$D = 50 - 0.3P = 34.7$$

وعرض المؤسسة المهيمنة يكون 24.5 بينما عرض المؤسسات الصغيرة سوف يساوي

$$\begin{aligned} S_1 &= 0.2P \\ &= 10.2 \end{aligned}$$

ملخص لاحتكار القلة

a - نموذج كرنو :

يبني حل هذا النموذج على فرضية تعظيم ربح كل مؤسسة على أساس ثبات الكمية المنتجة من طرف المؤسسة الاخرى ، تؤدي شروط تعظيم الربح الى :

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} = \frac{\delta R_1}{\delta x_1} - \frac{\delta C_1}{\delta x_1} = 0 \longrightarrow Rmg_1 = Cmg_1$$

$$\frac{\delta \Pi_2}{\delta x_2} = \frac{\delta R_2}{\delta x_2} - \frac{\delta C_2}{\delta x_2} = 0 \longrightarrow Rmg_2 = Cmg_2$$

انطلاقا من شروط المرتبة الاولى يمكن بناء دوال رد الفعل اي :

$$x_1 = \psi_1(x_2)$$

$$x_2 = \psi_2(x_1)$$

وتمثل نقطة تقاطع دوال رد الفعل الحل لنموذج كرنو.

## b - نموذج ستاركليبارق :

يعد هذا النموذج كإمتدادا لنموذج كرنو حيث احدى المؤسستين تستعمل المعلومات الموجودة في دالة رد الفعل للمؤسسة الاخرى حتى تعظم ربحها.

## c - الكارتل :

- تعظيم الربح الاجمالي :

اذا بحث الكارتل على تعظيم الربح الاجمالي سوف يتصرف كمؤسسة احتكارية بعدة مصانع حيث البحث على اقصى ربح يؤدي الى شروط المرتبة الاولى :

$$R_{mg} = C_{mg1} = C_{mg2}$$

- تقسيم السوق:

في بعض الاحيان تتفق مؤسسات الكارتل على تقسيم السوق وعلى سعر يناسب نوعا ما كل مؤسسات الكارتل.

على العموم يكون السعر المتفق عليه هو السعر الذي يناسب المؤسسة (أو المؤسسات) الاضعف. لهذا تكون المؤسسات الاقوى خارجة عن نقاط توازنها ويكون هذا النوع من الكارتل غير مستقر.

#### d - الزعامة على السعر :

تحدث الزعامة على السعر عندما تنتج مؤسسة بتكاليف منخفضة أو عندما تمول مؤسسة ما نسبة كبيرة من السوق، في كلا الحالتين تفرض المؤسسة المهنية شروطها على المؤسسات الأخرى.

## تمارين

6 - 1 - تنتج المؤسستان A و B السلعة X وتمول سوقا منعزلا. قد قدرت دالة الطلب على X في السوق المدروسة بالدالة التالية :

$$P = - 2x + 200$$

إذا كانت المؤسستان A و B تواجه دوال تكلفة متوسطة

$$CM_A = 40$$

$$CM_B = 20$$

- ماذا يحدث إذا كانت كل مؤسسة تجهل وجود الاخرى وتتصرف كمؤسسة احتكارية .

- إذا كانت كل مؤسسة تأخذ بعين الاعتبار عرض المؤسسة الاخرى وتعتبره ثابتا اوجد توازن كل مؤسسة (السعر، الكمية المعروضة و الربح).

6 - 2 - يكون سوق المياه المعدنية مقسما بين الشركتين "باتنة" و "سعيدة" . إذا افترض ان تكاليف الانتاج والتوزيع تساوي الصفر وقدرت دالة الطلب الكلي كالتالي :

$$P = 10 - \frac{5}{600} x [x = x_B + x_S]$$

- ماهو سعر التوازن؟ ماهي الكمية المنتوجة وربح كل مؤسسة حسب نموذج كرنو ؟.

- إذا كانت المؤسسة بائنة في موقع قيادي ماذا تكون شروط التوازن حسب نموذج ستاركليبارق؟.
- ماهو الربح الممكن التحصل عليه إذا كانت كلا المؤسستين مسيرة من طرف مسير وحيد؟
- ماهو النموذج الذي يناسب هذه الحالة ؟

6 - 3 - تنتج الشركتان A و B السلعة X وتمول سوقا منعزلا في الصحراء . قد قدرت دالة طلب السوق على السلعة X كالتالي :

$$P = 10 - \frac{5}{100} \times$$

إذا كانت الشركتان A و B تواجه دوال تكلفة كلية بالشكل :

$$CT_A = 3X_A + (1/150) X_A^2$$

$$CT_B = 2X_B + (1/300) X_B^2$$

وأرادت ان تقسم السوق الى قسمين متساويين

- ماذا يكون مستوى الانتاج والسعر الافضل بالنسبة لكل مؤسسة.

- من هي المؤسسة التي تستطيع فرض سعرها الامثل ؟ ماذا يكون هذا السعر وكمية التوازن اذا بقيت الشركتان في السوق.

- ماذا يكون مستوى الشركة المقودة اذا فرضت الشركة الاخرى سعر

$$P = 6.50 \text{ بمستوى}$$

6 - 4 - يمول السوق الوندري لاندي من طرف الشركتين A و B . تنتج

الشركتان بدون تكلفة وتواجه دالة الطلب الكلي  $P = 100 - 4 \times$

- اوجد دوال رد الفعل لكل شركة ؟
- اوجد الكميات المنتوجة في التوازن وربح كل مؤسسة حسب نموذج "كرنو".
- ماهو الحل الموفر للشركتين A و B للحصول على ربح اجمالي اكبر ؟ ماهو مستوى هذا الربح.

6 - 5 - اعتبر ان مؤسستين A و B تتوي تعظيم ربحها ببيع سلعتها المتجانسة x في سوق منعزلة. تستعمل كل مؤسسة السعر كوسيلة لتعظيم الربح وتظهر الحالات العديدة في الجدول التالي :

	PB = 7		PB = 2	
PA = 7	$\Pi_A = 100$	$\Pi_B = 130$	$\Pi_A = 90$	$\Pi_A = 150$
	$\Pi_{A+B} = 230$		$\Pi_{A+B} = 240$	
PA = 2	$\Pi_A = 130$	$\Pi_B = 100$	$\Pi_A = 70$	$\Pi_B = 90$
	$\Pi_{A+B} = 230$		$\Pi_{A+B} = 170$	

- اوجد الاستراتيجيات المهنية ووضع كيفية الوصول اليها.
- 6 - 6 - تكون ثلاثة مؤسسات كارتل ينتج ويمول سوق السيارات. تواجه المؤسسات تكاليف مختلفة وتظهر هذه الاخيرة في الجدول التالي :

X	1	2	3	4	5	6	7
CT <sub>A</sub>	20	60	110	170	240	330	430
CT <sub>B</sub>	10	30	70	120	180	250	330
CT <sub>C</sub>	40	90	150	220	310	510	620

إذا قدرت دالة الطلب الكلي على السيارات على شكل :

$$P = - \frac{25}{6} x + 90$$

- حدد كمية وسعر التوازن في السوق والكمية المعروضة من طرف كل مؤسسة.

- وضح حالة التوازن في بيان

6 - 7 - يقسم الطلب الكلي لسوق المواد الكاشطة على الشركتين "موش" و "ميش" بصفة متساوية .

تقدر دوال التكلفة المتوسطة لكل شركة كالتالي :

$$CM_1 = 5 \text{ (موش)}$$

$$CM_2 = 15 \text{ (ميش)}$$

إذا قدر الطلب الكلي للسوق على شكل

$$P = 105 - 2,5 x$$



- ماهو ربح كل مؤسسة اذا كان السعر محددًا من طرف المؤسسة "موش" (حسب شروطها الخاصة) ويفترض على المؤسسة ميش ؟ .
- وضع بيانيا الحالة السابقة.

6 - 8 - تمول الشركة "UF" نسبة كبيرة من السوق البركناني بينما بقية السوق من طرف مؤسسات مستقلة صغيرة الحجم. باستعمال الكمبيوتر استطاعت "UF" ان تقدر دالة الطلب السوق البركناني اي :

$$D = 100 - 0.2 P$$

كذلك باستعمال نفس الآلة استطاعت "UF" ان تقدر دالة عرض المؤسسات الصغيرة اي

$$S_1 = 0.5P - 5$$

اذا كانت دالة التكلفة للشركة "UF" تكتب على شكل :  $C = 4x$

- ماهو مستوى الانتاج الامثل للشركة "UF" ؟
- ماهو السعر المرتبط بهذا المستوى ؟
- ماهي نسبة السوق الممولة من طرف الشركات الصغيرة ؟.

6 - 9 - يتميز سوق المواد الحديدية بمهيمنة الشركة "طوتي" فيما يخص تمويله حيث توجد كذلك مؤسسات صغيرة وعديدة تنشط بجانب الشركة "طوطو".

لقد قدرت دوال طلب السوق، عرض المؤسسات الصغيرة والتكلفة الحديدية للشركة "طوتي" على شكل :

$$D = 60 - (3/4)x$$

$$Sp = \sum Cmg_i = P_p = -10 + 1.58x$$

$$Cmg_L = P_L = -15 + 1.125x$$

- ماذا تكون الكمية المعروضة من طرف المؤسسات الصغيرة اذا كان سعر السوق يساوي 37.5 ، 30 ، 20 و 5 لكل وحدة.

- ماذا الطلب الموجه نحو الشركة "طوتي"؟

- هو مستوى انتاج الشركة "طوتي"، مستوى الانتاج الكلي وسعر التوازن في هذا السوق.

- إذا أصبحت كل الشركات الصغيرة تحت سيطرة الشركة طوتي ماذا يكون سعر وكمية التوازن اذا كان الفرع يستعمل كل قدرته الانتاجية.

6 - 10 - تنتج المؤسستان "سو" و "سي" عجلات وتمول سوقا منعزلة في عمق غابات الأمازون قدرت دالة طلب السوق من طرف مكتب الدراسات الاقتصادية بالشكل :

$$P = -(125/8)x + 250$$

إذا كانت نوال التكلفة المتوسطة للمؤسستين "سو" و "سي" تكتب على شكل:

$$CM_1 = 3x_1^2 - 24x_1 + 120$$

$$CM_2 = 4x_2^2 - 24x_2 + 150$$

- حدد شروط توازن السوق اذا كانت المؤسسة "سو" تحتل موقعا قياديا في المجموعة اي تحدد السعر الذي يلائمها بعد تقسيم السوق الى قسمين متساويين .

- لأسباب معينة استطاعت المؤسسة "اس" ان تدخل السوق وان تفرض تقسيم السوق الى ثلاثة حصص متساوية بين المؤسسات الثلاثة، اذا كانت دالة التكلفة للمؤسسة "اس" تكتب على شكل

$$CT_3 = 2x_3^2 - 20x_3 + 100x_3$$

حدد شروط توازن السوق اذا استولت المؤسسة "اس" على موقع المؤسسة "سو".

- اشرح شروط هيمنة مؤسسة على المؤسسات الاخرى.

## C - نظرية استعمال عناصر الانتاج والانتاجية الحدية

أدت الدراسات حول نظرية المستهلك ، نظرية التكاليف ونوعية الاسواق الى النظرية النيوكلاسيكية للاسعار . في هذا الاطار حددت مصادر العرض والطلب وسعر السوق .

في العالم النيوكلاسيكي يدل سعر السوق على التقييم الاجتماعي الحدي للسلعة . بحيث ان أي سلعة تنتج باستعمال عناصر انتاج معينة دراسة اسعار هذه العناصر سوف يؤدي الى تحليل كيفية استعمالها في سيرورة الانتاج .

يحدد سعر عنصر انتاج كسعر اي منتج اي عبر التفاعل بين العرض والطلب، في حالة عناصر الانتاج يأتي الطلب من المؤسسات المنتجة بينما يأتي العرض من مؤسسات اخرى او من اشخاص (بائعون وقت عمل ومستهلكون في نفس الوقت).

إذا كان سعر اي منتج يعبر عن قيمة شرائه من طرف الزبون حالة الرأسمال والعمل تختلف نوعا ما حيث تحدد اسعار هذه العناصر لوقت معين ولا تعبر عن شرائها بل عن كرائها.

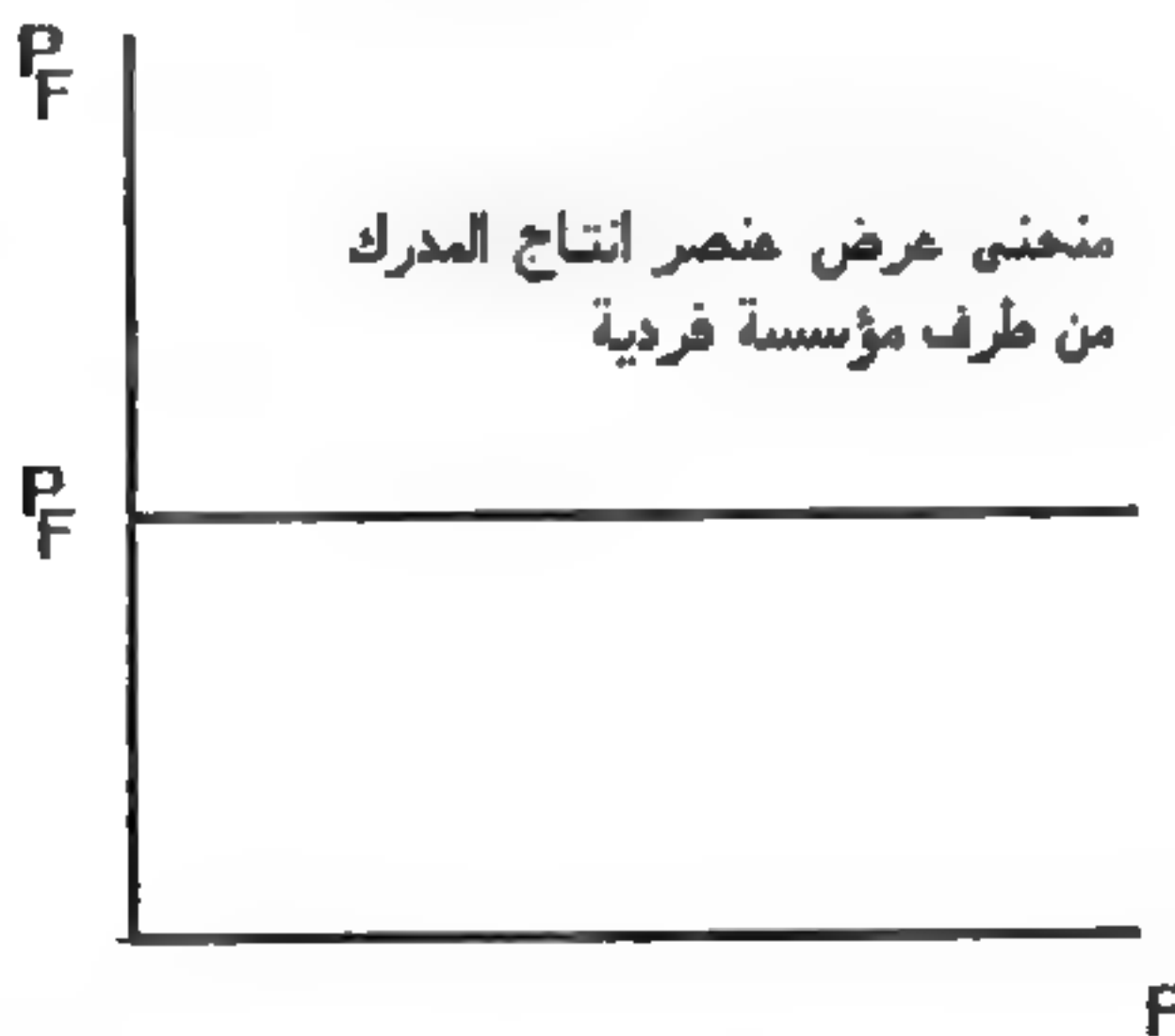
في اطار سوق منافسة مثلة مستوى الاسعار سوف يوجه عناصر الانتاج نحو امثل استعمال (امثل انتاجية حدية وامثل سعر) لكن اذا كانت شروط

المنافسة المثلثة غير موفرة (اسواق احتكار القلة او اسواق احتكارية) قد توزع عناصر الانتاج توزيعا لاعقلانيا وتحدث حالات استخدام غير كامل للعناصر، بحيث ان نوعية السوق تؤثر مباشرة على استعمال كل عنصر انتاج وسعره .

لتحديد سعر هذا الاخير واستعماله يجب ادخال التحليل في اطار سوق معين.

## VII - نظرية استعمال عناصر الانتاج في سوق منافسة مثلى للعنصر :

إذا كانت المنافسة المثلى سائدة فيما يخص سوق عنصر انتاج ما سوف يحدد سعر هذا الاخير عبر التفاعل بين العرض الكلي والطلب الكلي، ويفترض كمبدأ ان ميول منحني العرض والطلب قد تكون موجبة وسالبة على التوالي . في هذا الاطار تنتظر المؤسسة الفردية لسعر عنصر الانتاج كمعطى ولذلك تحس هذه المؤسسة ان المنحني (عرض العنصر) الموجه اليها يأخذ شكل خط افقي اي بيانيا



عندما تستعمل المؤسسة وحدة اضافية من عنصر انتاج ما سوف تسدد سعره وتنتظر الحصول على اكبر منتج وبالتالي على ارتفاع في الدخل

الكلي. طالما كان الدخل الإضافي أكبر من سعر المنتج . تستمر المؤسسة في استعمال وحدات إضافية من عنصر الانتاج وعملية المقارنة لأخذ القرار تؤدي الى حالتين

- حالة منافسة مثلى في سوق المنتج
- حالة منافسة غير مثلى في سوق المنتج

### 1 - حالة منافسة مثلى في سوق المنتج

تكون الظاهرة التي تواجهها المؤسسة عبارة عن تحديد منحنى طلبها عندما تعطى التكنولوجيا وسعر المنتج .  
اعتبر الجدول التالي

قيمة الانتاجية الحدية والطلب على عنصر الانتاج L

وحدة من L	انتاج كلي	انتاج حدي	سعر المنتج	RT	قيمة PPmg	سعر العنصر L	CVT	RT-CVT
0	0	-	5	0	-	20	0	0
1	10	10	5	50	50	20	20	30
2	19	9	5	95	45	20	40	55
3	27	8	5	135	40	20	60	75
4	34	7	5	170	35	20	80	90
5	40	6	5	200	30	20	100	100
6	45	5	5	225	25	20	120	105
7	49	4	5	245	20	20	140	105
8	52	3	5	260	15	20	160	100
9	54	2	5	270	10	20	180	90
10	55	1	5	275	5	20	200	75

يوجد عنصر انتاج متغير وحيد (L) . تمثل الاعمدة الثلاثة الاولى دالة الانتاج كما يمثل العمود الاخير الفرق بين الدخل الكلي (RT) والتكلفة المتغيرة الكلية (CVT) ، ويمكن اعتباره كتقدير للربح (بتكلفة ثابتة تساوي الصفر).

### ملاحظات :

- يحدث الفرق الاعظم بين RT و CVT عندما تستعمل سبع وحدات من العمل. يمثل هذا المستوى النظام الامثل للانتاج من ناحية الربح.

- تتميز الحالة المثلة بتساوي قيمة الانتاجية الحدية للعنصر L وسعره (معدل الاجرة اذا كان L يمثل العمل).

إذا قدر المثل السابق بدوال مستمرة يأخذ التحليل الشكل التالي :

تكتب دالة الانتاج على شكل :

$$X = f(L)$$

إذا كانت P و w تمثلان اسعار المنتج X وعنصر الانتاج L على التوالي تكتب دالة الربح على شكل :

$$\Pi = pX - wL$$

$$= p f(L) - wL$$

ويؤدي تعظيم الربح الى

$$\frac{d\Pi}{dL} = p \frac{df(L)}{dL} - w = 0$$

$$= pPPmg_L - w = 0$$



أو

$$pPPmg_L \doteq w$$

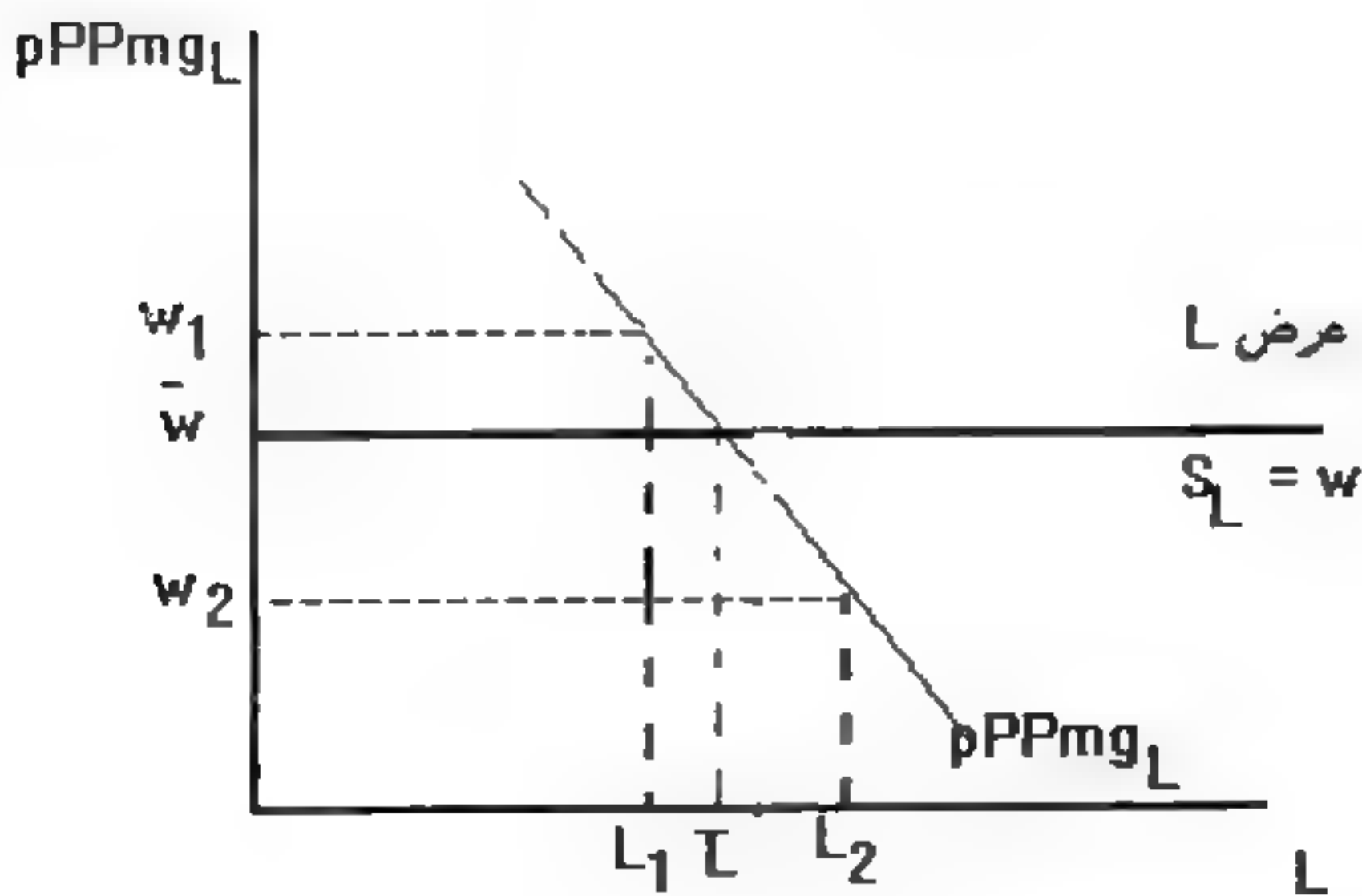
تأخذ شروط الدرجة الثانية الشكل

$$\frac{d^2 \Pi}{dL^2} = P \frac{dPPmg_L}{dL} < 0$$

ملاحظات :

- في إطار سوق منافسة مثلى لعنصر الانتاج وللمنتوج تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين قيمة الانتاجية الحدية للعنصر المتغير وسعره.
- بفرض شروط المرتبة الثانية ان ميل منحنى الانتاجية الحدية يكون سالبا وهذه الظاهرة قد تكون محققة في المنطقة المثلى II .

تظهر الحالة السابقة في البيان التالي



### ملاحظات:

- عندما السعر  $w$  للعنصر يساوي  $\bar{w}$  تستعمل المؤسسة  $\bar{L}$  من العنصر  $L$  ، بينما اذا انخفض (ارتفع)  $w$  الى  $w_2$  ( $w_1$ ) يجب على المؤسسة ان تستعمل  $L_2$  ( $L_1$ ) وحدة من  $L$  لتساوي بين معدل الاجرة وقيمة الانتاجية الحدية.

- لكل مستوى من معدل الاجرة يليه مستوى (على منحنى  $pPPmg_L$ ) من العنصر  $L$  يحقق شروط توازن المؤسسة.

### تعريف :

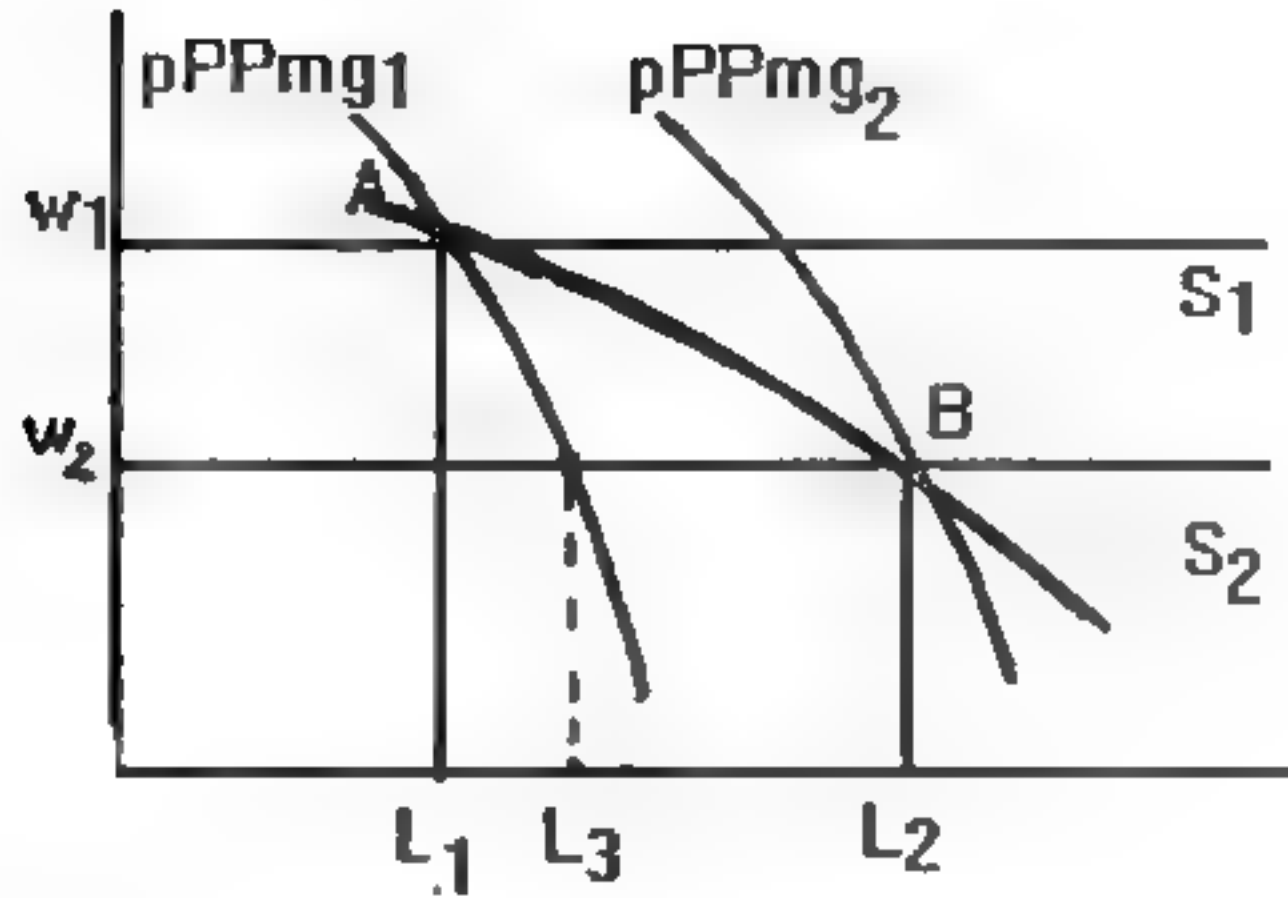
يكون منحنى الطلب الفردي على عنصر متغير وحيد متطابقا مع منحنى قيمة الانتاجية الحدية للعنصر المعنى بالامر.

في البيان السابق يمثل المنحنى  $pPPmg_L$  منحنى الطلب على العنصر  $L$  من طرف المؤسسة المدروسة.

### ملاحظة :

عندما تستعمل سيرورة الانتاج عدة عناصر متغيرة يكون منحنى الطلب على عنصر متغير معين مختلفا عن المنحنى  $pPPmg$  وهذا يرجع لعدم استقلالية العناصر في سيرورة الانتاج. عندما يتغير سعر احدى العناصر يتغير استعمال كل العناصر ولذلك قد يتغير موقع منحنى الانتاجية الحدية (وبالتالي المنحنى  $pPPmg$ ) للعنصر المتغير المدروس .

يظهر هذا التغير في البيان التالي :



بعد انخفاض سعر العنصر  $L$  يحدث تغير في مستوى استعماله وكذلك في مستوى استعمال العناصر الأخرى. يمثل البيان انتقال المنحنى  $pPPmg_L$  إلى اليمين :

يلاحظ أن في البداية يحدث التوازن في النقطة  $A$  التي تمثل تساوي بين سعر العنصر  $w_1$  و  $pPPmg_1$ . إذا انخفض  $w$  إلى  $w_2$  حيث  $S_2$  يعوض  $S_1$  كمنحنى عرض العنصر وكان  $L$  العنصر المتغير الوحيد ، فالمؤسسة سوف تستعمل  $L_3$  حسب المنحنى  $pPPmg_1$  (يكون منحنى الطلب متطابقا مع المنحنى  $pPPmg_1$ ).

لكن في هذه الحالة تتغير مستويات استعمال العناصر الأخرى، ويتغير موقع المنحنى  $pPPmg$  (ينتقل إلى  $pPPmg_2$  في البيان السابق) ولذلك يحدث تساوي  $w_2$  وقيمة الإنتاجية الحدية في النقطة  $B$  على المنحنى  $pPPmg_2$ ، والمؤسسة سوف تستعمل  $L_2$  وحدة من العنصر  $L$ . بتوسيع

نفس الفكرة يمكن بناء منحنى الطلب على العنصر المتغير  $L$  الذي يظهر في شكل المنحنى  $AB$ .

### ملاحظات :

- إذا كانت دالة الانتاج تكتب على شكل

$$X = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

تكون دالة الانتاجية الحدية للعنصر  $L$

$$PPmg_L = \delta X / \delta L = A(1-\alpha) (K/L)^{\alpha}$$

ويلاحظ ان لكل مستوى من  $K$  تليه دالة  $PPmg_L$  معينة.

- بعد تغير سعر  $L$  وبفرضية تغير عناصر اخرى يمكن لمنحنى

الانتاجية الحدية للعنصر  $L$  ان ينتقل الى اليسار (البيان السابق) او

الى اليمين او يدور حول  $A$  .

تكون النتيجة النهائية مرتبطة بشكل دالة الانتاج وكيفية الاحلال بين

العناصر المتغيرة العديدة.

### خلاصة :

يمكن تحديد منحنى الطلب على عنصر متغير ولو استعملت عدة

عناصر متغيرة في سيرورة الانتاج . يكون ميل المنحنى سالبا

حيث يفترض علاقة عكسية بين تغير السعر والكمية المطلوبة.

## 2 - حالة منافسة غير مثلى في سوق المنتج :

في إطار سوق منافسة مثلة للمنتوج يكون الطلب الموجه نحو المؤسسة مرنا تماما اي بعبارة اخرى يأخذ منحني الطلب الموجه نحو المؤسسة شكل خط افقي في مستوى السعر المعطى من طرف السوق . لذلك يمكن كتابة المعادلة

قيمة الانتاجية الحدية = الدخل الحدي للعنصر (الانتاجية الحدية المقيمة).  
او

$$\frac{dRT}{dL} = \frac{dPX}{dL} = \frac{PdX}{dL} = pPPmgL$$

لكن في إطار سوق منافسة غير مثلى حيث دالة الطلب تتميز بميل سالب (مرونة غير تامة) الدخل الحدي الناتج عن استعمال وحدة اضافية من العنصر (الانتاجية الحدية المقيمة) سوف يكون اقل من قيمة الانتاجية الحدية للعنصر.

اعتبر الجدول الآتي :

انتاجية حديد مقيمة وقيمة الانتاجية الحديدية لمؤسسة احتكارية

قمة الانتاجية الحديدية	انتاجية حديدة مقيمة	دخل كلي	سعر المنتوج	انتاج حدي	انتاج كلي	وحدات من العنصر
7	6	5	4	3	2	1
-	-	-	-	-	0	0
100	100	100	10	10	10	1
81.45	72	172	9.05	9	19	2
67.6	56	228	8.45	8	27	3
55.58	42	270	7.94	7	34	4
45	30	300	7.50	6	40	5
35.55	20	320	7.11	5	45	6
27.12	12	332	6.78	4	49	7
19.32	3	335	6.44	3	52	8
12.4	0	335	6.20	2	54	9
6.05	-2	333	6.05	1	55	10

ملاحظات :

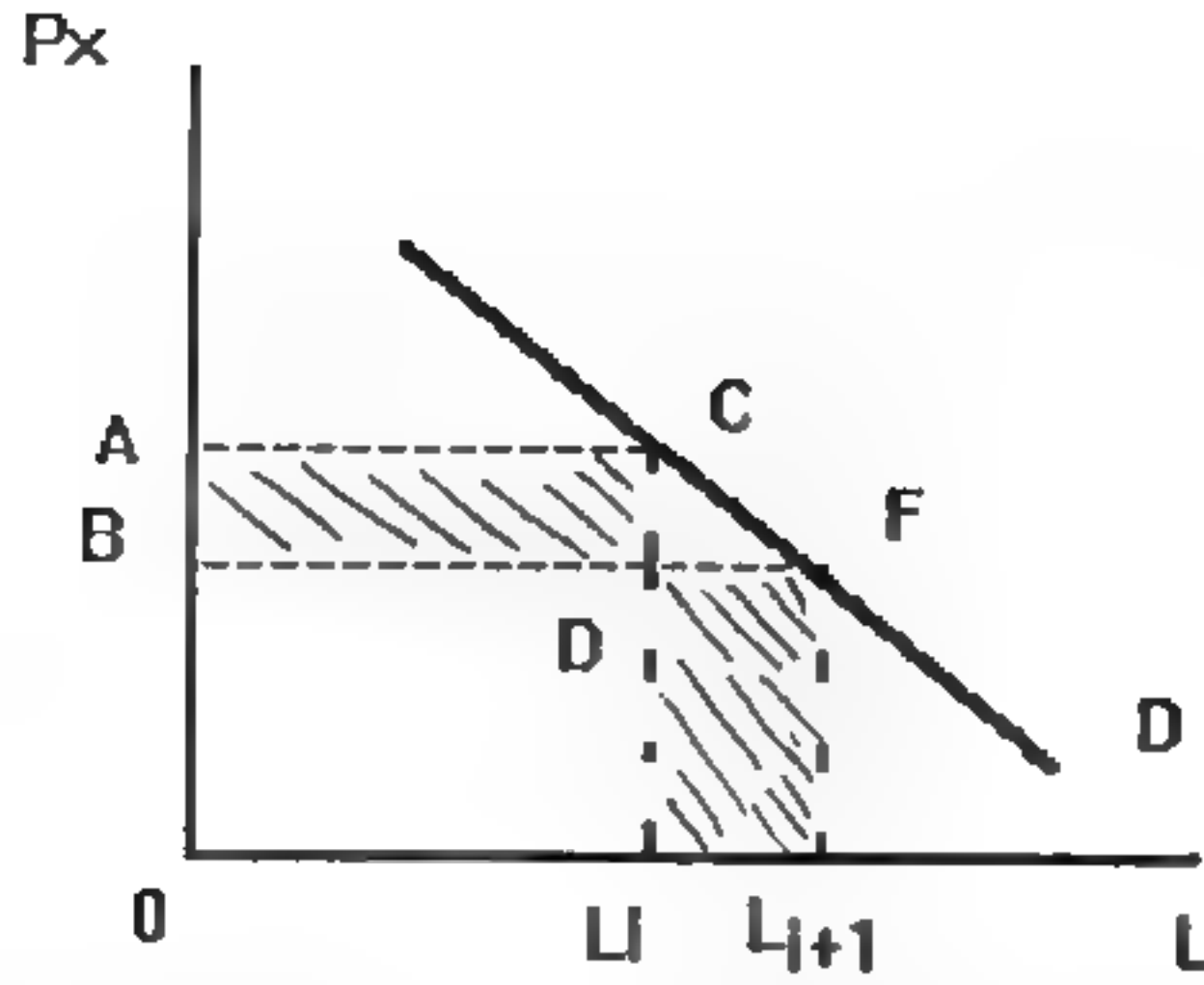
- تمثل الاعمدة الثلاثة الاولى دالة الانتاج ، ويلاحظ ان الانتاجية الحديدية للعنصر تكون متناقصة.

تشير الاعمدة (2) و (4) الى دالة طلب (على المنتج) بميل سالب.

- يوضح العمود (6) مفهوم الانتاجية الحديدية المقيمة او الدخل الاضافي الناتج عن استعمال وحدة إضافية من العنصر المتغير ، بينما يشير العمود (7) الى قيمة الانتاجية الحديدية للعنصر.

- تكون قيمة الانتاجية الحديدية للعنصر دائما اكبر من الانتاجية الحديدية المقيمة.

وتظهر العلاقة الاخيرة في البيان التالي :



عندما تتميز دالة الطلب بميل سالب (مرونة غير تامة) تؤدي اضافة وحدة من العنصر الى :

- انتاجية حدية مقيمة (دخل حدي للعنصر)

$$\begin{aligned} PPmg_L V &= OBFL_{i+1} - OACL_i \\ &= DL_i L_{i+1} F - ABDC \end{aligned}$$

- قيمة الانتاجية الحدية للعنصر بمستوى

$$pPPpmg = DL_i L_{i+1} F$$

ويلاحظ ان الانتاجية الحدية المقيمة تكون اقل من قيمة الانتاجية الحدية للعنصر طالما كان ميل منحنى الطلب سالبا.

ملاحظة :

عندما منحنى الطلب D يتوجه نحو خط افقي فالمساحة BACD تتوجه نحو الصفر والانتاجية الحدية المقيمة قد تتجه نحو قيمة الانتاجية الحدية.

- تحليل عام

تكتب الانتاجية الحدية المقيمة للعنصر  $L$  على شكل :

$$PPmg_V = \frac{dRT}{dL} = \frac{dPX}{dL}$$

حيث  $RT$  يدل على الدخل الكلي

وتحليل العبارة السابقة قد يؤد الى :

$$\begin{aligned} & \frac{dRT}{dL} = \frac{dPX}{dL} \\ & = P \frac{dX}{dL} + X \frac{dP}{dX} \frac{dX}{dL} \\ & = \frac{dX}{dL} \left( P + X \frac{dP}{dX} \right) \\ & = P \frac{dX}{dL} \left( 1 + \frac{X}{P} \frac{dP}{dX} \right) \\ & = P \frac{dX}{dL} \left( 1 + \frac{1}{e_{XX}} \right) \end{aligned}$$



و

$$PPmg_V = pPPmg \left( 1 + \frac{1}{e_{xx}} \right) \quad VII - 2$$

او

$$PPmg_V = PPmg \cdot Rmg \quad VII - 3$$

حيث

$$Rmg = \frac{dRT}{dX} = P \left( 1 + \frac{1}{e_{xx}} \right)$$

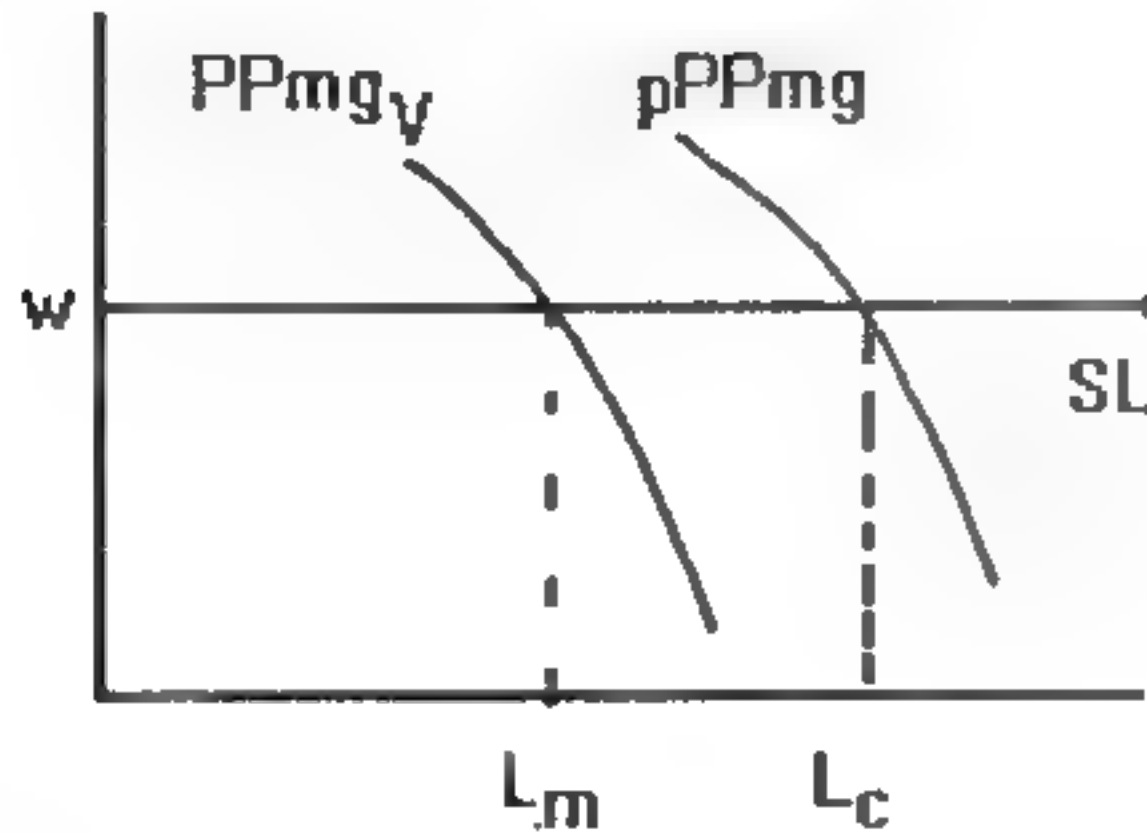
### ملاحظة :

إذا كانت  $e_{xx}$  جد كبيرة (  $-\infty < e_{xx}$  ) او بعبارة اخرى اذا كانت دالة الطلب على المنتج تقارب خط افقي قد تكون المعادلة التالية محققة.

$$PPmg_V = pPPmg$$

بينما في حالة  $-1 < e_{xx} < -\infty$  تكون الانتاجية الحدية للعنصر اقل من قيمة الانتاجية الحدية للعنصر .  
وأخيرا اذا كانت  $0 < e_{xx} < -1$  فالانتاجية الحدية المقيمة تكون سالبة.

تظهر الحالة التي تشير الى دالة طلب على المنتج بميل سالب (اقل من -1) في البيان التالي



### ملاحظات :

- اذا كان سوق المنتج يتميز بمنافسة مثلى /منحنى قيمة الانتاجية الحدية  $pPPmg$  سوف يشير الى دالة الطلب على عنصر الانتاج ولذلك تستعمل المؤسسة المستوى  $L_c$  (المناسب لنقطة التقاطع بين  $pPPmg$  ومنحنى عرض العنصر  $S_L$ ).

- إذا كان سوق المنتج يتميز بمنافسة غير مثلى يكون المنحنى  $PPmg_v$  على يسار المنحنى  $pPPmg$  وعدم تطابق المنحنيين سوف يؤدي المؤسسة الى استراتيجية خاصة حيث تستعمل الآن المستوى من العنصر الذي يتميز بتساوي سعر العنصر والدخل الاضافي الناتج عن استعمال وحدة إضافية من هذا العنصر اي بعبارة اخرى تكون المؤسسة في توازن عندما تحقق المعادلة:

$$PPmg_V = w \quad \text{VII} - 4$$

يمكن الوصول الى هذه النتيجة بإستعمال الوسائل الرياضية اي :

تكتب دالة الطلب على المنتج على شكل :

$$P = f(X)$$

وتكتب دالة الانتاج على شكل :

$$X = g(L)$$

اذا كان  $P$  و  $w$  يمثلان سعر المنتج  $X$  وسعر عنصر الانتاج  $L$  فتكتب

دالة الربح على شكل :

$$P = pX - wL$$

$$= X f(X) - wL$$

$$= g(L) f[g(L)] - wL$$

وتكتب شروط الدرجة الاولى لتعظيم الربح على شكل

$$\frac{d\Pi}{dL} = \frac{dg}{dL} \cdot f[g(L)] + g(L) \frac{df}{dg} \frac{dg}{dL} - w = 0$$

$$= \frac{dg}{dL} \left[ f[g(L)] + g(L) \frac{df}{dg} \right] - w = 0$$

$$= \frac{dg}{dL} \left[ P + X \frac{df}{dg} \right] - w = 0$$

$$= pPPmg \left[ 1 + \frac{1}{e_{xx}} \right] - w = 0$$

أو

$$PPmgV = w$$

### تعريف :

يكون منحنى الطلب الفردي لعنصر متغير وحيد متطابقا مع منحنى الانتاجية الحدية المقيمة للعنصر المعنى بالامر عندما يتميز سوق المنتج بمنافسة غير مثلى.

### ملاحظة :

عندما تستعمل سيرورة الانتاج عدة عناصر متغيرة يكون منحنى الطلب على عنصر انتاج معين مختلفا عن المنحنى  $PPmgV$  ويأخذ التحليل نفس الشكل الذي وجه في الفصل 1 سابقا اي يمكن تحديد منحنى الطلب باستعمال عدة نقاط توازن على منحنيات الانتاجية الحدية المقيمة التي تبنى بعد كل تغير.

### خلاصة :

إذا كان سوق عنصر الانتاج يتميز بمنافسة مثلى يحدد استعماله حسب حالتين :

- إذا كان سوق المنتج يتميز بمنافسة مثلى قد تستعمل المؤسسة الفردية العنصر لدرجة تتميز بتساوي سعره وقيمة انتاجيته الحدية.
- إذا كان سوق المنتج يتميز بمنافسة غير مثلى قد تساوي المؤسسة الفردية بين سعر العنصر وانتاجيته الحدية المقيمة.
- يلاحظ ان في الإطار الاول (سوق منافسة مثلى للمنتوج) تستعمل اكثر كمية من العنصر وبالتالي يأخذ هذا الأخير اكبر كمية من الدخل الاجاملي.

## ملخص للفصل VII

a - استعمال عنصر انتاج في سوق منافسة مثلى للعنصر وسوق منافسة مثلى للمنتوج.

إذا كان عنصر الانتاج يشتري في سوق منافسة مثلى وكانت المؤسسة تباع منتوجها في سوق يتميز كذلك بمنافسة مثلى تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي سعر العنصر وقيمة انتاجيته الحدية اي :

$$pPPmg = w$$

ويكون منحنى الطلب الفردي على عنصر الانتاج المتغير متطابقا مع منحنى قيمة الانتاجية الحدية للعنصر.

b - استعمال عنصر انتاج في سوق منافسة مثلى للعنصر وسوق منافسة غير مثلى للمنتوج.

في هذه الحالة تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين سعر المنتوج وانتاجيته الحدية المقيمة اي :

$$PPmg_v = w$$

ويكون منحنى الطلب على العنصر ممثلا في منحنى الانتاجية الحدية المقيمة.

## تمارين

7 - 1 - تستعمل المؤسسة "موش" عنصر انتاج متغير وحيد  $F$  وتُشري هذا العنصر من سوق منافسة مثلى لإنتاج المنتج  $X$ . الذي يباع في سوق منافسة مثلى.

- إذا كان سعر العنصر  $F$  وسعر المنتج  $X$  يساويان على التوالي 30 و 15، اكمل الجدول التالي (بدون الاخذ بعين الاعتبار التكاليف الثابتة)

$F$	$X$	$PPmg$	$P_x$	$RT$	$VPPmg_F$	$Cmg_F$	$CV$
4	8						
5	14						
6	19						
7	23						
8	26						
9	28						
10	29						

- ما هو العمود الذي يمثل طلب المؤسسة على العنصر  $F$  ؟

ما هو العمود الذي يمثل عرض العنصر  $F$  ؟

- حدد نقطة توازن المؤسسة

- ما هو مستوى استعمال العنصر  $F$  إذا ارتفع سعره الى 45. ؟

- ما هو مستوى استعمال العنصر  $F$  إذا بقي سعره بدون تغيير بينما

انخفض سعر المنتج  $X$  الى 10 ؟.

- انطلاقا من نقطة التوازن في السؤال الثاني اعتبر استعمال وحدة اقل من العنصر  $F$  ووحدة إضافية من نفس العنصر، اثبت عبر دراسة تغيرات الدخل الكلي والتكلفة الكلية، ان مستوى استعمال العنصر  $F$  في السؤال الثاني يكون حقيقة مستوى امثل.

7 - 2 - تستعمل المؤسسة "ميش" عناصر ثابتة وعنصرا متغيرا وحيدا لإنتاج المنتج  $X$  الذي يباع في سوق منافسة مثلى، استخرجت المعلومات التالية من محاسبة المؤسسة.

$x$	$CTM$	$CVM$	$Cmg$
20	30	25	35
18	25	19.4	25
15	25.6	19	19
10	30	20	15

- اوجد شبه الربح اذا كان سعر المنتج يساوي 35 ، 25 ، 19 و 15  
- حدد مستويات تكلفة الفرصة للعنصر المتغير والربح اذا كان سعر المنتج يساوي 35، 25 و 19 .  
- إذا اخذت الحكومة شبه الربح عندما يساوي سعر المنتج 35 هل تغلق المؤسسة ابوابها؟.

7 - 3 - تنتج المؤسسة "شلوفي" السلعة  $X$  التي تباع بالسعر 5  $P_x =$   
في سوق منافسة مثلى. تستعمل المؤسسة شلوفي عنصري انتاج  $L$  و  $K$

لإنتاج سلعتها. استطاعت نقابة العمال (L) ان تتحصل على ارتفاع معتبر للأجرة حتى لا تغير مستوى انتاجها عوضت المؤسسة شلوفي كميات من العمل بكميات من الرأسمال. تظهر نقاط توازن المؤسسة قبل ارتفاع الاجرة وبعد ارتفاعها في الجدول التالي :

X	PPmg <sub>L</sub>	T	PPm <sub>K</sub>	K
قبل الارتفاع				
-	18	11	40	4
بعد الارتفاع				
-	30.2	5	25.875	8

- اذا كانت المؤسسة تستعمل دالة انتاج متجانسة من الدرجة الاولى
- حدد مستوى الانتاج والدخل الكلي للمؤسسة قبل ارتفاع الاجور وبعده.
- ماهو معدل الاجرة ونسبة الاجور في الدخل الكلي قبل وبعد ارتفاع الاجور
- اوجد قيمة مرونة الاحلال.
- ماذا يمكن استخلاصه فيما يخص توزيع الدخل الكلي من النتائج السابقة.



## VIII - نظرية استعمال عناصر الانتاج من طرف مشتري وحيد

إذا كان سوق العنصر يتميز بمنافسة غيى مثلى او بعبارة اخرى إذا كانت المؤسسة المنتجة تمثل المشتري الوحيد للعنصر سوف تواجه هذه المؤسسة دالة عرض للعنصر بميل موجب (عوضا عن الخط المستقيم الذي يميز سوق المنافسة المثلى). في هذا الاطار يأخذ التحليل شكلين :

- حالة سوق منافسة مثلة فيما يخص المنتج.
- حالة سوق منافسة غير مثلى يخص المنتج.

### 1 - حالة منافسة مثلى في سوق المنتج :

إذا كانت المنافسة المثلة سائدة داخل سوق المنتج تبقى دالة الطلب على عنصر الانتاج ممثلة في منحنى قيمة الانتاجية الحدية للعنصر، لكن بسبب تغير دالة عرض العنصر يجب إدخال منحنى الانفاق الحدي على العنصر لإيجاد نقطة توازن المؤسسة.

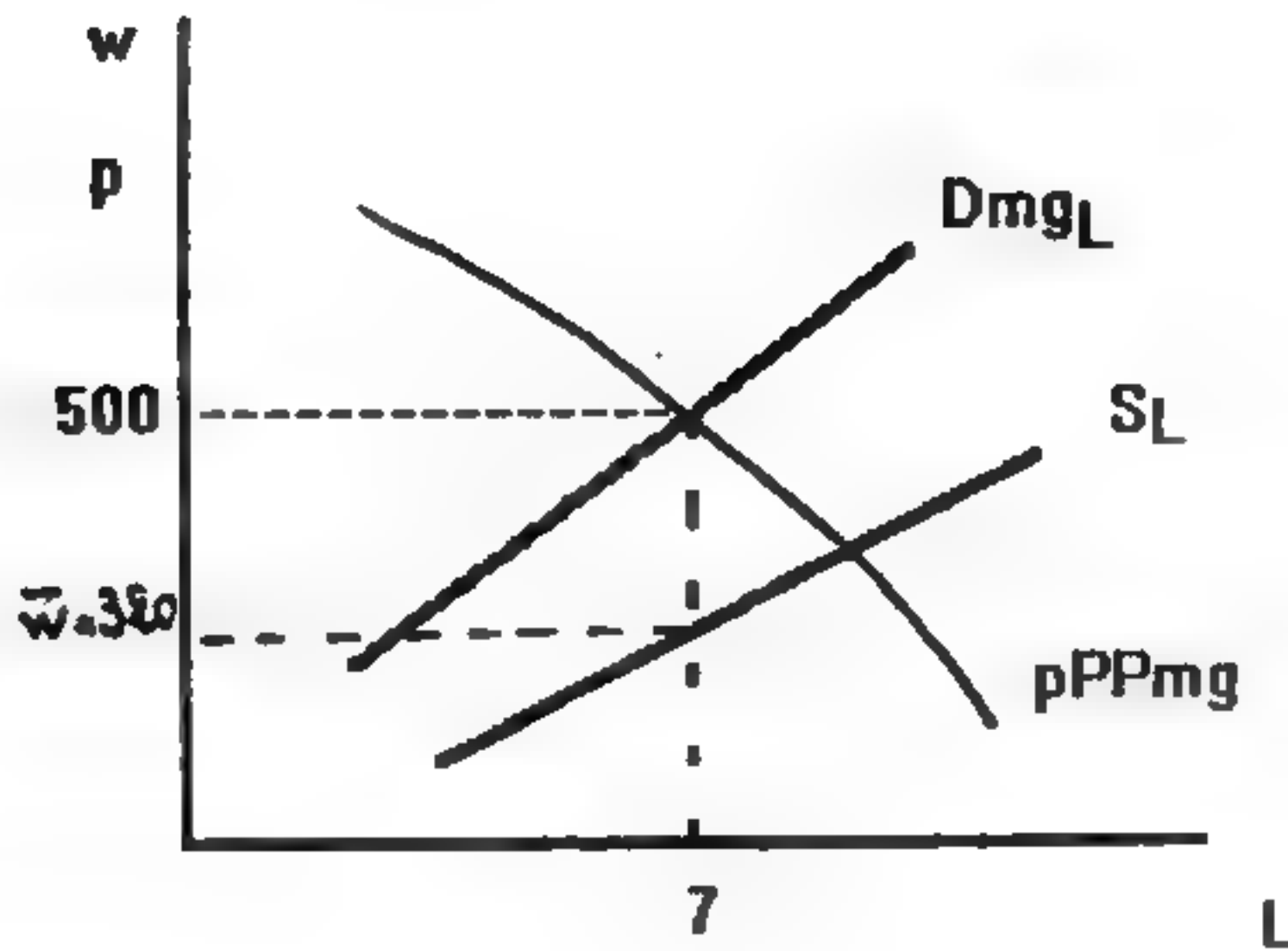
اعتبر الجدول التالي

كمية العنصر L	سعر العنصر	تكلفة كلية	اتفاق حدي	إنتاج كلي	إنتاجية حدية (PPmg)	سعر المنتج P	pPPmg
4	230	-	-	335	-	10	
5	260	1300	380	400	65	.	
6	290	1740	440	460	60	.	600
7	320	2240	500	510	50	.	500
8	350	2800	560	545	35	.	350
9	380	3420	620	555	10	.	100
10	410	4100	680	560	5	.	50

### ملاحظة :

- تمثل الأعمدة (1) و (2) دالة العرض لعنصر الانتاج وتتميز هذه الدالة بميل موجب.
- يمثل العمود (4) الاتفاق الحدي أي التكلفة الإضافية الناتجة عن استعمال وحدة إضافية من عنصر الانتاج.
- تكون المؤسسة في توازن عندما يكون الدخل الإضافي الناتج عن استعمال وحدة إضافية من العنصر (pPPmg) مساويا التكلفة الإضافية الناتجة عن استعمال وحدة إضافية من العنصر (Dmg) .
- في الحالة السابقة تكون المؤسسة في توازن عندما تستعمل سبع وحدات من العنصر .

وتظهر الحالة تلسابقة في البيان التالي :



ملاحظات :

يكون موقع المنحنى  $Dmg$  اعلى من موقع منحنى عرض العنصر.  
 - تكون المؤسسة في توازن في النقطة B (نقطة تقاطع  $Dmg$  و  $pPPmg$ ) حيث تستعمل 7 وحدات من  $L$  وتسدد 320 كمعدل أجرى (إذا كان  $L$  يمثل عدد العمال المستعملين)

تحلل الظاهرة السابقة بإستعمال الوسائل الرياضية كالتالية :

اعتبر ان سعر المنتج  $P$  يعطي من طرف السوق ، بينما دالة الانتاج (للمنتوج) ودالة عرض العنصر تكتبان على شكل :

$$X = g(L) \quad g' > 0$$

$$w = h(L) \quad h' > 0$$

تكتب دالة الربح على شكل "

$$P = pX - wL$$

$$= p g(L) - L h(L)$$

ويؤدي تعظيم الربح الى :

$$\frac{d\Pi}{dL} = p \frac{dg}{dL} - h(L) - L \frac{dh}{dL} = 0$$

او

$$pPPmg = Dmg \quad \text{VIII} - 1$$

ملاحظة :

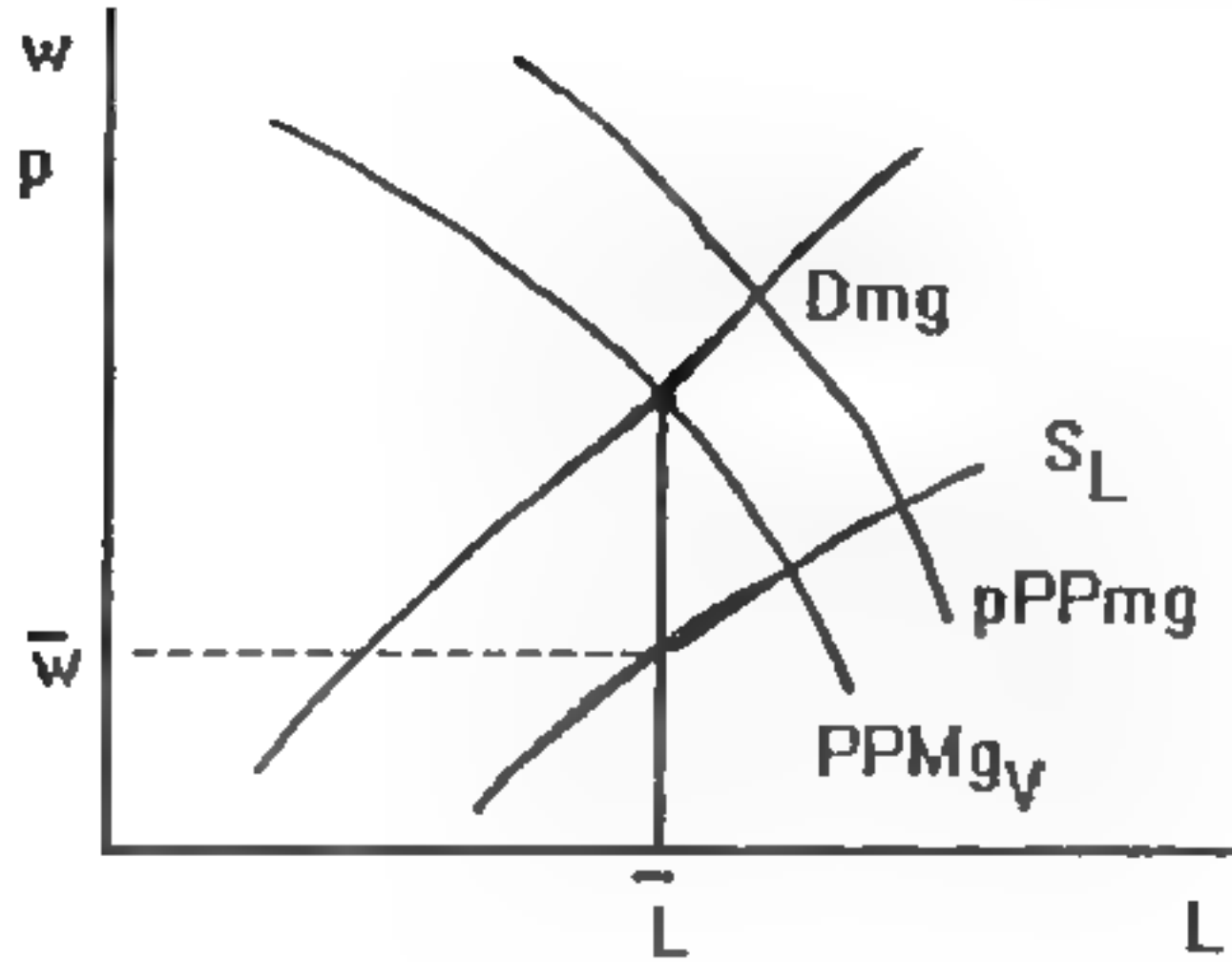
يكتب الانفاق الكلي على العنصر على شكل :  $D = wL$   
ويأخذ الانفاق الحدي الشكل

$$Dmg = \frac{dD}{dL} = \frac{d}{dL} (h(L)L)$$

$$= h(L) + L \frac{dh}{dL}$$

## 2 - حالة منافسة غير مثلى في سوق المنتج :

إذا كانت المؤسسة المنتجة مؤسسة احتكارية في سوق المنتج والمشتوري الوحيد في سوق عنصر الإنتاج يحدث التوازن في نقطة تقاطع المنحنى  $D_{mg}$  ومنحنى الإنتاجية الحدية المقيمة



تحليل رياضي :

إذا كتبت دوال الطلب على المنتج، الإنتاج (المنتج) وعرض العنصر على شكل

$$p = f(X) \quad f' < 0$$

$$X = g(L) \quad g' > 0$$

$$w = h(L) \quad h' > 0$$

قد تأخذ دالة الربح الشكل التالي :

$$\begin{aligned} \Pi &= pX - wL \\ &= g(L) f[g(L)] - L h(L) \end{aligned}$$

ويؤدي تعظيم الربح الى :

$$\frac{d\Pi}{dL} = \frac{dg}{dL} f[g(L)] g(L) \frac{df}{dg} \frac{dg}{dL} - h(L) - L \frac{dh}{dL} = 0$$

$$= pPPmg \left[ 1 - \frac{1}{exx} \right] - \left[ h(L) + L \frac{dh}{dL} \right] = 0$$

أو

$$PPmg \quad V = Dmg \quad VIII - 2$$

### خلاصة :

إذا كان سوق عنصر انتاج يتميز بمنافسة غير مثلى قد يحدد استعماله حسب حالتين :

- إذا كانت المنافسة المثلة تسود في سوق المنتج قد يستعمل العنصر لدرجة تتميز بتساوي قيمة الانتاجية الحدية والانفاق الحدي على العنصر .

- إذا كان سوق المنتج يتميز بمنافسة غير مثلة قد يستعمل العنصر لدرجة تتميز بتساوي الانتاجية الحدية المقيمة والانفاق الحدي.

- يلاحظ انه كلما ابتعدت ميزات الاسواق من ميزات المنافسة المثلة انخفض استعمال العنصر وانخفضت الكمية من الدخل التي يأخذها.

### 3 - نظريات الانتاجية الحدية والاستغلال :

تتعلق النظرية النيوكلاسيكية من فرضية وجود دالة انتاج بالشكل :

$$X = f (K , L)$$

حيث الدالة  $f$  تكون مستمرة ، قابلة للاشتغال من الدرجة الاولى والثانية ومتجانسة من الدرجة الاولى (غلة حجم ثابتة).

باستعمال فرضية التجانس يمكن كتابة دالة الانتاج على شكل :

$$\begin{aligned} \frac{X}{L} &= f \left( \frac{K}{L}, 1 \right) \\ &= g (k) \end{aligned}$$

حيث  $k = \left( \frac{K}{L} \right)$  يدل على الكثافة الرأسمالية

$$X = L g (k) \quad \text{أو}$$

تكتب الانتاجية الحدية للرأسمال والعمل على شكل :

$$\begin{aligned} f_K &= \frac{\delta X}{\delta K} = L \frac{\delta g}{\delta k} \frac{\delta k}{\delta K} \\ &= g' (k) \end{aligned}$$

$$f_L = \frac{\delta X}{\delta L} = g(k) + L \frac{\delta g}{\delta k} \frac{\delta k}{\delta K} \\ = g(k) - k g'(k)$$

بحيث انه في إطار المنافسة المثلة يساوي دخل كل عنصر انتاجياته الحدية  
يمكن كتابة :

$$f_K = g'(k) = r$$

$$f_L = g(k) - k g'(k) = w$$

انطلاقا من المعادلة الاخيرة يمكن كتابة :

$$g(k) = f_L + k g'(k)$$

ويضرب هذه المعادلة بالعنصر L وباستعمال المعادلات السابقة يمكن كتابة

$$X = wL + rK \quad \text{VIII - 3}$$

### ملاحظة :

في إطار المنافسة المثلى يقسم الانتاج الكلي على عناصر الانتاج  
حيث يأخذ كل عنصر نصيبه حسب انتاجيته الحدية.

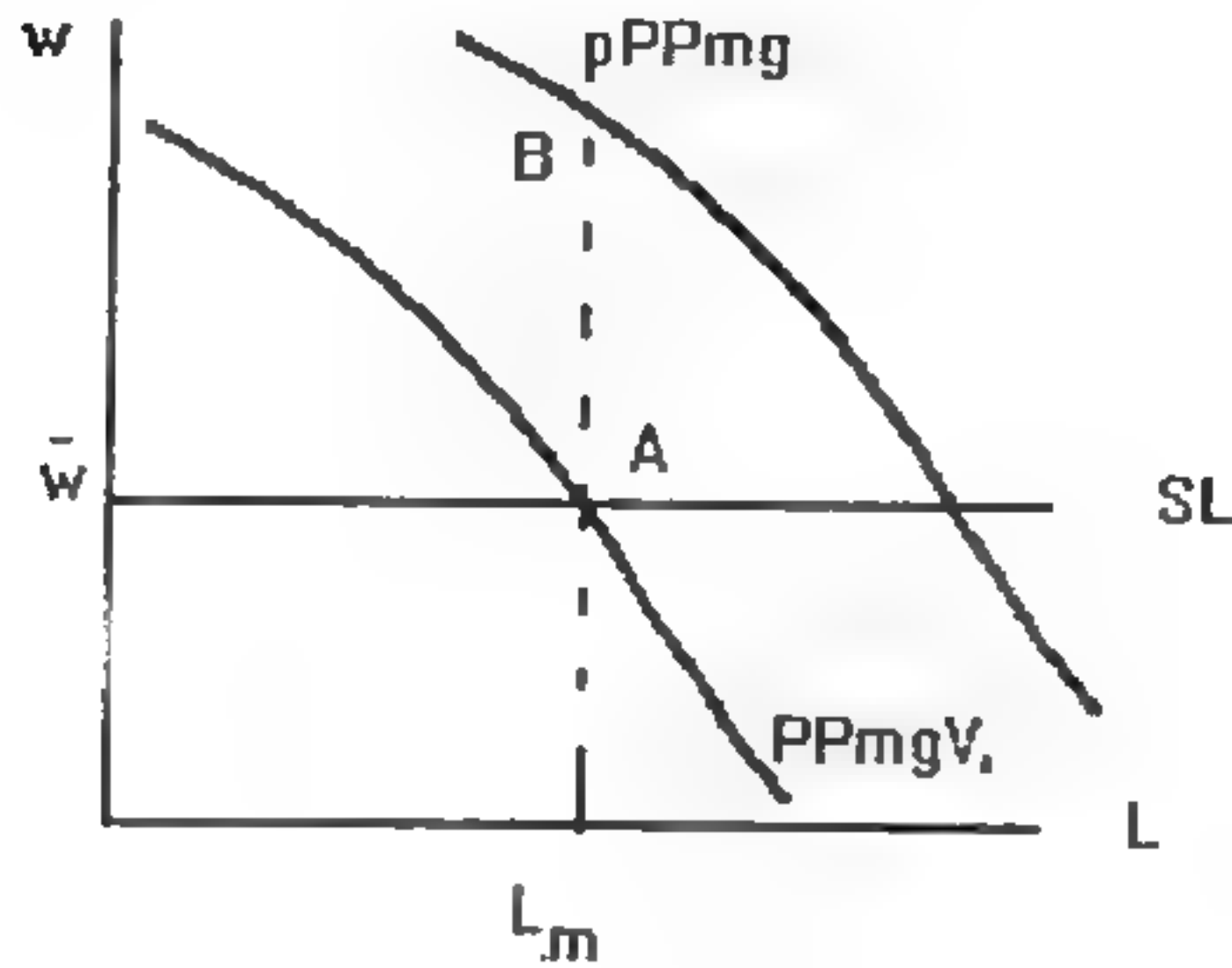
تكون الملاحظة الاخيرة المعيار الرئيسي لدراسة التوزيع في إطار النظرية  
النيوكلاسيكية ويمكن دراسة حالات خارجة عن المنافسة المثلة لتحليل  
وضعية اي عنصر انتاج فيما يخص نصيبه من الدخل الاجمالي.



### 3 - 1 - الاستغلال الاحتكاري :

إذا كانت المؤسسة الاحتكارية تواجه سوق منافسة مثلى فيما يخص عنصر إنتاج ما (فصل 2-1) (C1)

تكون هذه المؤسسة في توازن عندما تساوي بين سعر العنصر المعطى من طرف السوق وإنتاجيته الحدية المقيمة وتظهر هذه الحالة في البيان التالي :



حسب البيان إذا كان سعر (المعطى من طرف السوق) عنصر الإنتاج يساوي  $\bar{w}$  تكون المؤسسة في توازن عندما تستعمل  $L_m$  وحدة من  $L$  حيث تساوي بين  $w$  و  $PPmgV_i$ .

لكن يلاحظ أن قيمة إنتاجية آخر وحدة مستعملة من العنصر  $L$  تقدر حسب البيان بالقيمة  $L_mB$  ولذلك يفقد العنصر  $L$  القيمة  $AB$  او بعبارة اخرى تساوي الإنتاجية الحدية للعنصر  $L$  القيمة  $L_mB$  بينما دخله يساوي  $L_mA$

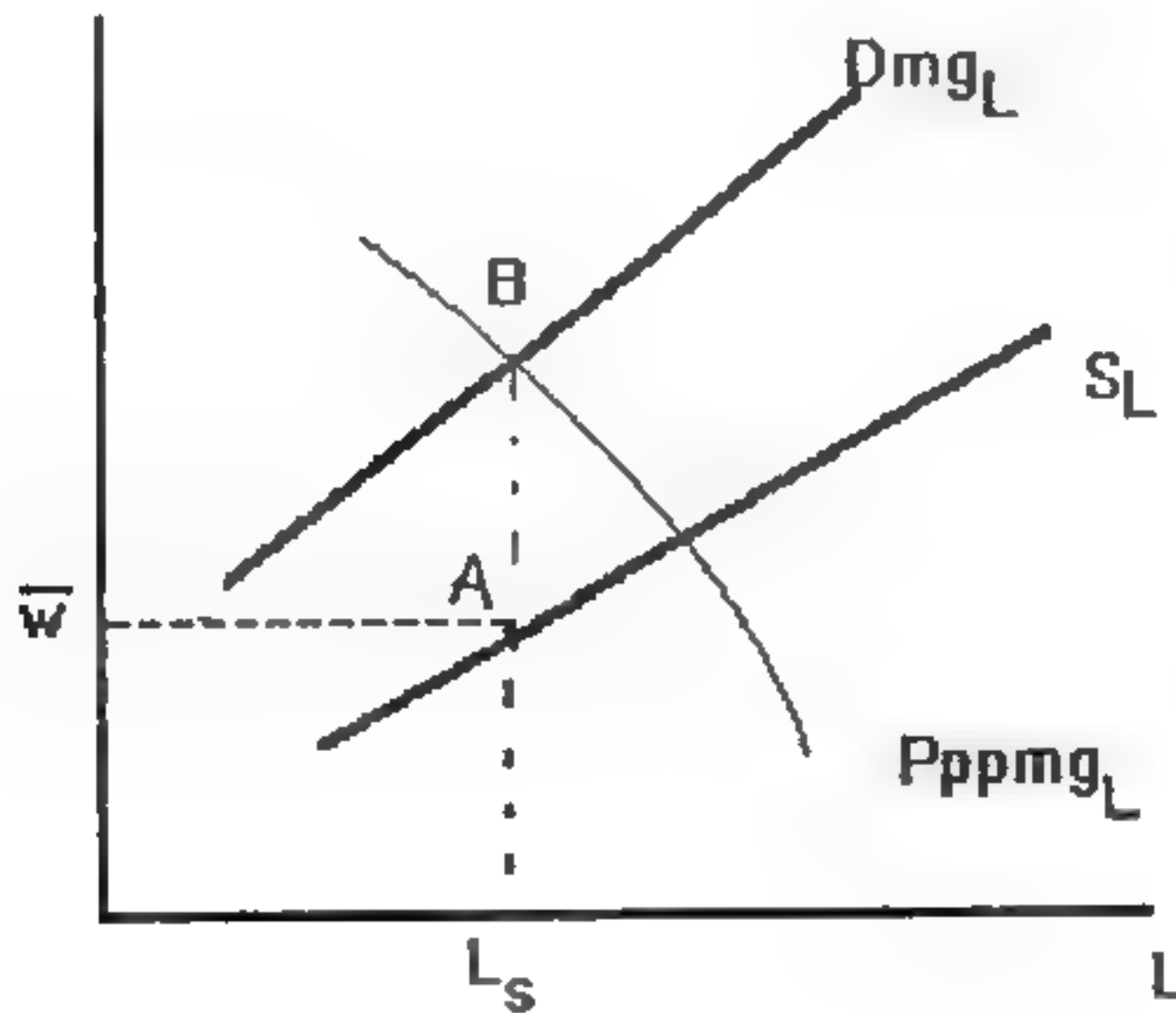
في هذا الاطار تمثل القيمة  $AB$  الاستغلال الاحتكاري للعنصر  $L$ .

### ملاحظة :

إذا كان سعر سلعة ما يمثل قيمتها الاجتماعية، في إطار سوق احتكاري يأخذ عنصر الانتاج القيمة  $\bar{w}$  التي تساوي اقل من مساهمته للقيمة الاجتماعية  $(pPPmg)$ .

### 3 - 2 - استغلال المشتري الوحيد :

إذا كانت المؤسسة المدروسة تمثل المشتري الوحيد لعنصر إنتاج ما وتواجه سوق منافسة مثلى للمنتوج سوف تصل هذه المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين قيمة الانتاجية الحدية للعنصر والانفاق الحدي على هذا العنصر (فصل 1.2-C) وتظهر هذه الحالة في البيان التالي :



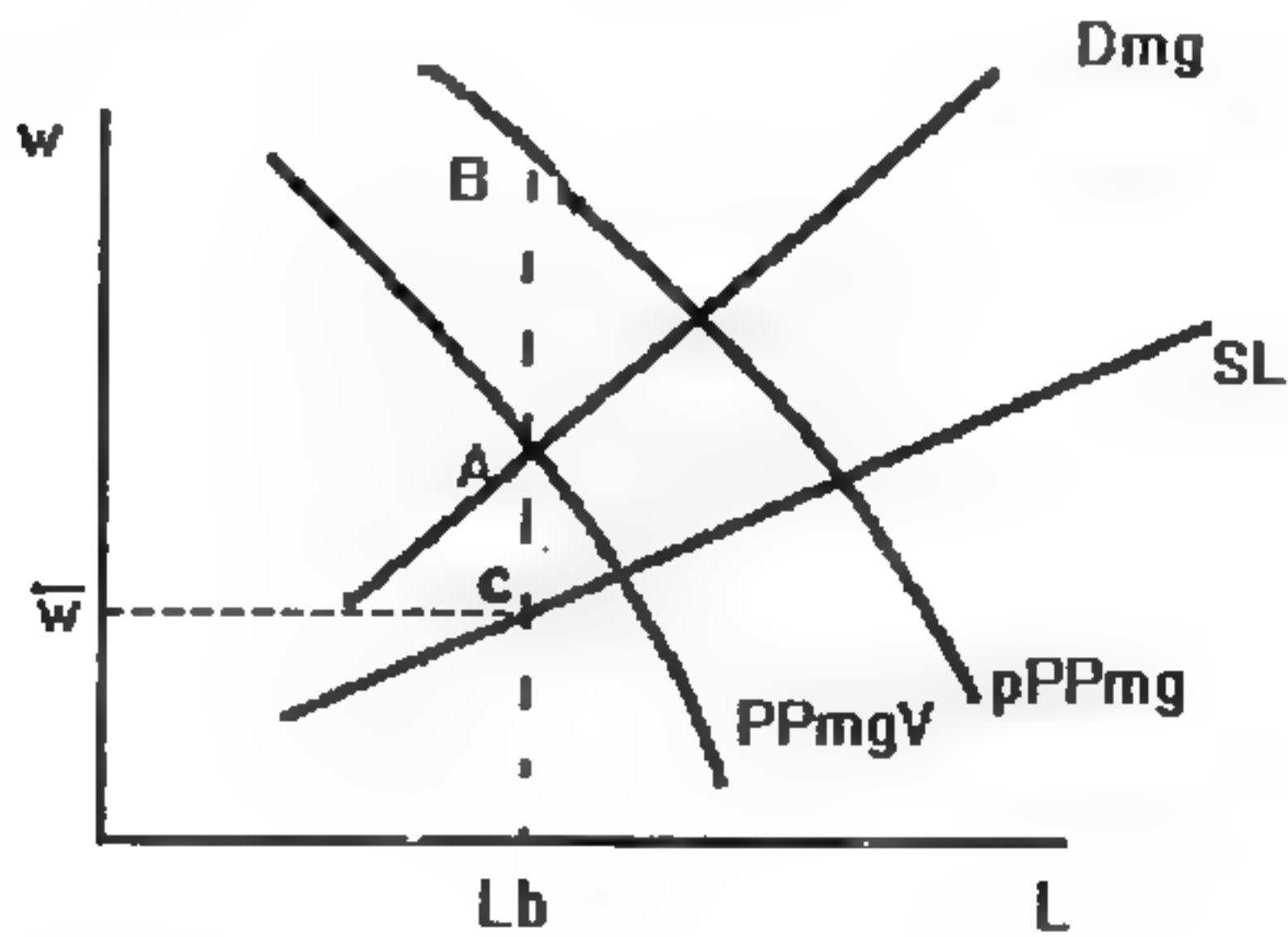
تكون المؤسسة في توازن في النقطة  $(Dmg_L = pPPmg_L)$  حيث تستعمل الكمية  $L_S$  من  $L$  وتسدد  $L$  وتسدد (حسب دالة العرض  $S_L$ ) سعر وحدوي أو معدل اجرة بمستوى  $\bar{w}$ .

لكن يلاحظ ان قيمة الانتاجية لآخر وحدة مستعملة من  $L$  تقدر حسب البيان بالقيمة  $LSB$ .

لذلك يظهر مستوى استغلال العنصر  $L$  كالفرق بين قيمة الانتاجية الحدية  $LSB$  ومعدل الاخرة  $A = L_S \bar{w}$  اي القيمة  $AB$ .

### ملاحظة :

اذا كانت المؤسسة تمثل المشتري الوحيد للعنصر والبائع الوحيد للمنتوج (فصل 2-2-2) يظهر توازن المؤسسة في البيان التالي :



تكون المؤسسة في توازن في النقطة  $A (Dmg = PPmg_V)$  حيث تستعمل الكمية  $L_b$  من  $L$  وتسدد  $L_b \bar{c} = \bar{w}$  كسعر وحدوي أو معدل اجرة.

لكن يلاحظ ان قيمة الانتاجية لآخر وحدة مستعملة من  $L$  تساوي  $LbB$  ولذلك القيمة  $CB = L_B B - L_b C$  تمثل مستوى استغلال العنصر.

### 3 - 3 - الاحتكار على عناصر الانتاج :

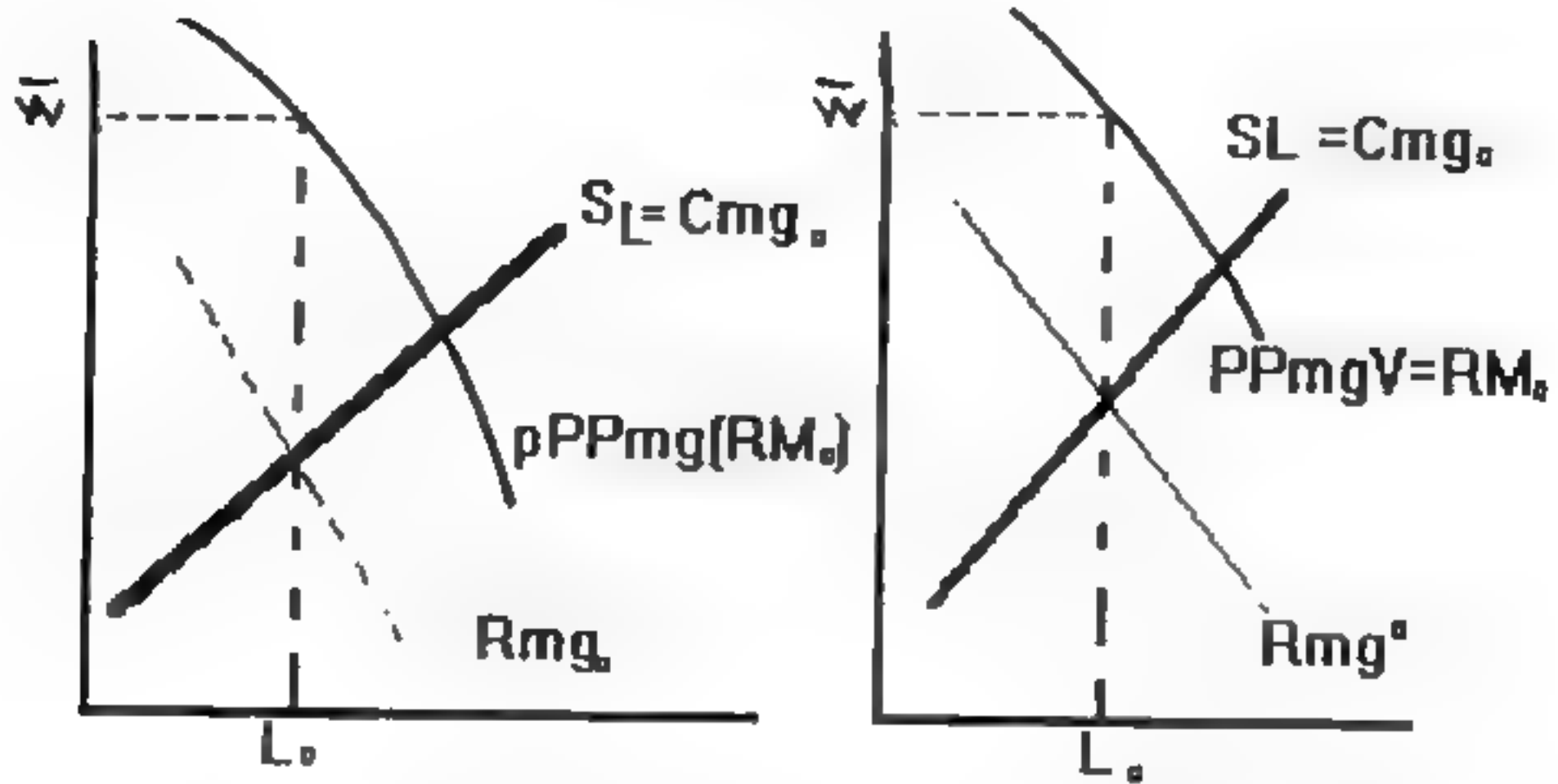
تحدث هذه الحالة عندما تكون عناصر انتاج معينة في حكم منظمة وحيدة وتطبق هذه الظاهرة على سوق العمل خاصة عندما تتفاوض نقابة ما مع المؤسسة او المؤسسات حول معدل الاجرة بإسم العمال. في هذا الاطار يكون تحديد سعر وكمية العنصر المستعمل مرتبطا بموقع المؤسسات في اسواق العناصر والمنتجات، يمثل منحنى عرض الاحتكار (النقابة) اي منحنى تكلفته الحدية في نفس الوقت منحنى التكلفة المتوسطة للمشتري اي :

$$S_L = Cmg_0^* = CM_d \quad \text{VIII - 4}$$

يمثل منحنى طلب المشتري (او المشترين) منحنى الدخل المتوسط  $(RM^0)$  للاحتكار.

يكون منحنى طلب المشتري ممثلا في منحنى قيمة الانتاجية الحدية  $(pPPmg)$  اذا كان المشتري يواجه سوق منافسة مثلى لمنتوجه (فصل 1-1-C) او في منحنى الانتاجية الحدية المقيمة  $(PPmgV)$  اذا كان المشتري يواجه سوق منافسة غير مثلة لمنتوجه (فصل 1-2-C).

انطلاقاً من منحنى الدخل المتوسط يمكن للاحتكار ان يبني منحنى الدخل الإضافي (  $Rmg^o$  ) الذي يمكنه من تحديد المستوى المعروض من العنصر ويظهر توازن الاحتكار في البيانات التالية

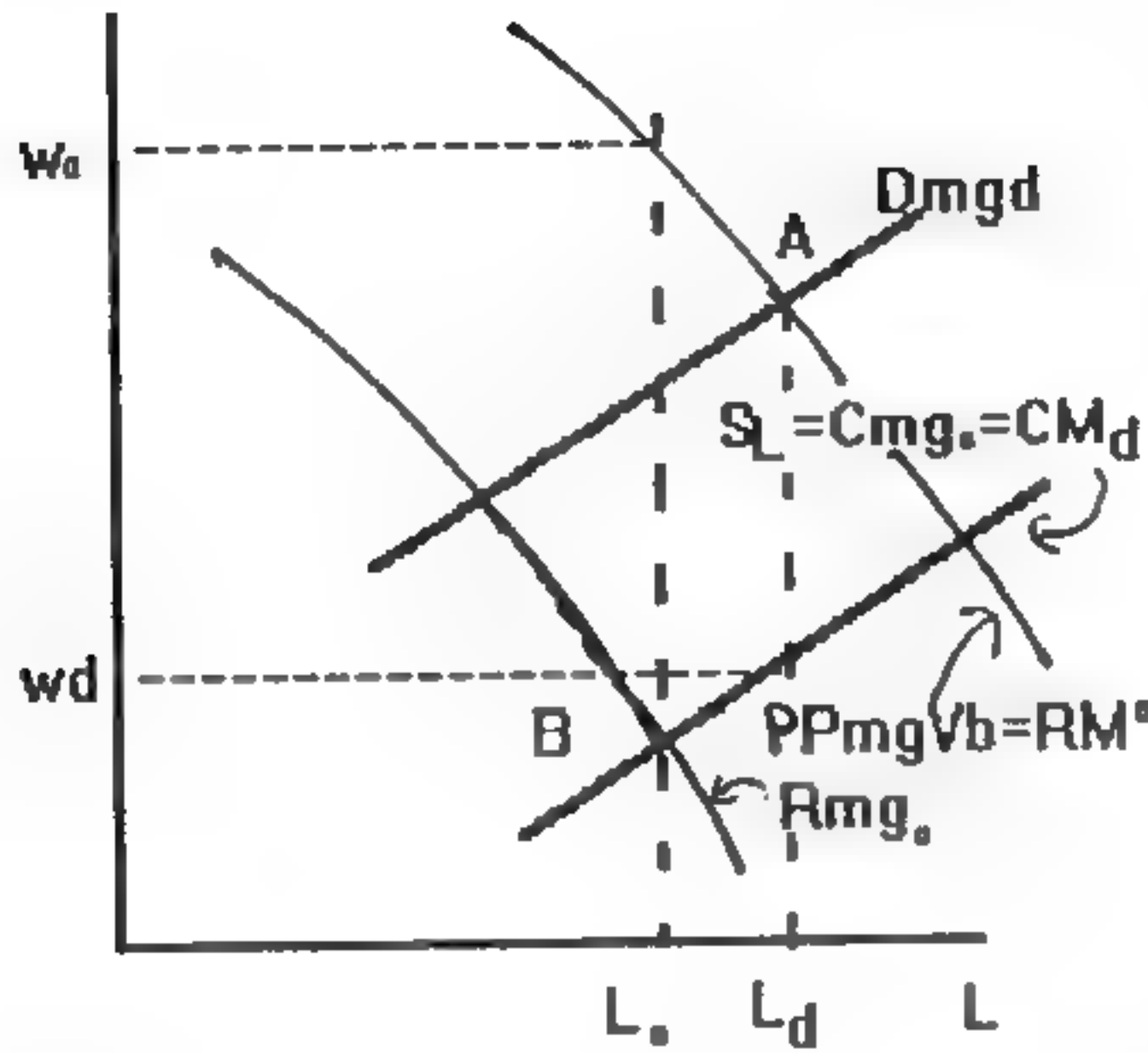


مشتري العنصر يواجه  
سوق منافسة مثلى لمنتجاته

مشتري العنصر يواجه  
سوق احتكاري لمنتجاته

إذا كانت الاحتكار يواجه عددا كبيرا من المشتريين سوف يفرض هذا الاحتكار الاستراتيجية الأمثل بالنسبة لمصالحه (كمية أقل وسعر أكبر من حالة منافسة مثلة في الأسواق).  
لكن يمكن وجود حالة احتكار مزدوجة حيث بائع وحيد يواجه مشتري وحيد وكل واحد منهما يفضل الاستراتيجية المناسبة له.

اعتبر البيان التالي :



ملاحظات :

كمشتري وحيد تحاول المؤسسة الوصول الى النقطة A حيث الانتاجية الحدية المقيمة للعنصر تساوي الانفاق الحدي على العنصر من طرف المؤسسة.

في النقطة A تستعمل المؤسسة الكمية  $L_d$  من  $L$  وتسدد معدل اجرة بمستوى  $w_d$ .

- الاحتكار سوف يحاول تسوية تكلفته الحدية ودخله الإضافي. يكون منحني تكلفته الحدية ممثلا في منحني التكلفة المتوسطة للمشتري الوحيد اي  $S_L$  بينما منحني طلب المشتري الوحيد ( $PP_{mgV_d}$ ) قد يمثل منحني الدخل المتوسط ( $RM_0$ ) للاحتكار. بمعرفة منحني الدخل المتوسط ( $RM_0$ ) يمكن بناء منحني الدخل الإضافي ( $R_{mg_0}$ ) وتساوي التكلفة الحدية والدخل الحدي سوف يؤدي الى نقطة التوازن B التي تكون مفضلة من طرف الاحتكار.

في النقطة B يعرض الاحتكار المستوى  $L_0$  من  $L$  بسعر (معدل الاجرة) يساوي  $w_0$  .

- الفرق من بين  $w_d$  و  $w_0$  و  $L_d$  و  $L_0$  يعني عدم وجود نقطة توازن مباشرة ، ولهذا تحدث مفاوضات لتحديد سعر العنصر ما بين  $w_d$  و  $w_0$  والكمية المستعملة من العنصر ما بين  $L_d$  و  $L_0$ .

## ملخص للفصل VIII

a - استعمال عنصر انتاج في سوق منافسة غير مثلى للعنصر وسوق منافسة مثلة للمنتوج.

عندما تكون المؤسسة المشتري الوحيد للعنصر ونبيع منتوجها في إطار سوق منافسة مثلى تصل هذه المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين قيمة التكلفة الحدية للعنصر والانفاق الحدي على العنصر اي :

$$pPPmg = Dmg$$

ويكون منحنى الطلب على العنصر ممثلا في منحنى قيمة الانتاجية الحدية للعنصر اي  $pPPmg$ .

b - حالة اسواق منافسة غير مثلة للعنصر وللمنتوج :

في هذه الحالة تصل المؤسسة الى توازنها عندما تساوي بين الانتاجية الحدية المقيمة للعنصر والانفاق الحدي على العنصر اي:

$$PPmgV = Dmg$$

ويعبر المنحنى  $PPmgV$  على منحنى الطلب على العنصر .

c - الاستغلال في إطار النظرية الاقتصادية (النيوكلاسيكية) :

يحدث استغلال عنصر انتاج كلما تحصل العنصر على سعر اقل من قيمة انتاجيته الحدية تكون المنافسة المثلى المرجع الذي يحدد درجة الاستغلال.



## تمارين

8 - 1 - تحتكر المؤسسة "طو" انتاج وبيع السلعة  $X$  التي تنتج بعنصر متغير وحيد  $F$ . تشتري المؤسسة "طو" العنصر  $F$  بالسعر

$$P_F = 1568$$

إذا قدرت دالة انتاج السلعة  $X$  على الشكل

$$X = 30F + 9F^2 - F^3$$

وكانت دالة الطلب على  $X$

$$D = P = 200 - 0.5 X$$

- اكمل الجدول التالي بالمعلومات السابقة (استعمل اعداد صحيحة)

$F$	$X$	$PPmg$	$Px$	$RT$	$Rmg$	$pPPmgF$	$PPmgV$	$CmgF$
-----	-----	--------	------	------	-------	----------	---------	--------

1
2
3
4
5
6
7

- ماهو سعر السوق للعنصر المتغير  $F$  وربح المؤسسة في نقطة التوازن؟

- هل يوجد استغلال العنصر  $F$  في نقطة التوازن؟ حدد نوعيته وقيمه.

- إذا كانت المؤسسة تنشط في إطار منافسة مثلى ماذا تكون كمية  $F$

المستعملة.

8 - 2 - تستعمل المؤسسة الاحتكارية "تي" العنصرين المتغصنين K و L لإنتاج السلعة X تشتري المؤسسة "تي" العنصرين K و L في إطار اسواق منافسة مثله حيث اسعارها تساوي على التوالي

$$w = 10 \text{ و } r = 5$$

تكتب دالة الطلب على السلعة X بالشكل التالي :

$$CT = 20x + (1/2)x^2$$

- ماهو مستوى انتاج المؤسسة في التوازن.
- حدد الانتاجية الحدية لكل من العناصر K و L في نقطة التوازن.
- في التوازن كانت المؤسسة تستعمل 4 وحدات من العنصر L. لكن اذا انخفض سعر L من 10 الى 8 بينما يبقى سعر K ثابت سوف تستعمل 8 وحدات من L. قدر دالة الطلب على العنصر L.

8 - 3 - يشير الجدول التالي الى انتاج السلعة X بعنصر وحيد متغير L.

L	X	Px	RT	Rmg	pPPmg <sub>L</sub>	PPmg <sub>L</sub> v.	PL	DmgL	PPmgL
0	0	20							
1	10	19.5							
2	26	19					89	120	
3	40	18.5					91	124	
4	52	18					93	128	
5	62	17.5					95	132	
6	70	17					97	136	
7	76	16.5					99	140	
8	80	16					101	144	
9	82	15.5					103	148	

- اكمل الجدول

- اذا كانت كل الاسواق تتميز بمنافسة مثله اوجد مستوى استعمال العنصر L، سعره، سعر المنتج X وربح المؤسسة.

- إذا كانت السلعة  $X$  تنتج من طرف مؤسسة احتكارية ، بينما سوق العنصر  $L$  يتميز بمنافسة مثلى ماذا يكون مستوى استعمال العنصر  $L$  وسعره، وسعر المنتج  $X$  وبرح المؤسسة.

- إذا كانت المؤسسة المشتري الوحيد للعنصر  $L$  بينما تبيع منتجها  $X$  في إطار سوق منافسة مثلة ماذا يكون مستوى استعمال العنصر  $L$  وسعره، سعر المنتج  $X$  وبرح المؤسسة.

- إذا كانت المؤسسة المشتري الوحيد للعنصر  $L$  والبائع الوحيد للعنصر  $X$  ماذا يكون مستوى استعمال العنصر  $L$  وسعره، سعر المنتج وبرح المؤسسة.

## D - نظريات التوازن العام والرفاهية الاجتماعية:

تفرق النظرية الاقتصادية بين الاقتصاد الجزئي والاقتصاد الكلي . حيث تقوم نظرية بدراسة سلوك الوحدات القرارية كل على وحدة في اطار سوق معين .بينما تقوم نظرية الاقتصاد الكلي بتحليل سلوك الاقتصاد ككل من خلال دراسة مستوى المنتج الوطني، مستوى الأسعار ومستوى التشغيل.

يمكن إدراك نظرية التوازن العام كجسر بين الاقتصاد الجزئي والاقتصاد الكلي حيث أن نظرية التوازن العام تستعمل وسائل تحليل الاقتصاد الجزئي لدراسة الاقتصاد ككل. وينطلق تحليل نظرية التوازن العام من اعوان و سلع فردية (نظرة جزئية) ليصل هذا التحليل الى تقديم صورة شاملة للاقتصاد (نظرة كلية)

لذلك تكون المعلومات الضرورية لتحديد التوازن العام للاقتصاد ممثلة في دوال الانتاج والمنافع لكل من المنتجين والمستهلكين، ومن تجهيزاتهم الاصلية من عناصر و/او سلع.

## IX - نظرية التوازن العام :

في إطار نظرية التوازن العام تكون المتغيرات ممثلة في اسعار العناصر والسلع والكميات المشتريات والمباعة من طرف المستهلكين والمنتجين . تكون فرضيات السلوك ممثلة في تعظيم المنفعة من طرف كل مستهلك وتعظيم الربح من طرف كل منتج بشرط أن يكون كل سوق في حالة توازن. في مرحلة اولية يمكن دراسة التوازن العام بفرضية اقتصاد تبادل بدون إنتاج.

### 1 - التوازن العام في التبادلات :

تتطرق دراسة التبادل البحت الى مسائل التسعير والتوزيع في مجتمع يتكون من  $n$  فرد يتبادلون ويستهلكون كميات محدودة من  $m$  سلعة . يكون كل فرد من افراد المجتمع مجهز بكميات معينة من احدى او عدة سلع، ويسمح له بشراء او بيع ما يشاء من السلع بالاسعار الموجودة في الاسواق العديدة.

## 1 - 1 - توازن المستهلك الفردي :

يعرف الطلب الفائض ( $E_{ij}$ ) للمستهلك  $i$  على السلعة  $j$  كالفرق بين الكمية المستهلكة  $x_{ij}$  وتجهيزه  $x_{ij}^0$  من نفس السلعة اي :

$$E_{ij} = x_{ij} - x_{ij}^0 \quad j = 1, \dots, m \quad IX - 1$$

فإذا كان  $E_{ij} > 0$  المستهلك سوف يشتري كمية إضافية من السوق بينما إذا كان  $E_{ij} < 0$  فإن المستهلك  $i$  سوف يتخلى عن كمية معينة من السلعة  $j$  ببيعها في السوق. مبدائيا وبدون معلومات إضافية يكون تحديد إشارة  $E_{ij}$  غير ممكن.

يكون دخل المستهلك متساويا مع تجهيزه الاصيلي اي :

$$R_i = \sum_{j=1}^m P_j x_{ij}^0 \quad IX - 2$$

وتشير المعادلة IX-2 الى الدخل الكلي للمستهلك في حالة بيع تجهيزه بأكمله. إذا افترض ان عمليات البيع والشراء تحدث بدون تكلفة وان المستهلك يبيع كل تجهيزه ويشتري فيما بعد السلع التي سوف يستهلكها تكون قيمة السلع التي تشتري وتستهلك من طرف المستهلك متساوية مع دخله اي :

$$R_i = \sum P_i x_{ij} \quad IX - 3$$

باستعمال المعادلات IX-2 و IX-3 يمكن تحديد القيد الميزاني للمستهلك المدروس أي

$$\begin{aligned} \sum_j^m P_j x_{ij} - \sum_j^m P_j x_{ij}^0 &= \sum_j^m P_j (x_{ij} - x_{ij}^0) \\ &= \sum_j^m P_j E_{ij} = 0 \quad IX - 4 \end{aligned}$$

يشير القيد الميزاني الى التساوي بين قيمة السلع المشتراة وقيمة السلع المباعة أي بعبارة أخرى يجب على القيمة البحتة للطلبات الفائضة للمستهلك أن تساوي الصفر.  
إذا قدرت دالة المنفعة للمستهلك 1 بالشكل التالي :

$$U_i = U_i (x_{i1}, \dots, x_{im}) \quad IX - 5$$

واستعملت المعادلة IX - 1 يمكن كتابة دالة المنفعة على الشكل :

$$U_i = U_i (E_{i1} + x_{i1}^0, \dots, E_{im} + x_{im}^0) \quad IX - 6$$

وبما أن المستهلك يبحث على أقصى منفعة بإعتبار دخله المحدود يمكن كتابة دالة لغرانج على الشكل :

$$L_i = U_i (E_{i1} + x_{i1}^0, \dots, E_{im} + x_{im}^0) + \lambda (0 - \sum_j^m P_j E_{ij}) \quad IX - 7$$

ويؤدي اخذ المشتقات الجزئية بالنسبة لـ  $E_{ij}$  ( $j = 1 \dots m$ ) و  $\lambda$  الى

$$\frac{\delta L_i}{\delta E_{ij}} = \frac{\delta U_i}{\delta E_{ij}} - \lambda P_j = 0 \quad j = 1 \dots m$$

$$\frac{\delta L_i}{\delta \lambda} = - \sum_j P_j E_{ij} = 0 \quad \text{IX - 8}$$

حسب المعادلة IX - 1 يمكن كتابة

$$\frac{dE_{ij}}{dx_{ij}} = 1$$

ولذلك يمكن كتابة المجموعة الاولى من المعادلات IX-8 على شكل

$$\frac{\delta U_i}{\delta E_{ij}} \frac{\delta E_{ij}}{\delta x_{ij}} - \lambda P_j = \frac{\delta U_i}{\delta x_{ij}} - \lambda P_j = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad \text{IX - 8}$$

ملاحظة :

يصل المستهلك الفردي الى التوازن عندما يبيع ويشترى السلع لدرجة تتميز بتساوي المعدل الحدي للاحلال المناسب لكل زوج من السلع ونسبة الاسعار المناسبة.

إذا كانت شروط المرتبة الثانية محققة يمكن حل جملة المعادلات IX-8 وايجاد قيم  $E_{ij}$  ( $j = 1 \dots m$ ) اي .



$$E_{ij} = E_{ij}(P_1 \dots P_m) \quad j = 1, \dots, m \quad IX - 9$$

تكون الطلبات الفائضة للمستهلك مرتبطة بأسعار كل السلع.

### ملاحظة :

تكون دوال الطلبات الفائضة للمستهلك متجانسة من الدرجة الصفر اي يكون المستهلك غير خاضع للوهم النقدي . (يمكن تعويض  $P_j$  بالكمية  $kP_j$  في المعادلة  $IX - 7$  حيث ان اخذ المشتقات الجزئية سوف يؤدي الى المعادلات  $IX - 8$  . تكون النسب متساوية).

### ملاحظة :

بسبب درجة تجانس (الصفر) دوال الطلبات الفائضة فان المستهلك لايهتم بالاسعار المطلقة بل ينظر فقط الى الاسعار النسبية.

## 1 - 2 - توازن السوق :

تبنى دالة الطلب الفائض الاجمالي بجمع دوال الطلبات الفائضة لكل المستهلكين (n) اي :

$$\begin{aligned} E_j &= \sum_{i=1}^n E_{ij} (P_1, \dots, P_m) \\ &= E_j \cdot (P_1, \dots, P_m) \end{aligned}$$

يكون الطلب الفائض الاجمالي دالة لاسعار كل السلع (m) ويحدث التوازن الجزئي في السوق اذا كان الطلب الفائض على  $x_j$  يساوي الصفر عندما تحدد قيمة كل (m-1) الاسعار الاخرى اي :

$$E_j (P_1, \dots, P_m) = 0 \quad IX - 10$$

تشير المعادلة IX-10 الى تساوي العرض والطلب فيما يخص سوق السلعة  $x_j$ . ويحدد سعر التوازن بالنسبة للسلعة  $x_i$  بحل المعادلة IX-10 وبمعرفة اسعار كل  $(m-1)$  السلع الاخرى. كما تحدد مشتريات ومبيعات المستهلكين الافراد بتعويض سعر التوازن في دوال الطلبات للفائضة الفردية.

### 1 - 3 - التوازن العام :

إذا اعتبر ان كل الاسعار تكون متغيرات ودرس التوازن المتزامن في كل  $(m)$  الاسواق سوف يجبر على الطلب الفائض الاجمالي في كل سوق ان يساوي الصفر اي

$$E_j (P_1, \dots, P_m) = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad IX - 11$$

تكون شروط التوازن جملة  $m$  معادلة و  $m$  متغيرة لكن توجد  $(m-1)$  معادلة مستقلة (بسبب تجانس الجملة)

باعتبار ان القيود الميزانية لكل واحد من  $n$  مستهلك تكون متطابقات محققة بالنسبة لأي مجموعة من الاسعار سوف يؤدي جمع هذه القيود (IX-4) الى

$$\sum_i^n \sum_j^m P_j E_{ij} = \sum_j^m P_j E_j = 0 \quad IX - 12$$

### ملاحظة :

تكون المعادلة 12- IX متطابقة محقة لأي مجموعة من الاسعار وتدعى بقانون ولراس.

تفرض شروط التوازن تساوي كل واحدة من الطلبات الفائضة الاجمالية (من 1 الى m) مع الصفر حيث  $E_j = 0$  سوف يؤدي مباشرة الى  $P_j E_j = 0$

### ملاحظة :

إذا كان التوازن محقق في  $(m - 1)$  سوف يكون محقق كذلك في السوق الاخير اي بعبارة اخرة اذا كان التوازن محقق في  $(m - 1)$  سوق تكون القيمة الاجمالية للطلبات الفائضة متساوية مع الصفر أي

$$\sum_{j=1}^{m-1} P_j E_j = 0 \quad \text{IX - 13}$$

وبطرح IX -13 من IX -12 سوف يحصل يؤدي الى :

$$\sum_{j=1}^m P_j E_j - \sum_{j=1}^{m-1} P_j E_j = P_m E_m = 0$$

اي  $E_m = 0$  حيث  $P_m \neq 0$

تؤكد المعادلة الاخيرة على توازن السوق m اذا كان التوازن محقق في الاسواق الاخرى، وهذه الحالة تؤدي الى النتيجة الاساسية.

### نتيجة :

تحتوي جملة المعادلات IX-11 معادلة إضافية لا تؤثر على التوازن العام. اي بعبارة اخرى توجد داخل الجملة معادلة غير مستقلة عن المعادلات الاخرى، ولذلك لا يمكن ايجاد حل وحيد للجملة.

في إطار جملة المعادلات 11- IX يمكن إيجاد اسعار نسبية فقط. وهذه الحالة ترجع اساسا الى سلوك المستهلك الذي يدرس نسبة التبادل فقط.

### ملاحظة :

حل جملة المعادلات 11- IX سوف يؤدي الى حل يناسب التوازن العام اذا كانت الاسعار النسبية وكميات الحل لاسالبة. باعتبار حل جملة المعادلات 11- IX يمكن إيجاد مبيعات ومشتريات كل مستهلك باستعمال دالة الطلب الفائض الفردي.

### مثال :

افترض ان اقتصاد ما يتكون من شخصين وسلعتين ، يحتوي تجهيز الشخص الاول على 8 وحدات من  $x_1$  و 30 وحدة من  $x_2$  بينما يملك الشخص الثاني 10 وحدات من كل سلعة، اذا كانت دوال المنفعة للشخصين تقدر بـ :

$$U_1 = x_{11} x_{12} + 12 x_{11} + 3 x_{12}$$

$$U_2 = x_{21} x_{22} + 8 x_{21} + 9 x_{22}$$

حدد دوال الطلبات الفائضة لكل مستهلك ونسبة الاسعار المناسبة لتوازن هذا الاقتصاد.

## الجواب :

### 1 - دراسة المستهلك الاول :

بتعويض  $x_{11}$  و  $x_{12}$  بقيمتها حسب دوال الطلب الفائض وبإستعمال

المعادلة IX-7 يمكن كتابة دالة لغرنج للمستهلك الاول على شكل :

$$L_1 = (E_{11} + 8)(E_{12} + 30) + 12(E_{11} + 8) + 3(E_{12} + 30) + \lambda(0 - P_1 E_{11} - P_2 E_{12}) = 0$$

ويؤدي اخذ المشتقات الجزئية بالنسبة لـ  $E_{11}$  ،  $E_{12}$  و  $\lambda$  وتساويها الى

الصفر الى :

$$\frac{\delta L_1}{\delta E_{11}} = E_{12} + 42 - \lambda P_1 = 0$$

$$\frac{\delta L_1}{\delta E_{12}} = E_{11} + 11 - \lambda P_2 = 0$$

$$\frac{\delta L_1}{\delta \lambda} = P_1 E_{11} + P_2 E_{12} = 0$$

ويؤدي حل هذه الجملة الى :

$$E_{11} = 21 \frac{P_2}{P_1} - 5.5$$

$$E_{12} = 5.5 \frac{P_1}{P_2} - 21$$

2 - دراسة المستهلك الثاني :

باستعمال الطريقة المستعملة في دراسة المستهلك الاول يمكن ايجاد :

$$E_{21} = 9 \frac{P_2}{P_1} - 9.5$$

$$E_{22} = 9.5 \frac{P_1}{P_2} - 9$$

### 3 - دراسة التوازن :

باعتبار شرط تساوي الطلب الفائض في كل سوق بالصفر يمكن كتابة :

$$E_1 = E_{11} + E_{21} = 30 \frac{P_2}{P_1} - 15 = 0$$

$$E_2 = E_{12} + E_{22} = 15 \frac{P_1}{P_2} - 30 = 0$$

فأي معادلة من المعادلتين الأخيرتين سوف تقدم نسبة الاسعار المناسبة لتوازن السوق اي :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = 2 \quad \text{او}$$

ملاحظة :

باستعمال النتيجة الاخيرة يمكن تحديد نوعية التبادل بين شخصين بحيث أن

$$E_{11} = 21 (P_2/P_1) - 5.5 = 5$$

$$E_{21} = - 5$$

$$E_{12} = - 10$$

$$E_{22} = + 10$$

يتخلى المستهلك الاول عن 10 وحدات من  $x_2$  لفائدة المستهلك الثاني  
ويأخذ من هذا الاخير 5 وحدات من  $x_1$  .

عموما ينتظر تحسين في رفاهية كل فرد من المجموعة بعد التبادل،  
ويلاحظ ان في المثال السابق كان المستهلكان يشعران بمستوى منفعة مقوم  
كالتالي :

$$U_{10} = 410$$

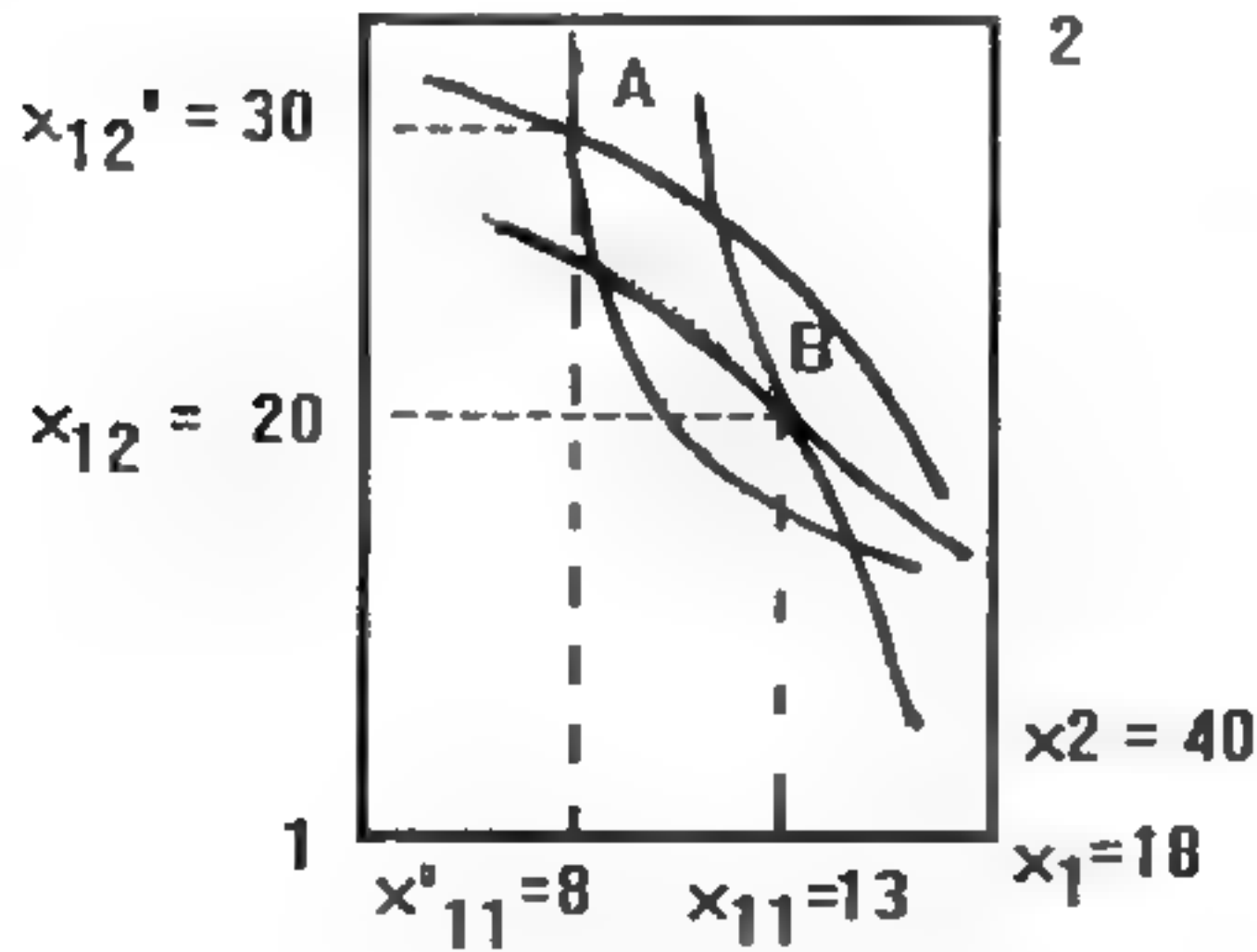
$$U_{20} = 270$$

وبعد التبادل تحسن مستوى المنفعة واصبح :

$$U_{11} = 450$$

$$U_{21} = 320$$

ويمكن استعمال علبة ادجورث لوصف الحالة السابقة.





ملاحظة : في التوازن :

$$TMS_I = - \frac{dx_{12}}{dx_{11}} = \frac{x_{12} + 12}{x_{11} + 3} = \frac{32}{16} = 2 = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$TMS_{II} = - \frac{dx_{22}}{dx_{21}} = \frac{x_{22} + 8}{x_{21} + 9} = \frac{28}{14} = 2 = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

تكون المعدلات الحدية لكلا المستهلكين متساوية مع بعضها البعض ومتساوية مع نسبة الاسعار.

## 2 - التوازن العام في الانتاج والتبادل :

يعتبر ادخال مستوى الانتاج في دراسة التوازن العام كإمتداد لتوازن التبادلات ومحاولة للتقرب من الواقع الاقتصادي .

في هذا الإطار تنطلق الدراسة من وجود  $m$  سلعة،  $n$  مستهلك و  $L$  منتج ويفترض ان المستهلكين يملكون كل العناصر الأولية (ارض، قدرة الانتاج..) والمؤسسات ، وأن المنتجين يستعملون كل من العناصر الأولية والسلع لإنتاج السلع (تستعمل السلع كمدخلات او كسلع استهلاكية).

## 2 - 1 - توازن المستهلك الفردي :

إذا كان المستهلك المدروس (i) مجهز بالكميات  $x_{ij}^0$  ( $j = 1 \dots m$ ) من السلع العديدة (ومنها عناصر أولية) تكتب دالة المنفعة لهذا المستهلك على شكل :

$$U_i = U_i (E_{i1} + x_{i1}^0, \dots, E_{im} + x_{im}^0) \quad IX - 14$$

إذا كان المستهلك مجهز بالكميات  $x_{ij}^0$  ( $j = 1, \dots, m$ ) ويملك النسب  $\theta_{ih}$  ( $h = 1 \dots L$ ) من المؤسسات الموجودة في الاقتصاد سوف يعرف دخل المستهلك على شكل :

$$R_i = \sum_j^m P_j x_{ij}^0 + \sum_h^L \theta_{ih} \Pi_h \quad IX - 15$$

حيث  $\Pi_h$  يدل على ربح المؤسسة  $h$ .

يكون دخل المستهلك مكون من قيمة تجهيزه زائد نسبة الربح الاجمالي الذي يحصل عليه من خلال امتلاكه لنسب معينة في المؤسسات العديدة. من ناحية اخرى يمكن تعريف دخل المستهلك كقيمة السلع المستهلكة من طرفه اي

$$R_i = \sum_j^m P_j x_{ij}$$

ويكتب القيد الميزاني المرتبط بالمستهلك  $i$  وذلك بطرح IX-15 من IX-16 اي :

$$\sum_j^m P_j E_{ij} - \sum_h^L \theta_{ih} \Pi_h = 0 \quad IX - 17$$

حيث :  $E_{ij} = x_{ij} - x_{ij}^0$

### ملاحظة :

تكون القيمة البحتة للطلب الفائض متساوية مع نسبة الربح المأخوذة من طرف المستهلك.

وباعتبار ان المستهلك يبحث على تعظيم منفعته في إطار دخله المحدود تكتب دالة لغرنج على شكل :

$$L_i = U_i (E_{i1} + x_{i1}^{\circ} \dots E_{im} + x_{im}^{\circ}) + \lambda (0 - \sum_{j=1}^m P_j E_{ij} + \sum_h^L \theta_{ih} P_h)$$

وتكتب شروط الدرجة الاولى على شكل

$$\frac{dL_i}{dE_{i1}} = \frac{dU_i}{dE_{i1}} - \lambda P_j = 0 \quad j=1 \dots m$$

$$\frac{\delta L_i}{\delta \lambda} = - \sum P_j E_{ij} + \sum \theta_{ih} \Pi_h = 0 \quad IX - 18$$

تفرض شروط المرتبة الاولى تساوي المعدل الحدي للحال ونسبة الاسعار لكل زوج من السلع.

### ملاحظة :

اذا كانت شروط المرتبة الثانية محققة يمكن ايجاد الطلبات الفائضية كدوال للاسعار اي

$$E_{ij} = E_{ij} (P_1 \dots P_m) \quad IX-19$$

## 2 - 2 - توازن المؤسسة الفردية :

تستعمل المؤسسة  $h$  مدخلات عديدة لإنتاج سلعة معينة  $z$  أو عدة سلع.  
- إذا كانت المؤسسة تنتج سلعة وحيدة (فصل II-1) تكتب دالة الإنتاج على شكل

$$\bar{x}_{hj} = f_{hj} (x^*_{h1}, \dots, x^*_{hm})$$

حيث :  $\bar{x}_{hj}$  : مستوى منتج المؤسسة  $h$  من السلعة  $z$   
 $x^*_{hk}$  : كمية السلعة  $k$  المستعملة في إنتاج المنتج  $z$  من طرف المؤسسة  $h$ .

وتكتب دالة الربح لهذه المؤسسة على شكل :

$$\Pi_{hj} = P_j f_{hj} (x^*_{h1}, \dots, x^*_{hm}) - \sum_k^m P_k x^*_{hk} \quad IX - 21$$

ويؤدي تعظيم الربح من طرف المؤسسة الفردية الى :

$$\frac{\delta \Pi_{hj}}{\delta x^*_{hj}} = P_j \frac{\delta \bar{x}_{hj}}{\delta x^*_{hk}} - P_k = 0 \quad k = 1 \dots m \quad IX - 22$$

تشير المعادلات IX-22 الى تساوي قيمة الانتاجية الحدية لكل عنصر مع سعره في حالة تحقيق التوازن.

- إذا كانت المؤسسة تنتج عدة سلع (فصل II-2) فإنها سوف تختار الاستراتيجية التي تمكنها من الحصول على اقصى ربح ممكن.

في كلتا الحالتين فإن المؤسسة سوف تعمل على تعظيم الفرق (الربح) بين قيمة المدخلات (التكلفة) وقيمة المخرجات (الدخل الكلي الخام) .  
إذا كان  $O_{hj}(P)$  يمثل دالة العرض البحث للسلعة  $j$  من طرف المؤسسة  $h$  باعتبار سعر السوق  $P$  فإنه يمكن كتابة :

$$\Pi_h = \sum_j^m P_j O_{hj}(P) \quad IX - 23$$

### ملاحظة :

يساوي ربح المؤسسة  $j$  قيمة المنتجات البحتة لهذه المؤسسة.

## 2 - 3 - قانون ولراس

- انطلاقا من المعادلة IX-17 وبالجمع على كل المستهلكين يمكن كتابة :

$$\sum_i^n \sum_j^m P_j E_{ij} - \sum_i^n \sum_h^L \theta_{ih} P_h = 0$$

أو

$$\sum_j^m P_j E_j - \Pi = 0 \quad IX-24$$

- و انطلاقا من المعادلو IX-23 وبالجمع على كل المنتجين يمكن كتابة

$$\sum_h^L \sum_j^m P_j O_{hj} - \sum_h^L \Pi_h = 0$$

أو

$$\sum_j^m P_j O_j - \Pi = 0 \quad IX - 25$$

بحيث ان  $O_j$  يمثل العرض البحث يمكن كتابة :  $O_j = - E_j$

### ملاحظة :

يساوي العرض البحث ناقص الطلب الفائض.

وتكتب المعادلة IX-25 على شكل

$$\sum P_j E_j + \Pi = 0 \quad \text{IX-26}$$

وتؤدي المقارنة ما بين المعادلتين IX-24 و IX-26 الى النتيجة :

$$\sum P_j E_j = 0 \quad \text{IX-27}$$

كما لوحظ في دراسة اقتصاد التبادلات وبسبب تجانس (من الدرجة الصفر) دوال الطلبات الفائضية يحقق التوازن في اي سوق اذا كانت (m-1) سوق في توازن. فإن هذه الحالة سوف تؤدي الى عدم امكانية تحديد اسعار مطلقة بل يحدد التوازن عبر اسعار نسبية.

### ملاحظة :

يهدف تحليل التوازن العام الى تحديد مجموعة متماسكة من الاسعار لكل السلع الموجودة في اقتصاد معين. لكن عدم تطابق فرضيات التحليل مع الواقع الاقتصادي لم يسمح لهذا التحليل ان يتجاوز مرحلة التمرين بدون تطبيق.

## ملخص لنظرية التوازن العام

### a - التوازن العام في التبادلات :

يدرس التوازن العام في التبادلات انطلاقا من مجتمع خيالي يتكون من  $n$  فرد و  $m$  سلعة . يكون كل فرد في المجتمع مجهز بكميات معينة من السلع ويجري التبادل بين الافراد حيث الهدف الاساسي يكون ممثلا في تعظيم منفعة افراد المجتمع . تفرض شروط التوازن انعدام الطلب الفائض الاجمالي في كل سوق اي

$$E_j (P_1, \dots, P_m) = 0 \quad j = 1 \dots m$$

### b - التوازن العام في الانتاج والتبادل :

امتداد التوازن العام في التبادلات سوف يؤدي الى ادخال مرحلة الانتاج ويصبح الاقتصاد مكون من  $m$  سلعة ،  $n$  مستهلك و  $l$  منتج. تحليل تصرف المستهلك (تعظيم المنفعة) وتصرف المنتج (تعظيم الربح) سوف يؤديان الى قانون ولراس اي :

$$\sum_j^m P_j E_j = 0$$

يكون قانون ولراس عبارة عن مطابقة محققة لاي مجموعة من الاسعار في نظام الانتاج والتبادلات.

## تمارين

9 - 1 - اعتبر ان الاقتصاد الاطلونتيدي متكون من مستهلكين 1 و 2 وسلعتين  $x_1$  و  $x_2$ . بوسائل جد متطورة تمكن مكتب الدراسات الاقتصادية ان يقدر دوال المنفعة للمستهلكين A و B وتحصل على العبارات التالية :

$$U_1 = x_{11}x_{12} + 2x_{11} + 5x_{12}$$

$$U_2 = x_{21}x_{22} + 4x_{21} + 2x_{22}$$

حيث  $x_{1i}$  يمثل المستوى من السلعة  $i$  المستهلك من طرف المستهلك  $i$ .  
إذا كان المستهلك مجهز ب 78 وحدة من  $x_1$  و 0 وحدة من  $x_2$  بينما يملك المستهلك 2 وحدة من  $x_2$  ولاشيء من  $x_1$ .

- اوجد دوال الطلبات الاضافية لكل مستهلك
- اثبت انها متجانسة من الدرجة الاولى في الاسعار.
- حدد كيفية التبادل الذي يضمن التوازن العام في الاقتصاد الاطلونتيدي.

9 - 2 - يحتوي اقتصاد القلباقس على ثلاثة مستهلكين (1، 2 و 3) ومنتجين (A و B). تنتج السلعتين  $x$  و  $y$  باستعمال عنصر انتاج وحيد  $L$  ويتميز كل مستهلك بدالة منفعة بالشكل التالي :

$$U_i (x_i, y_i) = x_i^{1/2} y_i^{1/2} \quad i = 1, 2, 3$$

إذا كانت القيود الميزانية لكل مستهلك تكتب على شكل :

$$P_x x_i + P_y y_i = R_i \quad i = 1, 2, 3$$

وكانت علاقات انتاج السلعتين  $x$  و  $y$  متماثلة لكلا المنتجين اي :

$$L_A = x_A^2 + y_A^2 \quad L_B = x_B^2 + y_B^2$$



- اوجد دوال الطلب الفردية على السلعتين ودوال الطلب الاجمالي
- اذا كان سعر العمل ممثل في  $w$  اوجد دوال العرض الفردي ودوال العرض الاجمالي.

- حدد الاسعار  $P_x$  و  $P_y$  في التوازن.

- اوجد الاسعار والكميات المبادلة اذا

$$w = 4 \text{ و } R_3 = 7, R_2 = 15, R_1 = 10$$

## X - نظرية المردودية الاجتماعية (اقتصادية الرفاهية)

تبحث نظرية المردودية الاجتماعية على افضل اختيار ممكن للمنتجات والمستهلكات المنفذ داخل مجموعة معينة. وينطلق التحليل من دراسة عدة حالات اقتصادية ويبحث التحليل على افضل حالة حيث أن الحالة الاقتصادية تكون مميزة بترتيب معين للنشاطات الاقتصادية وموارد الاقتصاد ككل وتوزيع خاص "للجوائز" حسب النشاط الاقتصادي.

في العموم تقاس رفاهية مجتمع ما بدراسة مستويات إرضاء كل المستهلكين وتعرف الحالة الافضل (حسب باريتو) إذا كان غير ممكن ايجاد حالة اخرى حيث أن بعض المستهلكين يشعرون بأحسن رفاهية بدون المساس برفاهية المستهلكين الآخرين. يمكن دراسة ميزات الحالة الافضل بالتتطرق اولا الى الاستهلاك.

### 1 - الحالة الافضل في الاستهلاك :

باعتبار تعريف باريتو للحالة الافضل يمكن تعريف الحالة الافضل في الاستهلاك كالتالي :

يكون توزيع المواد الاستهلاكية على المستهلكين توزيعا افضل اذا كان غير ممكن (عبر توزيع آخر) رفع منفعة احدى (أو عدد ما) المستهلكين

دون تخفيض منفعة مستهلك آخر (أو عدة مستهلكين) ويكون السؤال المطروح عبارة عن البحث على كيفية الوصول إلى الحالة الأفضل عبر توزيع معين للمواد الاستهلاكية.

اعتبر أن الاقتصاد مكون من مستهلكين 1 و 2 وسلعتين  $X_1$  و  $X_2$  بكميات  $x_1^\circ$  و  $x_2^\circ$  على التوالي ، تكون دوال المنفعة للمستهلكين ممثلة في  $U_1(x_{11}, x_{12})$  و  $U_2(x_{21}, x_{22})$  حيث

$$x_{11} + x_{21} = x_1^\circ$$

$$x_{12} + x_{22} = x_2^\circ$$

إذا كان المستهلك 2 يتمتع بمستوى رفهية  $U_2^\circ$  يمكن إيجاد أفضل مستوى رفهية المستهلك (بدون تخفيض مستوى رفهية المستهلك 2) بحل المشكلة التالية :

$$\max U_1 = U_1(x_{11}, x_{12})$$

تحت الشروط

$$x_{11} + x_{21} = x_1^\circ$$

$$x_{12} + x_{22} = x_2^\circ$$

$$U_2(x_{21}, x_{22}) = U_2^\circ$$

بناء دالة لغرنج سوف يؤدي إلى :

$$L = U_1(x_{11}, x_{12}) + \lambda_1(x_1^\circ - x_{11} - x_{21}) + \lambda_2(x_2^\circ - x_{12} - x_{22}) + \lambda_3(U_2^\circ - U_2(x_{21}, x_{22}))$$

ويؤدي تساوي المشتقات الجزئية الى :

$$\frac{\delta L}{\delta x_{11}} = \frac{\delta U_1}{\delta x_{11}} - \lambda_1 = 0 \quad \frac{\delta U_1 / \delta x_{11}}{\delta U_1 / \delta x_{12}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{12}} = \frac{\delta U_1}{\delta x_{12}} - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{21}} = -\lambda_1 - \lambda_3 \quad \frac{\delta U_2}{\delta x_{21}} = 0 \quad \frac{\delta U_2 / \delta x_{21}}{\delta U_2 / \delta x_{22}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{22}} = -\lambda_2 - \lambda_3 \frac{\delta U_2}{\delta x_{12}} = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3$$

أي

$$\frac{\delta U_1 / \delta x_{11}}{\delta U_1 / \delta x_{12}} = \frac{\delta U_2 / \delta x_{21}}{\delta U_2 / \delta x_{22}} \quad X - 1$$

إذا كانت شروط المرتبة الثانية محققة أي بعبارة أخرى إذا كانت منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل يصل المستهلك 1 الى اكبر مستوى من المنفعة عندما يكون معدله الحدي للاحلال

$$\frac{\delta U_2 / \delta x_{21}}{\delta U_2 / \delta x_{22}} = \frac{\delta U_1 / \delta x_{11}}{\delta U_1 / \delta x_{12}} \quad . \text{متساويا مع المعدل الحدي للحلال}$$

المناسب للمستهلك 2 .

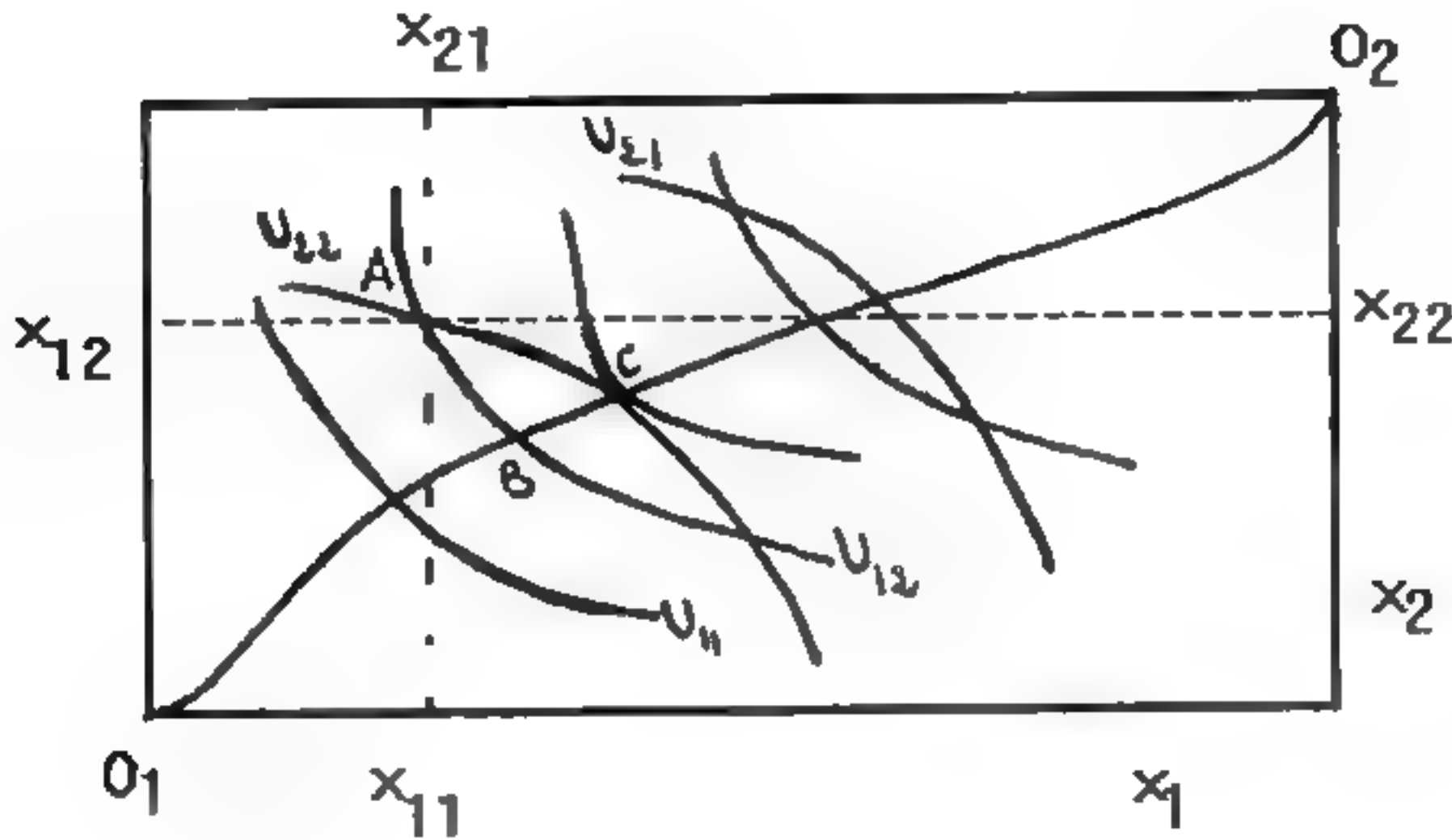
ملاحظة :

لتحقيق الحالة الافضل في الاستهلاك حسب باريتو يجب على المعدلات الحدية بين السلع ان تكون متساوية لكل المستهلكين.

ملاحظة :

في دراسة المستهلك (فصل I) لوحظ انه في توازن المستهلك العقلاني يوجد تساوي بين المعدل الحدي للحلال ونسبة اسعار السلع. وبحيث أن في إطار المنافسة المثلى فإن كل المستهلكين يواجهون نفس الاسعار ، يمكن اعتبار المنافسة المثلة بين المستهلكين كوسيلة للوصول الى الحالة الأفضل حسب باريتو.

يمكن تصور الحالة الافضل حسب باريتو بإستعمال علبة أدمجورت اي :



- إذا كان التوزيع الأصلي ممثل في النقطة A يلاحظ أن المعدلات الحدية المناسبة لكل مستهلك غير متساوية ولذلك يمكن تعبير التوزيع (الاتجاه نحو الخط BC) حيث ترفع رفاهية كل مستهلك.
- إذا كان التوزيع الأصلي ممثل في النقطة C تكون المعدلات الحدية لكلا المستهلكين متساوية ويلاحظ أن أي انتقال من النقطة C سوف يؤدي إلى إنخفاض رفاهية أحد المستهلكين. لذلك تمثل النقطة C أو التوزيع الممثل في النقطة C حالة افضل بالنسبة لترتيب باريتو.

## 2 - الحالة الافضل في الانتاج :

إذا افترض ان كل مستهلك في مجموعة يشعر بحالة لإشباع والمنافع الفردية تكون مستقلة عن بعضها البعض سوف يؤدي الإزدياد في إنتاج أي سلعة إستهلاكية بدون المساس بمستوى إنتاج أي سلعة استهلاكية

اخرى الى ارتفاع منفعة مستهلك وحيد على الاقل بدون المساس بمستوى رفاهية المستهلكين الآخرين .

لذلك للوصول الى الحالة الافضل (في الانتاج) حسب باريتو يجب على انتاج اي سلعة استهلاكية أن يكون في مستواه الاعظم بإعتبار مستويات إنتاج السلع الاخرى.

اعتبر ان الاقتصاد يكون مكون من منتجين 1 و 2 يستعملان مدخلين  $X_1$  و  $F_2$  لإنتاج سلعتين  $X_1$  و  $X_2$ . تكتب دوال الانتاج على شكل :

$$x_1 = f_1 (F_{11} , F_{12})$$

$$x_2 = f_2 (F_{21} , F_{22})$$

حيث :

$$F_{11} + F_{21} = F_1^\circ$$

$$F_{12} + F_{22} = F_2^\circ$$

و  $F_j^\circ$  يمثل الكمية الموجودة في الاقتصاد من المدخل  $F_j$ .

اذا كان المنتج 2 ينتج المستوى  $x_2^\circ$  من السلعة  $X_2$  يمكن إيجاد افضل مستوى انتاج للسلعة  $X_1$  من طرف المنتج 1 بحل المشكل التالي :

$$\max x_1 = f_1 (F_{11} , F_{12})$$

تحت الشروط

$$F_{11} + F_{21} = F_1^\circ$$

$$F_{12} + F_{22} = F_2^\circ$$

$$f_2 (F_{21} , F_{22}) = x_2^\circ$$

ويحل المشكل السابق عبر بناء دالة لغرنج

$$L = f_1(F_{11} , F_{12}) + \mu_1(F_1^\circ - F_{11} - F_{21}) + \mu_2(F_2^\circ - F_{12} - F_{22}) + \mu_3(x_2^\circ - f_2(F_{21} , F_{22}))$$

وتساوي المشتقات الجزئية الى الصفر اي :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta F_{11}} &= \frac{\delta f_1}{\delta F_{11}} - \mu_1 = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta F_{12}} &= \frac{\delta f_1}{\delta F_{12}} - \mu_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\delta f_1 / \delta F_{11}}{\delta f_1 / \delta F_{12}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta F_{21}} &= -\mu_1 - \mu_3 \quad \frac{\delta f_2}{\delta F_{21}} - \mu_1 = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta F_{22}} &= -\mu_2 - \mu_3 \quad \frac{\delta f_2}{\delta F_{22}} - \mu_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\delta f_2 / \delta F_{21}}{\delta f_2 / \delta F_{22}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\frac{\delta L}{\delta \mu_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$\frac{\delta f_1 / \delta F_{11}}{\delta f_1 / \delta F_{12}} = \frac{\delta f_2 / \delta F_{21}}{\delta f_2 / \delta F_{22}} \quad \text{X - 2 اي}$$

إذا كانت شروط المرتبة الثانية محققة (تحدد منحنيات تساوي الكميات)  
يصل المنتج 1 الى افضل مستوى إنتاج  $x_1$  عندما يكون معدله للحلال  
التقني :



$$\frac{\delta f_2 / \delta F_{21}}{\delta f_2 / \delta F_{22}} \quad \frac{\delta f_1 / \delta F_{11}}{\delta f_1 / \delta F_{12}} \quad \text{متساويا مع المعدل الحدي للحلال التقني}$$

المناسب للمنتج 2 .

### ملاحظة :

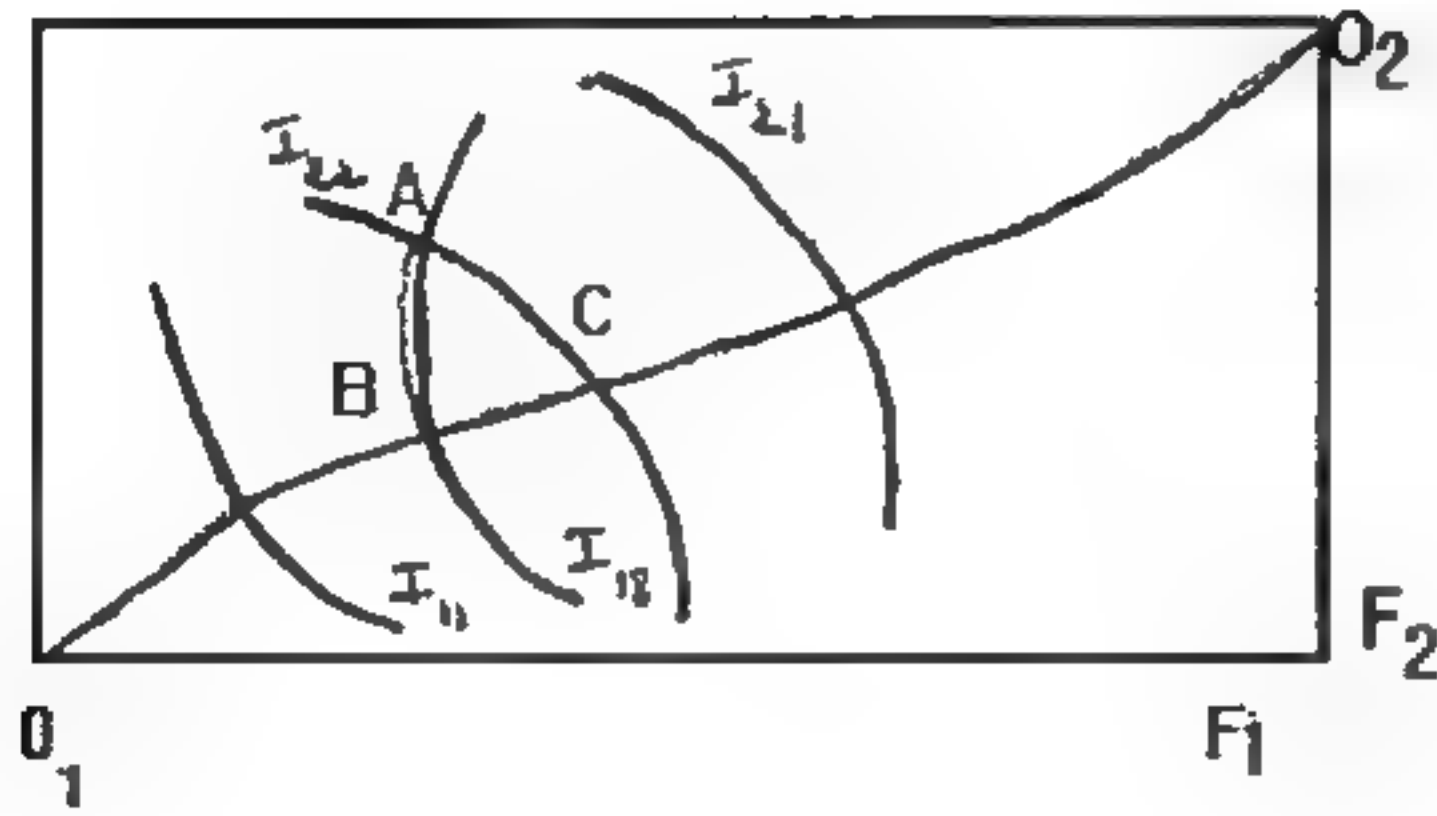
لتحقيق الحالة الأفضل في الإنتاج حسب بريتو يجب على المعدلات الحدية للحلال التقني بين المدخلات (عناصر الانتاج) ان تكون متساوية لكل المنتجين.

### ملاحظة :

في دراسة المنتج (فصل II) لوحظ أن في التوازن كل منتج عقلاني يساوي بين المعدل الحدي للحلال التقني بين المدخلات ونسبة اسعارها.

وبحيث أن في إطار المنافسة المثلى كل المنتجين يواجهون نفس الاسعار يمكن اعتبار المنافسة المثلة بين المنتجين كوسيلة للوصول الى الحالة الأفضل حسب باريتو.

ويمكن تصور الحالة الأفضل في الانتاج حسب باريتو باستعمال علبة ادجورت اي :



- يلاحظ ان مستويات الإنتاج الممثلة في النقطة A غير مثلى حيث تكون المعدلات الحدية للحال التقني غير متساوية ويمكن تحسين وضعية احد المنتجين بالانتقال الى B او الى C دون المساس بمستوى إنتاج المنتج الآخر.

- تمثل النقطة C افضل حالة في الإنتاج حسب باريتو حيث أي إنتقال من هذه النقطة سوف يؤدي الى انخفاض مستوى انتاج احدي المنتجين :

### 3 - الحالة الأفضل في الإنتاج والاستهلاك :

يمكن ادماج الدراسات الجزئية حول المنتجين من جهة والمستهلكين من جهة اخرى في تحليل وإيجاد الحالة الأفضل على العموم.

اعتبر ان الاقتصاد مكون من  $m$  مستهلك،  $N$  منتج،  $n$  عنصر اولي  $F_j$  و  $s$  سلعة منتوجة  $X_j$ . اذا افترض ان كل مستهلك يستهلك كل السلع المنتوجة وكل منتج يستعمل كل العناصر الأولية لإنتاج كل السلع هذا سيؤدي الى كتابة دوال المنفعة للمستهلكين على الشكل :

$$U_i = U_i(x_{i1}^*, x_{i2}^*, \dots, x_{is}^*, F_{i1}^\circ - F_{i1}^*, \dots, F_{in}^\circ - F_{in}^*) \quad i=1 \dots m \quad X-3$$

حيث :

$x_{ik}^*$  : تمثل الكمية من  $X_k$  المستهلكة من طرف المستهلك  $i$

$F_{ij}^\circ$  : يمثل تجهيز المستهلك  $i$  من العنصر الأولي  $j$ .

$F_{ij}^*$  : يمثل الكمية من العنصر الأولي  $j$  المقدمة من طرف

المستهلك  $i$  للمنتجين.

$F_{ij}^\circ - F_{ij}^*$  الكمية المستهلكة من طرف المستهلك.

تكتب كذلك دوال الانتاج بطريقة غير مباشرة على شكل :

$$F_h(x_{h1}, \dots, x_{hs}, F_{h1}, \dots, F_{hn}) = 0 \quad h=1 \dots N \quad X-4$$

حيث :

$x_{hk}$  : يدل على مستوى انتاج  $X_k$  من طرف المنتج  $h$ .

$F_{hj}$  : يمثل الكمية من المدخول  $F_j$  المستعملة من طرف

المنتج  $h$ .

باعتبار ان كل العناصر الأولية تكون في حوزة المستهلكين يمكن

كتابة المعادلة التالي :

$$\sum_i^m \tilde{F}_{ij} = \sum_h^N F_{hj} \quad j = 1 \dots n \quad X-5$$

الكمية الاجمالية من أي عنصر اولي المقدمة من طرف

المستهلكين تساوي الكمية الاجمالية من العنصر المستعمل من

طرف المنتجين.

كذلك يمكن كتابة المعادلة التالية

$$\sum_{i=1}^m x_{ik}^* = \sum_{h=1}^N x_{hk} \quad k = 1 \dots s \quad X-6$$

يكون مستوى الاستهلاك الاجمالي لأي سلعة منتوجة متساويا مع مستوى إنتاجها الاجمالي

يمكن الحصول على الحالة الأفضل حسب باريتو إذا عظمّت منفعة احدى المستهلكين بإعتبار مستويات معينة من منافع المستهلكين الآخرين والقيود X-4 , X-5 , و X-6 .

اعتبر تعظيم منفعة المستهلك ا تحت الشروط السابقة  
تكتب دالة لغرنج على شكل :

$$\begin{aligned} L = & U_1 (x_{11}^*, \dots, x_{1s}^*, F_{11}^\circ - F_{11}^*, \dots, F_{1n}^\circ - F_{1n}^*) \\ & + \sum_{i=2}^m \lambda_i [U_i(x_{i1}^*, \dots, x_{is}^*, \dots, F_{in}^\circ - F_{in}^*) - U_i^\circ] \\ & + \sum_{h=1}^N \theta_h F_h (x_{h1}, \dots, x_{hs}, F_{h1}, \dots, F_{hh}) \\ & + \sum_{j=1}^s \delta_j \left( \sum_{i=1}^m F_{ij}^* - \sum_{h=1}^N F_{hj} \right) \\ & + \sum_{k=1}^s \sigma_k \left( \sum_{h=1}^N x_{hk} - \sum_{i=1}^m x_{ik}^* \right) \end{aligned}$$

حيث  $\lambda_i$  ،  $\theta_h$  ،  $\delta_j$  ،  $\sigma_k$  تمثل مضاعفات لغرنج.

سوف يؤدي اخذ المشتقات الجزئية الى :

$$\frac{\delta L}{\delta x_{ik}^*} = \frac{\delta U_1}{\delta x_{ik}^*} - \sigma_k = 0 \quad k = 1, \dots, s$$

$$\frac{\delta L}{\delta F_{1j}^*} = - \frac{\delta U_1}{\delta F_{1j}^*} + \delta_j = 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{ik}^*} = \lambda_i \frac{\delta U_1}{\delta x_{ik}^*} - \sigma_k = 0 \quad \begin{matrix} i = 2, \dots, m \\ k = 1, \dots, s \end{matrix}$$

$$\frac{\delta L}{\delta F_{1j}^*} = -\lambda_i \frac{\delta U_i}{\delta (F_{ij}^0 - F_{ik}^*)} + \delta_j = 0 \quad \begin{matrix} i = 2, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{matrix}$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{hk}} = \theta_h \frac{\delta F_h}{\delta x_{hk}} + \sigma_k = 0 \quad \begin{matrix} h = 1, \dots, N \\ k = 1, \dots, s \end{matrix}$$

$$\frac{\delta L}{\delta F_{hj}} = \theta_h \frac{\delta F_h}{\delta F_{hj}} - \delta_j = 0 \quad \begin{matrix} h = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, n \end{matrix}$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_i} = 0 \quad i = 2, \dots, m$$

$$\frac{\delta L}{\delta \theta_h} = 0 \quad h = 1, \dots, N$$

$$\frac{\delta L}{\delta \delta_j} = 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{\delta L}{\delta \sigma_k} = 0 \quad k = 1, \dots, s$$

باستعمال المعادلات السابقة يمكن كتابة النتائج التالية :

$$\frac{\sigma_j}{\sigma_k} = \frac{\delta U_1 / \delta x_{1j}^*}{\delta U_1 / \delta x_{1k}^*} = \dots = \frac{\delta U_m / \delta x_{mj}^*}{\delta U_m / \delta x_{mk}^*} = \dots = \frac{\delta F_1 / \delta x_{1j}}{\delta F_1 / \delta x_{1k}} = \dots = \frac{\delta F_N / \delta x_{Nj}}{\delta F_N / \delta x_{Nk}} \quad j, k = 1, \dots, s \quad X - 7$$

$$\frac{\delta j}{\delta k} = \frac{\delta U_1 / \delta (F_{1j}^\circ - F_{1j}^*)}{\delta U_1 / \delta (F_{1k}^\circ - F_{1k}^*)} = \dots = \frac{\delta U_m / \delta (F_{mj}^\circ - F_{mj}^*)}{\delta U_m / \delta (F_{mk}^\circ - F_{mk}^*)} =$$

$$= \frac{\delta F_1 / \delta F_{1j}}{\delta F_1 / \delta F_{1k}} = \dots = \frac{\delta F_N / \delta F_{Nj}}{\delta F_N / \delta F_{Nk}} \quad j, k = 1, \dots, m \quad X - 8$$

$$\frac{\delta_j}{\sigma_k} = \frac{\delta U_1 / \delta (F_{1j}^0 - F_{1j}^*)}{\delta U_1 / \delta x_{1k}^*} = \dots = \frac{\delta U_m / \delta (F_{mj}^0 - F_{mj}^*)}{\delta U_m / \delta (F_{mk}^0 - F_{mk}^*)}$$

$$= - \frac{\delta F_1 / \delta F_{1j}}{\delta F_1 / \delta x_{1k}^*} = \dots = - \frac{\delta F_N / \delta F_{Nj}}{\delta F_N / \delta F_{Nk}} \quad X - 9$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$k = 1, \dots, s$$

- تشير المعادلات X-7 الى تساوي المعدلات الحدية للاحلال (TMS) لكل المستهلكين ومعدلات تحويل المنتج (TTP) لكل المنتجين وهذا التساوي يحدث لكل زوج من السلع المنتوجة.

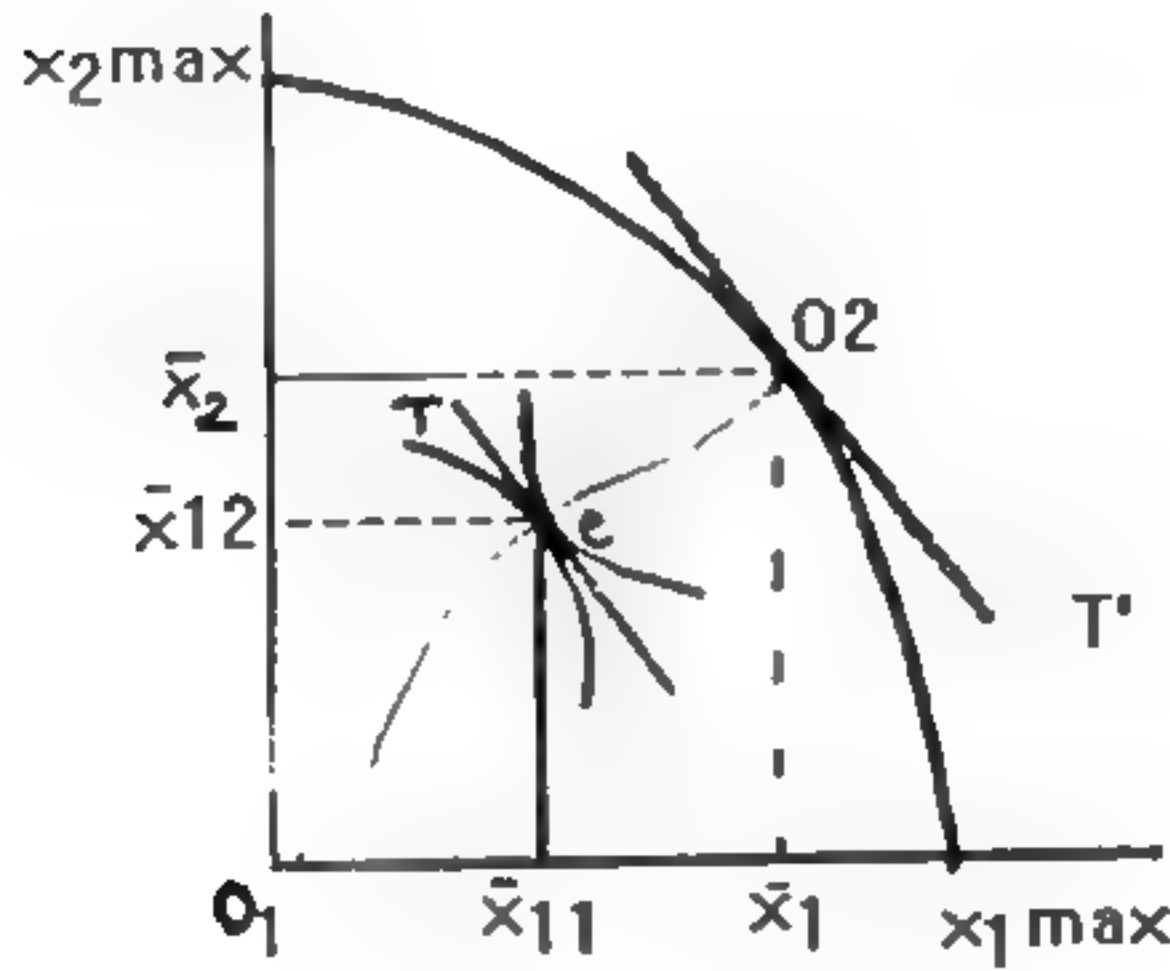
- كما تحدد المعادلات X-8 تساوي المعدلات الحدية للاحلال لكل المستهلكين ومعدلات تحويل المنتج لكل المنتجين، ويحدث التساوي لكل زوج من العناصر الأولية.

- أخيرا تأكد المعادلات X-9 على تساوي المعدلات الحدية للاحلال بين عناصر و سلع منتوجه بالنسبة للمستهلكين والمعدلات المناسبة في تحويل عناصر الى سلع بالنسبة للمنتجين.

### ملاحظة :

تكون المعادلات  $X-7$  ,  $X-8$  و  $X-9$  شروط وجود الحالة الافضل حسب بريٲو في حالة عدم امكانية رفع منفعة احد ( او عدد من المستهلكين) بدون انخفاض منفعة مستهلكين آخرين يوقف إنتاج احد او عدة سلع.

اخيرا يمكن تصور الحالة الافضل في الإنتاج والإستهلاك عبر البيان التالي :



### ملاحظة :

يعبر البيان على حالة منتجين، سلعتين ومستهلكين. يمثل المنحنى  $x_1max$   $x_2max$  منحنى تحويل المنتج. ويحدث اختيار النقطة  $O_2$  عبر تعظيم الدخل الاجمالي لمؤسستين تنتج  $x_1$  و  $x_2$  على التوالي : انطلاقا من  $O_2$  يمكن بناء علبة ادجورث وبناء المنحنى  $O_1O_2$  الذي يمثل منحنى العقد (مكان تساوي المعدلات الحدية بين  $x_1$  و  $x_2$  بالنسبة للمستهلكين).



### ملاحظة :

يمثل ميل الخط  $T'$  معدل تحويل المنتج (TTP) ويؤدي شرط تساوي هذا المعدل مع المعدل الحدي للحل (TMS) الى اختيار النقطة  $e$  كنقطة توازن المستهلكين ، حيث ميل الخط  $T$  المتوازي مع الخط  $T'$  يمثل المعدل الحدي للحل.

### ملاحظة :

تبقى نظرية المردودية الاجتماعية او اقتصادية الرفاهة عبارة عن تمرين بدون تطبيق وهذا يرجع اساسا الى عدم تطابق التحليل مع ديناميكية الاقتصاد او المجتمع بصفة عامة.

يمكن تحديد حالة مثلى باستعمال معايير باريتو لكن هذه المعايير لا تتساءل على التوزيع الاصلي للثروات (من الممكن أنه في البيان السابق توجد عدة نقاط لها نفس الميزة كالنقطة  $e$  - خط مماس متوازي مع الخط  $T'-$ ).

## ملخص لنظرية المردودية الاجتماعية

### a - الحالة الأفضل في الاستهلاك :

إذا كان الاقتصاد مكون من مستهلكين 1 و 2 وسلعتين  $X_1$  و  $X_2$  تتميز الحالة لأفضل في الاستهلاك بتساوي المعدلات الحدية للاحتلال بين السلعتين لكلا المستهلكين أي :

$$\frac{\delta U_1 / dX_{11}}{\delta U_1 / \delta X_{12}} = \frac{\delta U_2 / \delta X_{21}}{\delta U_2 / \delta X_{22}}$$

### b - الحالة لأفضل في الانتاج :

إذا كان الاقتصاد مكون من منتجين 1 و 2 وعنصري انتاج  $F_1$  و  $F_2$  تتميز الحالة الأفضل في الانتاج بتساوي المعدلات الحدية للاحتلال التقني بين المدخلات (عناصر الانتاج) لكلا المنتجين.

### c - الحالة الأفضل في الانتاج والاستهلاك:

إذا كان الاقتصاد مكون من  $m$  مستهلك ،  $N$  منتج ،  $n$  عنصر اولي  $F_j$  و  $s$  سلعة منتوجه  $X_j$  يمكن الوصول الى حالة افضل في الانتاج والاستهلاك بتساوي :

- المعدلات الحدية للاحلال (TMS) لكل المستهلكين ومعدلات تحويل المنتج (TTP) لكل المنتجين فيما يخص كل ازواج السلع المنتجة.

- المعدلات الحدية للاحلال لكل المستهلكين ومعدلات تحويل المنتج لكل المنتجين فيما يخص كل ازواج العناصر الأولية .

- المعدلات الحدية للاحلال بين عناصر و سلع منتوجه بالنسبة للمستهلكين والمعدلات المناسبة في تحويل عناصر الى سلع بالنسبة للمنتجين.

## تمارين

10 - 1 - يكون الاقتصاد الوندرلاندي متكون من شخصين A و B وسلعتين X و y . تمكن مكتب الدراسات الاحصائية من تحديد منحنيات السواء لكلا الشخصين في فترة معينة وتوصل المكتب الى النتائج التالية :

$I_A$	$II_A$	$III_A$	$IV_A$	$V_A$	$I_B$	$II_B$	$III_B$	$IV_B$	$V_B$
X y	X y	X y	X y	X y	X y	X y	X y	X y	X y
5 45	15 55	35 50	50 50	70 55	5 25	25 30	40 50	60 50	70 55
20 20	30 30	45 35	60 40	85 45	15 15	40 20	55 25	70 30	80 40
35 5	50 10	70 15	85 30	95 40	30 10	85 5	65 15	85 20	95 30

- ارسم علبة ادجورث وحدد خمسة نقاط على منحنى العقد اذا كان التجهيز الاصلي للاقتصاد يحتوي على 100 وحدة من X و 60 وحدة من y .

- إذا كان التجهيز الاصلي للشخص A ممثل في  $15x$  و  $55y$  والتجهيز الاصلي للشخص B ممثل في  $85x$  و  $5y$  . هل يوجد دعم للتبادل ؟ لماذا ؟

- اذا حدث التبادل ووصل الشخصان الى النقطة التوازن ,  $(45x, 35y)$  ما هو حجم التبادلات .

- في نقطة التوازن  $(45x, 35y)$  يساوي الميل  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12.5}{10}$

- ماذا يمثل هذا الميل بالنسبة للمعدلات الحدية المناسبة للشخصين؟.

-- ماهو السعر النسبي للسلعة  $x$  (بالنسبة للسلعة  $y$ ) ؟

10 - 2 - اعتبر ان اقتصاد ما يكون مكون من مستهلكين 1 و 2 و سلعتين  $x$  و  $y$  . تقدر كميات  $x$  و  $y$  التي توجد في السوق كالتالي

$$X = 100$$

$$y = 100$$

اذا كانت دوال المنفعة للمستهلكين 1 و 2 تأخذ الشكل :

$$U_1 = 5x_1^{2/3} y_1^{1/3}$$

$$U_2 = 10x_2^{2/3} y_2^{1/3}$$

حيث :

$$x_1 + x_2 = X$$

$$y_1 + y_2 = Y$$

- حدد الشروط التي تحقق حالة مثلى حسب باريتو.

- اذا كان التوزيع الاصلي للسلعتين على شكل

$$x_1 = 20$$

$$y_1 = 70$$

$$x_2 = 80$$

$$y_2 = 30$$

هل هذه الحالة تمثل حالة مثلة حسب باريتو؟ لماذا ؟

- وضح بيانيا وضعية المستهلكين في السؤال السابق في علبة ادجورت وحل كيفية الوصول الى حالة تحقق الحالة المثلى حسب باريتو.

10 - 3 - يملك الاقتصاد الوندري 40 وحدة من العنصر L و 25 وحدة من العنصر K لإنتاج السلعتين X و y في فترة معينة. استطاع مكتب الدراسات الإحصائية من تحديد منحنيات تساوي الكميات لكلا السلعتين وتظهر النتائج في الجدول التالي :

x1		x2		x3		x4		y1		y2		y3		y4	
L	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K	L	K
2.5	20	15	20	22.5	20	32.5	22.5	3	7.5	7.5	20	18	22.5	27.5	22.5
10	5	20	7.5	27.5	12.5	35	20	5	5	12.5	12.5	20	17.5	30	20
15	2.5	27.5	2.5	35	7.5	38.5	17.5	10	2.5	37.5	5	27.5	12.5	35	17.5

- ارسم علبة ادجورث وحدد اربعة نقاط على منحنى العقد في الانتاج.

- في النقطة (2.5L , 20K) قارن بين الانتاجيات الحدية للعناصر L و K في إنتاج X .

- في النقطة (37.5L , 5K) قارن بين الانتاجيات الحدية للعناصر L و K في إنتاج y.

- انطلاقا من التجهيزات الاصلية المذكورة في الاسئلة السابقة وضح كيفية الوصول الى النقطة (20L , 7.5K) انطلاقا من Ox لكي يحدث احسن توزيع لعناصر الانتاج.

- هل يمكن تعريف النقطة (20L , 7.5K) كنقطة مثلى حسب باريتو.

- إذا كان المعدل الحدي للحلال التقني في النقطة (7.5K , 20L) يساوي 1 في إنتاج X ويساوي كذلك 1 في إنتاج Y . ماهو السعر النسبي للعنصر L؟

- إذا كان  $P_x = 5/4 P_y$  و  $P_L = P_K$  اثبت ان في إطار سوق منافسة مثلى وفي التوازن الانتاجية الحدية للعنصر L في إنتاج السلعة y (PPmg<sub>L/y</sub>) تساوي مايلي :

$$PPmg_{L/y} = \frac{5}{4} \frac{P_L}{P_x}$$

و

$$PPmg_{K/x} = \frac{4}{5} \frac{P_K}{P_y}$$

10 - 4 - اعتبر ان اقتصاد ما يحتوي على منتجين A و B ينتجان السلعتين X و Y على التوالي . اذا قدرت دوال الانتاج للسلعتين X و Y على شكل :

$$X = L_A^{3/4} K_A^{1/4}$$

$$Y = L_B^{3/4} K_B^{1/4}$$

- حدد الشروط التي تحقق حالة مثلى حسب باريتو اذا كان :

$$L = L_A + L_B = 100$$

$$K = K_A + K_B = 100$$

- وضح الحالة السابقة بتحديد بعض نقاط التوازن الممكنة بإستعمال علبة ادجورث.

# مراجعة في الرياضيات

## 1 - قوانين الاشتقاق لدوال متغير وحيد

بنطلق التليل بالدوال  $f(x)$  و  $g(x)$

قانون الجمع

$$\frac{d}{dx} [f(x) \pm g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) \pm \frac{d}{dx} g(x)$$
$$= f'(x) + g'(x)$$

مثال

$$f(X) = 9x^3 \quad g(X) = 3 x^2$$

$$\frac{d}{dx} [fx) + g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x)$$
$$= 27x^2 + 6 x$$

قانون الضرب :

$$\frac{d}{dx} [f(x) . g(x)] = f(x) \frac{d}{dx} g(x) + g(x) \frac{d}{dx} f(x)$$



مثال :  $f(x) = 9x^3$      $g(x) = 3x^2$

$$\frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] = 9x^3 (6x) + 3x^2 (27x^2) \\ = 135x^4$$

قانون التقسيم :

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{g(x) \frac{d}{dx} f(x) - f(x) \frac{d}{dx} g(x)}{[g(x)]^2}$$

مثال :

$f(x) = 9x^3$      $g(x) = 3x^2$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{(3x^2) (27x^2) - (9x^3) (6x)}{[3x^2]^2} \\ = 3$$

2 - قوانين الاشتقاق لدوال عدة متغيرات :

اعتبر الدالة  $Z = f(y)$

حيث  $y = g(x)$

تأخذ مشتقة Z بالنسبة لـ X الشكل التالي

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx} = f'(y) \cdot g'(x)$$

يعرف هذا القانون بقانون السلسلة.

مثال :  $z = 3y^2$

و

$$y = 2x + 5$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx} = 6y(2) = 12y = 12(2x + 5)$$

### 3 - المشتقات الجزئية

اعتبر الدالة  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

حيث تكون المتغيرات  $x_i$  مستقلة عن بعضها البعض.

يحتوي إيجاد المشتقة الجزئية لـ  $y$  بالنسبة لـ  $x_i$  على تغير  $y$  الناتج

عن تغير  $x_i$  مع ثبات كل المتغيرات  $x_j$  ( $i = j$ ).

مثال :  $y = f(x_1, x_2) = 5x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2^2$

$$\frac{\delta y}{\delta x_1} = f_1 = 10x_1 + x_2$$

$$\frac{\delta y}{\delta x_2} = f_2 = x_1 + 6x_2$$

#### 4 - التفصيلات :

اعتبر الرمز  $\frac{dy}{dx}$  الذي يمثل مشتقة الدالة  $y = f(x)$  أي :

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$

إذا اعتبرت الرموز  $dy$  و  $dx$  كميات صغيرة جدا من  $x$  و  $y$  يمكن كتابة المعادلة السابقة على شكل :  $dy = f'(x) dx$

تمثل المعادلة الأخيرة تفاضل  $y$

مثال :  $y = 3x^2 + 7x - 5$

$$\begin{aligned} dy &= 6x dx + 7dx \\ &= (6x + 7) dx \\ &= f'(x) dx \end{aligned}$$

يمكن استعمال التفاضل لإيجاد تغير  $y$  الناتج عن تغير معين لـ  $x$ .  
اعتبر أن  $x$  يتغير من 5 إلى 5.01 . يؤدي استعمال قانون التفاضل إلى :

$$dy = (6x + 7) dx = [(6)(5) + 7] 0.01 = 0.37$$

بينما يساوي التغير الحقيقي

$$\Delta y = 105.3703 - 105 = 0.3703$$

## 5 - التفضيلات الكلية "

اعتبر الدالة  $y = f(x_1, x_2)$

يعرف التفاضل الكلي للدالة  $y$  وكالتالي :

$$dy = \frac{\delta y}{\delta x_1} dx_1 + \frac{\delta y}{\delta x_2} dx_2$$

$$= f_1 dx_1 + f_2 dx_2$$

اي بعبارة اخرى يؤدي تغير  $x_1$  بالكمية  $dx_1$  وتغير  $x_2$  بالكمية

$dx_2$  الى تغير  $y$  بالكمية  $dy$ .

مثال :

$$y = 3x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2^2$$

$$dy = (10x_1 + x_2) dx_1 + (x_1 + 6x_2) dx_2$$

و

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$dU = U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + \dots + U_n dx_n$$

قوانين التفضيلات

$$y = f(x_1, x_2)$$

$$dy = f_1 dx_1 + f_2 dx_2$$

$$d(CU^n) = CnU^{n-1} dU \quad -1$$

$$d(V \pm U) = dV \pm dU \quad -2$$

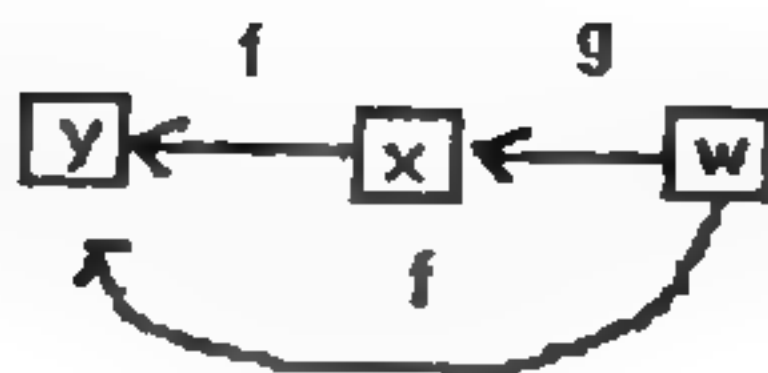
$$d(Uv) = Udv + vdU \quad -3$$

$$d(U/v) = \frac{vdU - Udv}{V^2}$$

$$d(uv w) = v w du + \mu w dv + uvd w \quad -5$$

6 - المشتقات الكلية :

اعتبر الدالة  $y = f(x, w)$   
حيث  $x = g(w)$



لإيجاد مشتقة  $y$  بالنسبة لـ  $w$  يمكن إيجاد التفاضل الكلي في مرحلة أولى أي

$$dy = f_x dx + f_w dw$$

وتقسيم العبارة السابقة على  $dw$  سوف يؤدي الى :

$$\frac{dy}{dw} = f_x \frac{dx}{dw} + f_w$$

أو

$$\frac{dy}{dw} = f_x \frac{dx}{dw} + f_w$$

اثر غير مباشر      اثر مباشر

مثال :  $y = f(x, w) = 3x - w^2$

$$x = g(w) = 2w^2 + w + 4$$

$$\frac{dy}{dw} = 3(4w + 1) + (-2w) \\ = 10w + 3$$

7 - مشتقات جزئية من الدرجة الثانية :

اعتبر الدالة التالية

$$z = f(x, y)$$

انطلاقا من هذه الدالة يمكن ايجاد المشتقات الجزئية بالنسبة لـ  $x$  و  $y$  أي :

$$f_x = \frac{\delta z}{\delta x} \quad f_y = \frac{dz}{\delta y}$$

كذلك يمكن ايجاد المشتقات الجزئية لـ  $f_x$  و  $f_y$  بالنسبة لـ  $x$  و  $y$  على التوالي ، أي :

$$f_{xx} = \frac{\delta}{\delta x} f_x = \frac{\delta}{\delta x} \frac{\delta z}{\delta x} = \frac{\delta^2 z}{\delta x^2}$$

$$f_{yy} = \frac{\delta}{\delta y} f_y = \frac{\delta}{\delta y} \frac{\delta z}{\delta y} = \frac{\delta^2 z}{\delta y^2}$$

وبحيث ان في العموم تكون  $f_x$  دالة لـ  $y$  و  $f_y$  دالة بـ  $x$  ، يمكن كتابة المشتقات الجزئية :

$$f_{xy} = \frac{\delta}{\delta y} \frac{\delta z}{\delta x} = \frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y^2}.$$

$$f_{yx} = \frac{\delta}{\delta x} \frac{\delta z}{\delta y} = \frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y}$$

مثال :  $z = f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

$$f_x = 3x^2 - 3y \quad f_y = 3y^2 - 3x$$

$$f_{xx} = 6x \quad f_{yy} = 6y$$

$$f_{xy} = -3 \quad f_{yx} = -3$$

ملاحظة :

$f_{xy} = f_{yx}$  لأن الدوال المستعملة دوال مستمرة.

## 8 - التفاضل الكلي من الدرجة الثانية

اعتبر الدالة  $z = f(x, y)$

يكون التفاضل الكلي لهذه الدالة :  $dz = f_x dx + f_y dy$

وتشير المعادلة الأخيرة الى تغير  $z$  اي  $dz$  الناتج عن تغيرات  $x$  و  $y$  أي  $dx$  و  $dy$  وتكون هذه التغيرات محسوبة حول نقطة معينة  $(x_0, y_0)$  ، بحيث أن  $dx$  و  $dy$  تكون قيم معطاة ، يكون  $dz$  دالة لـ  $f_x$  و  $f_y$  وبحيث أن  $f_x$  و  $f_y$  تمثل دوال لـ  $x$  و  $y$  يكون  $dz$  دالة لـ  $x$  و  $y$  ولذلك اخذ التفاضل الكلي لـ  $dz$  (او البحث عن تغير  $dz$ ) يأخذ الشكل :

$$d^2z = d(dz)$$

$$= \frac{\delta (dz)}{\delta x} dx + \frac{\delta (dz)}{\delta y} dy$$

$$= \frac{\delta}{\delta x} (f_x dx + f_y dy) dx + \frac{\delta}{\delta y} (f_x dx + f_y dy) dy$$

$$= f_{xx} dx^2 + 2 f_{xy} dx dy + f_{yy} dy^2$$

مثال :  $z = f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$

$$dz = (3x^2 - 3y) dx + (3y^2 - 3x) dy$$

$$dz^2 = 6x dx^2 - 6x dx dy + 6y dy^2$$

9 - القيمة المتطرفة لدالة عدة متغيرات

اعتبر الدالة

$$z = f(x, y)$$



## 9 - 1 - الشروط اللازمة

تحتوي هذه الشروط على :  $dz = f_x dx + f_y dy = 0$   
وبحيث ان  $dx$  و  $dy$  تمثل تغيرات اختيارية قد يحقق الشرط في كل حالة اذا :

$$f_x = f_y = 0$$

## 9 - 2 - الشروط الكافية :

تحتوي هذه الشروط على

$$dz^2 < 0 \quad \text{نقطة قصوى}$$

$$dz^2 > 0 \quad \text{نقطة دنيا}$$

وتكتب الشروط اللازمة والكافية لتحديد إشارة  $d^2z$  على شكل

$$dz^2 < 0 \text{ اذا وفقط اذا } f_{xx} < 0, f_{yy} < 0 \text{ و } f_{xx}f_{yy} > f_{xy}^2$$

$$dz^2 > 0 \text{ اذا وفقط اذا } f_{yy} > 0, f_{xx} > 0 \text{ و } f_{xx}f_{yy} > f_{xy}^2$$

على العموم ، اذا كانت الدالة  $z$  تأخذ الشكل

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

تظهر شروط النقطة المتطرفة في الجدول التالي

شروط	Max	Min
1°	$f_1 = f_2 = \dots f_n = 0$	$f_1 = f_2 = \dots f_n = 0$
2° $ H_1  < 0 ;  H_2  > 0,  H_n  < 0$		$ H_1 ,  H_2  \dots  H_n  > 0$

حيث  $|H_i|$  يمثل هيسي الدرجة  $i$

مثال : اعتبر الدالة  $z = x^2 + xy + 2y^2 - 3$

- اوجد القيمة المتطرفة وحدد نوعيتها.

1 - الشروط اللازمة

$$\begin{aligned} z_x = 2x + y &= 0 & x &= 0 \\ z_y = x + 4y &= 0 & y &= 0 \end{aligned}$$

2 - الشروط الكافية

$$\begin{aligned} z_{xx} &= 2 > 0 & z_{yy} &= 4 > 0 \\ z_{xy} &= 1 \\ |H_1| &= z_{xx} = 2 > 0 & \text{و} \end{aligned}$$

$$|H_2| = \begin{vmatrix} z_{xx} & z_{xy} \\ z_{yx} & z_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 1 > 0$$

نتيجة : تمثل النقطة  $(0, 0)$  نقطة دنيا للدالة  $z$  .

10 - ا - القيمة المتطرفة في حالة تعظيم تحت قيد :

اعتبر الدالة

$$U = x_1 x_2$$

يكون المطلوب ممثل في ايجاد النقطة المتطرفة لهذه الدالة اذا كان

$$5x_1 + 10x_2 = 80 \text{ على}$$

لحل هذه المسألة تستعمل طريقة لغرانج ، ويحتوي جوهر هذه الطريقة على تحويل مسألة ايجاد نقطة متطرفة مقيدة الى شكل يناسب الشروط الأولية المرتبطة بمسألة ايجاد نقطة متطرفة غير مقيدة .

اذا اعتبر تعظيم الدالة  $U = x_1 x_2$

$$\text{والقيد } 5x_1 + 10x_2 = 80$$

تكتب دالة لغرانج على شكل

$$L = x_1 x_2 + \lambda (80 - 5x_1 - 10x_2)$$

حيث تمثل الإشارة  $\lambda$  عدد غير معروف يدعى بمضاعف لغرانج.

ملاحظة : في حالة ما يكون القيد محققا للدالة  $L$  تكون متطابقة مع  $U$ .

تحت الشكل  $L$  تبقى الاطرح عبارة عن ايجاد النقطة المتطرفة الحرة للدالة  $L$  عوضا عن البحث على النقطة المتطرفة المقيدة للدالة  $U$ .

يحتوي استعمال دالة لغرانج على اعتبار  $\lambda$  كمتغير اضافي اي :

$$L = L(x_1, x_2, \lambda)$$

وتكتب الشروط اللازمة لنقطة متطرفة

$$L_1 = \frac{\delta L}{\delta x_1} = x_2 - 5\lambda = 0$$

$$L_2 = \frac{\delta L}{\delta x_2} = x_1 - 10\lambda = 0$$

$$L_\lambda = \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 80 - 5x_1 - 10x_2 = 0$$

ملاحظة :

يكون القيد محقق عبر المعادلة الثالثة . ويؤدي حل جملة

المعادلات الى :

$$x_1=8 \quad x_2=4 \quad \lambda=4/5$$

وتكتب شروط المرتبة الثانية على شكل :

$$\overline{|H_2|} = \begin{vmatrix} L_{x_1x_1} & L_{x_1x_2} & L_{x_1\lambda} \\ L_{x_2x_1} & L_{x_2x_2} & L_{x_2\lambda} \\ L_{\lambda x_1} & L_{\lambda x_2} & 0 \end{vmatrix} > 0 \quad \text{نقطة قصوى :}$$

نقطة دنيا :  $|H_2| < 0$

في المثال السابق يساوي  $/H_2/$

$$/H_2/ = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix} = 100 > 0$$

وتمثل النقطة (4 ، 8) نقطة قصوى.

على العموم اذا كانت الدالة  $z$  تأخذ الشكل:

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

وكان القيد ممثل في الشرط  $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = C$

تكتب دالة لغرانج على شكل :

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda [C - g(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$

وتظهر شروط نقطة متطرفة في الجدول التالي

شرط	Max	Min
1°	$L_1=L_2=\dots=L_n=L \quad \lambda = 0$	$L_1=L_2=\dots=L_n=L \quad \lambda = 0$
2°	$/H_2/ > 0, \quad /H_3/ < 0$ $/H_4/ > 0 \quad \dots$	$/H_2/, \quad /H_2/ \dots /H_n/ < 0$

11 - حل جملة معادلات خطية :

تكتب جملة  $n$  معادلة بـ  $n$  متغيرة على شكل

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.

.

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

. حيث تمثل  $x_{ij}$  متغيرات و  $a_{ij}$  و  $b_j$  معامل .  
يمكن كتابة الجملة بإستعمال المصفوفات أي :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$A \quad X = B \quad \text{أو}$$

- يعرف المحدد  $M_{ij}$  كالمحدد الناتج عن حذف الصف  $i$  والعمود  $j$  للمصفوفة  $A$

- يعرف المرافق الجري  $C_{ij}$  كالتالي

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

ويمكن ايجاد محدد المصفوفة  $A$  بإستعمال طريقة النشر اي :  
نشر حسب الصف  $i$ .

$$|A| = a_{i1} C_{i1} + a_{i2} C_{i2} + \dots + a_{in} C_{in}$$

أو

نشر حسب العمود  $j$ .

$$|A| = a_{1j} C_{1j} + a_{2j} C_{2j} + \dots + a_{nj} C_{nj}$$

- استعمال طريقة كرامل لحل جملة المعادلات يحتوي على :

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & & \\ \vdots & & & \\ b_n & a_{n2} & & a_{nn} \end{vmatrix}}{|A|}$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & & \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & b_n & & a_{nn} \end{vmatrix}}{|A|}$$

$$x_n = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & & b_2 \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \end{vmatrix}}{|A|}$$

اي لإيجاد  $x_1$  يبنى محدد بتعويض العمود الأول لـ  $A$  بالعمود  $b$  ويقسم هذا المحدد على محدد  $A$  ولإيجاد  $x_2$  يبنى محدد بتعويض العمود الثاني لـ  $A$  بالعمود  $b$  ويقسم هذا المحدد على محدد  $A$  الى غير ذلك.

مثال : اعتبر جملة المعادلات

$$2x_1 + 6x_2 = 22$$

$$-x_1 + 5x_2 = 53$$

تؤدي كتابة الجملة على شكل مصفوفات الى

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 53 \end{bmatrix}$$

واستعمال طريقة كرامر لحل هذه الجملة سوف يؤدي الى :

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 6 \\ 53 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{-208}{16} = -13$$
$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 22 \\ -1 & 53 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{128}{16} = 8$$



## مصطلحات

Cardinal utility	Utilité cardinale	المنفعة المقاسة
Ordinal utility	Utilité ordinale	المنفعة المرتبة
Total utility	Utilité totale	المنفعة الكلية
Marginal utility	Utilité marginale	المنفعة الحدية
Marginal rate of substitution	Taux marginal de substitution	المعدل الحدي للاحتلال
Indifference curve	Courbe d'indifférence	منحنى السواء
Budget space	Espace budgétaire	فضاء الميزانية
Budget line	Droite budgétaire	خط الميزانية
Income consumption line	Courbe de consommation revenu	منحنى استهلاك الدخل
Engel curve	Courbe d'engel	منحنى انجل
Price consumption line	Courbe de consommation prix	منحنى السعر والاستهلاك
Substitution effect	Effet de substitution	اثر الاحتلال
Income effect	Effet de revenu	اثر الدخل
Normal good	Bien normal	سلعة عادية
Inferior good	Bien inférieur	سلعة دنيا
Giffen good	Bien giffen	سلعة قيفن
Complements	Biens complémentaires	سلع متكاملة
Substitutes	Biens substituables	سلع تبادلية
Index numbers	Nombres indices	الارقام الادلة
Income index	Indice du revenu	دليل الدخل
Paasche index	Indice de Paasche	دليل باش
Laspeyres index	Indice de Laspeyres	دليل لاسبيير
Price elasticity	Elasticité prix	المرونة المباشرة
Gross elasticity	Elasticité croisée	مرونة التقاطع

Income elasticity	Elasticité revenu	مرونة الدخل
Marginal revenue	Revenu marginal	الدخل الحدي
Marginal productivity	Productivité marginale	الانتاجية الحدية
Average productivity	Productivité moyenne	الانتاجية المتوسطة
Elasticity of output	Elasticité de la production	مرونة الإنتاج
Isoquant	Isoquant	منحنى تساوي الكميات
Elasticity of substitution	Elasticité de substitution	مرونة الاحلال
Return to scale	Rendement d'échelle	غلة الحجم
Isocost	Isocoût	منحنى التكاليف المتساوية
Optimal expansion path	Sentier d'expansion optimale	المسار الامثل للتطور
Elasticity of expenditure	Elasticité de dépense	مرونة الانفاق
Product transformation curve	Courbe de transformation du produit	منحنى تحويل المنتج
Rate of product transformation	Taux de transformation du produit	معدل تحويل المنتج
Iso revenue	Iso revenu	منحنى تساوي الدخل
Opportunity cost	Coût d'opportunité	تكلفة الفرصة
Perfect competition	Compétition parfaite	المنافسة المثلى
Break even point	Seuil de rentabilité	حد المردودية
Closing point	Seuil de fermeture	حد الاغلاق
Excess demand	Demande excédentaire	الطلب الفائض
Excess demand price	prix de la demande excédentaire	سعر الطلب الفائض
Adjustement process	Processus d'ajustement	سيرورة تسوية
monopoly	Monopole	الاحتكار

Monopolistic competition	Compétition monopolistique	المنافسة الاحتكارية
Marginal expenditure	Dépense marginale	الاتفاق الحدي
Price discrimination	Discrimination dans les prix	التمييز في الاسعار
Consumer surplus	Surplus du consommateur	فائض المستهلك
Differentiation	Différentiation	التفرقة
Planned sales curve	Courbe des ventes planifiées	منحنى البيع المخططة
Effective demand curve	Courbe de demande effective	منحنى الطلب الحقيقي
Oligopoly	Oligopole	حالة احتكار القلة
Reaction function	Fonction de réaction	دالة رد الفعل
Game theory	Théorie des jeux	نظرية الالعب
Pay off matrix	Matrice des gains	مصفوفة الدفع
Cartel	Cartel	الكارت
Value of the marginal product	valeur de la productivité marginale	قيمة الانتاجية الحدية
Marginal revenue product	Productivité marginale en valeur	الانتاجية الحدية المقيمة
Consumer endowment	Dotation du consommateur	تجهيز المستهلك
Welfare economics	Economie du bien être	اقتصاد الرفاهية

## BIBLIOGRAPHIE

- Amami M., (1981) - Microécoconome, théorie, critiques et exercices pratiques, Gaetan Morin Editeur, Quebec
- Bernier B., Védie H.L., (1992) - Microeconomie; Ediscience international, Paris.
- Glais M., (1983) - Microéconomie, Economica, Paris
- Gould J.P., Fergusson C.E, (1982) - Théorie Microéconomique; Economica, Paris.
- Guitton H., Bessis M. (1979) - Analyse microéconomique, T.D., Problèmes et solutions, Ed, Sirey, Paris.
- Henderson J.M., Quandt R.E. (1971) - Microeconomic theory, a mathematical approach, Mc Graw-Hill, New-york
- Jenny F., Weber A.P., (1983) - Initiation à la microéconomie, Dunod, Paris
- Koutsoyiannis A. (1975) - Modern Microeconomics, Macmillan Press ltd, London
- Krelle W., (1970) - Production, Demande, Prix; vol I, Gauthier Villars, Paris.

- **Malinvaud E.**, (1982) - Leçons de théorie microéconomique; Dunod, Paris.
- **Percheron S.**, (1974) - Exercices de microéconomie; Masson et Cie Editeur, Paris.
- **René - Dominique C.**, (1979) - Analyse microéconomique; Presses de l'Université de Laval; Quebec.
- **Salvatore D.**, (1984) - Microéconomie, cours et problèmes; Série Shaum MacGraw-hill, Paris.
- **Samuelson A.**, (1993) - Les grands courants de la pensée économique, concepts de base et questions essentielles; O.P.U, Alger.
- **Samuelson P.A.**, (1972) - L'économie; T.2, A Colin, Paris.

أنجز طبعه على مطابع

كيوان المطبوعات الجامعية  
المطبعة الجهوية بقسنطينة